

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора	9
Из предисловий автора	10
Схема зависимости глав	14
Введение	15

Глава первая

ЧИСЛА И МНОЖЕСТВА

§ 1. Множества	17
§ 2. Отображения. Мощности	19
§ 3. Натуральный ряд	20
§ 4. Конечные и счетные множества	24
§ 5. Разбиение на классы	26

Глава вторая

ГРУППЫ

§ 6. Понятие группы	28
§ 7. Подгруппы	35
§ 8. Операции над комплексами. Смежные классы	39
§ 9. Изоморфизмы и автоморфизмы	42
§ 10. Гомоморфизмы, нормальные подгруппы и факторгруппы	45

Глава третья

КОЛЬЦА, ТЕЛА И ПОЛЯ

§ 11. Кольца	49
§ 12. Гомоморфизмы и изоморфизмы	56
§ 13. Построение частных	57
§ 14. Кольца многочленов	60
§ 15. Идеалы. Кольца классов вычетов	64
§ 16. Делимость. Простые идеалы	69
§ 17. Евклидовы кольца и кольца главных идеалов	71
§ 18. Разложение на множители	75

Глава четвертая
ВЕКТОРНЫЕ И ТЕНЗОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

§ 19. Векторные пространства	80
§ 20. Инвариантность размерности	83
§ 21. Двойственное векторное пространство	86
§ 22. Линейные уравнения над телом	88
§ 23. Линейные преобразования	90
§ 24. Тензоры	95
§ 25. Антисимметрические полилинейные формы и определители	97
§ 26. Тензорное произведение, свертка и след	102

Глава пятая
ЦЕЛЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ

§ 27. Дифференцирование	105
§ 28. Корни	106
§ 29. Интерполяционные формулы	108
§ 30. Разложение на множители	113
§ 31. Признаки неразложимости	117
§ 32. Разложение на множители в конечное число шагов	119
§ 33. Симметрические функции	121
§ 34. Результант двух многочленов	124
§ 35. Результант как симметрическая функция корней	128
§ 36. Разложение рациональных функций на простейшие дроби	131

Глава шестая
ТЕОРИЯ ПОЛЕЙ

§ 37. Подтело. Простое тело	134
§ 38. Присоединение	136
§ 39. Простые расширения	138
§ 40. Конечные расширения тел	143
§ 41. Алгебраические расширения	145
§ 42. Корни из единицы	150
§ 43. Поля Галуа (конечные коммутативные тела)	155
§ 44. Сепарабельные и несепарабельные расширения	159
§ 45. Совершенные и несовершенные поля	164
§ 46. Простота алгебраических расширений. Теорема о примитивном элементе	165
§ 47. Нормы и следы	167

Глава седьмая
ПРОДОЛЖЕНИЕ ТЕОРИИ ГРУПП

§ 48. Группы с операторами	171
§ 49. Операторные изоморфизмы и гомоморфизмы	173
§ 50. Две теоремы об изоморфизме	174

§ 51. Нормальные и композиционные ряды	176
§ 52. Группы порядка p^n	180
§ 53. Прямые произведения	181
§ 54. Групповые характеристики	184
§ 55. Простота знакопеременной группы	189
§ 56. Транзитивность и примитивность	191

*Глава восьмая***ТЕОРИЯ ГАЛУА**

§ 57. Группа Галуа	194
§ 58. Основная теорема теории Галуа	197
§ 59. Сопряженные группы, поля и элементы поля	200
§ 60. Поля деления круга	202
§ 61. Циклические поля и двучленные уравнения	209
§ 62. Решение уравнений в радикалах	211
§ 63. Общее уравнение n -й степени	215
§ 64. Уравнения второй, третьей и четвертой степеней	218
§ 65. Построения с помощью циркуля и линейки	224
§ 66. Вычисление группы Галуа. Уравнения с симметрической группой	229
§ 67. Нормальные базисы	232

*Глава девятая***УПОРЯДОЧЕННЫЕ И ВПОЛНЕНЫЕ УПОРЯДОЧЕННЫЕ МНОЖЕСТВА**

§ 68. Упорядоченные множества	237
§ 69. Аксиома выбора и лемма Цорна	238
§ 70. Теорема Цермело	241
§ 71. Трансфинитная индукция	242

*Глава десятая***БЕСКОНЕЧНЫЕ РАСШИРЕНИЯ ПОЛЕЙ**

§ 72. Алгебраически замкнутые поля	244
§ 73. Простые трансцендентные расширения	250
§ 74. Алгебраическая зависимость и алгебраическая независимость .	254
§ 75. Степень трансцендентности	257
§ 76. Дифференцирование алгебраических функций	259

*Глава одиннадцатая***ВЕЩЕСТВЕННЫЕ ПОЛЯ**

§ 77. Упорядоченные поля	266
§ 78. Определение вещественных чисел	269
§ 79. Корни вещественных функций	278
§ 80. Поле комплексных чисел	282
§ 81. Алгебраическая теория вещественных полей	285
§ 82. Теоремы существования для формально вещественных полей .	290
§ 83. Суммы квадратов	294

