Конечное преобразование Лоренца можно построить, перемножая бесконечное число инфинитезимальных лоренцевых преобразований. Таким образом, тензорное представление инфинитезимальной группы Лоренца можно использовать для построения тензорного представления вида (2.12.3) и (2.12.4) группы конечных лоренцевых преобразований. Однако если попытаться построить спинорное представление конечных преобразований Лоренца, то мы обнаружим, что можно получить «представление только с точностью до знака» [18], т. е. групповой закон умножения (2.12.2) будет иногда иметь с правой стороны знак минус. Например, произведение двух последовательных вращений на 180° вокруг любой заданной оси приводит к единичной матрице, но не со знаком плюс, а со знаком минус. Появление этого минуса означает, что спинорные поля сами по себе физически не наблюдаемы, хотя четные функции от спинорных полей вполне наблюдаемы.

§ 13. Временна́я последовательность и античастицы*

Одна из наиболее удивительных особенностей преобразований Лоренца заключается в том, что эти преобразования не оставляют инвариантным порядок событий. Пусть, например, в некоторой системе отсчета наблюдаемое событие в точке x_2 возникло позже, чем событие в точке x_1, т. е. $x_2^0 > x_1^0$. Для другого наблюдателя, движущегося относительно первого со скоростью $\mathbf{v}$, эти события будут разделены временны́м интервалом:

$$x_2'^{(0)} - x_1'^{(0)} = \Lambda^{(0)}{}_{\alpha}(\mathbf{v})(x_2^{\alpha} - x_1^{\alpha}),$$

где $\Lambda^{\beta}{}_{\alpha}(\mathbf{v})$ — буст, определяемый уравнениями (2.1.17) и (2.1.21). Применяя (2.1.17) и (2.1.21), получаем

$$x_2'^{(0)} - x_1'^{(0)} = \gamma(x_2^0 - x_1^0) + \gamma\mathbf{v}\cdot(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1),$$

и эта величина будет отрицательной, если

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) < -(x_2^0 - x_1^0). \qquad (2.13.1)$$

На первый взгляд, возникла опасность логического парадокса. Пусть первый наблюдатель видит в точке x_1 радиоактивный распад $A \to B + C$ и последующее поглощение в точке x_2 частицы B, например $B + D \to E$. Не будет ли второй наблюдатель видеть поглощение частицы B в x_2 до ее излучения в точке x_1? Парадокс исчезнет, если мы обратим внимание на то, что скорость $|\mathbf{v}|$, характеризующая любое преобразование Лоренца $\Lambda(\mathbf{v})$, должна быть меньше единицы, поэтому соотношение (2.13.1) будет удовлетворяться, только если справедливо неравенство

$$|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1| > |x_2^0 - x_1^0|. \qquad (2.13.2)$$

Однако это невозможно, поскольку частица B, по предположению, перемещается из точки x_1 в точку x_2, а условие (2.13.2) с необходимостью требует, чтобы скорость при этом была больше единицы, т. е. больше скорости света.

Можно рассмотреть это несколько иначе и увидеть, что временно́й порядок событий в x_1 и x_2 зависит от преобразований Лоренца только в том случае, если x_1 и x_2 разделены *пространственно-подобным* образом, т. е.

$$\eta_{\alpha\beta}(x_1-x_2)^\alpha(x_1-x_2)^\beta>0.$$

Только когда x_1-x_2 *времениподобно*, т. е.

$$\eta_{\alpha\beta}(x_1-x_2)^\alpha(x_1