Глава двенадцатая
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

§ 84. Модули над произвольным кольцом	297
§ 85. Модули над евклидовыми кольцами. Инвариантные множители	299
§ 86. Основная теорема об абелевых группах	303
§ 87. Представления и модули представлений	307
§ 88. Нормальные формы матрицы над полем	311
§ 89. Элементарные делители и характеристическая функция	314
§ 90. Квадратичные и эрмитовы формы	317
§ 91. Антисимметрические билинейные формы	326

Глава тринадцатая
АЛГЕБРЫ

§ 92. Прямые суммы и пересечения	331
§ 93. Примеры алгебр	334
§ 94. Произведения и скрещенные произведения	340
§ 95. Алгебры как группы с операторами. Модули и представления	347
§ 96. Малый и большой радикалы	351
§ 97. Звездное произведение	355
§ 98. Кольца с условием минимальности	357
§ 99. Двусторонние разложения и разложение центра	362
§ 100. Простые и примитивные кольца	365
§ 101. Кольцо эндоморфизмов прямой суммы	368
§ 102. Структурные теоремы о полупростых и простых кольцах	371
§ 103. Поведение алгебр при расширении основного поля	372

Глава четырнадцатая
ТЕОРИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ГРУПП И АЛГЕБР

§ 104. Постановка задачи	378
§ 105. Представления алгебр	379
§ 106. Представления центра	384
§ 107. Следы и характеры	386
§ 108. Представления конечных групп	388
§ 109. Групповые характеры	392
§ 110. Представления симметрических групп	398
§ 111. Полугруппы линейных преобразований	401
§ 112. Двойные модули и произведения алгебр	404
§ 113. Поля разложения простых алгебр	410
§ 114. Группа Брауэра. Системы факторов	413

Глава пятнадцатая
ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ИДЕАЛОВ КОММУТАТИВНЫХ КОЛЕЦ

§ 115. Нётеровы кольца	421
§ 116. Произведения и частные идеалов	425
§ 117. Простые идеалы и примарные идеалы	429

§ 118. Общая теорема о разложении	434
§ 119. Теорема единственности	438
§ 120. Изолированные компоненты и символические степени	441
§ 121. Теория взаимно простых идеалов	444
§ 122. Однократные идеалы	447
§ 123. Кольца частных	450
§ 124. Пересечение всех степеней идеала	452
§ 125. Длина примарного идеала. Цепи примарных идеалов в нётеровых кольцах	455

*Глава шестнадцатая***ТЕОРИЯ ИДЕАЛОВ В КОЛЬЦАХ МНОГОЧЛЕНОВ**

§ 126. Алгебраические многообразия	459
§ 127. Универсальное поле	462
§ 128. Корни простого идеала	463
§ 129. Размерность	466
§ 130. Теорема Гильберта о корнях. Система результантов для однородных уравнений	468
§ 131. Примарные идеалы	471
§ 132. Основная теорема Нётера	474
§ 133. Сведение многомерных идеалов к нульмерным	478

*Глава семнадцатая***ЦЕЛЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ**

§ 134. Конечные \mathbb{K} -модули	482
§ 135. Элементы, целые над кольцом	484
§ 136. Целые элементы в поле	487
§ 137. Аксиоматическое обоснование классической теории идеалов	493
§ 138. Обращение и дополнение полученных результатов	496
§ 139. Дробные идеалы	499
§ 140. Теория идеалов в произвольных целозамкнутых целостных кольцах	501

*Глава восемнадцатая***НОРМИРОВАННЫЕ ПОЛЯ**

§ 141. Нормирования	509
§ 142. Пополнения	515
§ 143. Нормирования поля рациональных чисел	521
§ 144. Нормирование алгебраических расширений: случай полного поля	524
§ 145. Нормирование алгебраических расширений: общий случай	531
§ 146. Нормирования полей алгебраических чисел	533
§ 147. Нормирования поля рациональных функций $\Delta(x)$	539
§ 148. Аппроксимационная теорема	542

*Глава девятнадцатая***АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

§ 149. Разложения в ряды по степеням униформизирующих	545
§ 150. Дивизоры и их кратные	550
§ 151. Род g	554
§ 152. Векторы и ковекторы	557
§ 153. Дифференциалы. Теорема об индексе специальности	560
§ 154. Теорема Римана—Роха	564
§ 155. Сепарабельная порождаемость функциональных полей	568
§ 156. Дифференциалы и интегралы в классическом случае	569
§ 157. Доказательство теоремы о вычетах	574

*Глава двадцатая***ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ АЛГЕБРА**

§ 158. Понятие топологического пространства	580
§ 159. Базисы окрестностей	581
§ 160. Непрерывность. Пределы	583
§ 161. Аксиомы отделимости и счетности	584
§ 162. Топологические группы	585
§ 163. Окрестности единицы	586
§ 164. Подгруппы и факторгруппы	588
§ 165. Т-кольца и Т-тела	589
§ 166. Пополнение групп с помощью фундаментальных последовательностей	591
§ 167. Фильтры	595
§ 168. Пополнение группы с помощью фильтров Коши	598
§ 169. Топологические векторные пространства	602
§ 170. Пополнение колец	604
§ 171. Пополнение тел	606
Предметный указатель	608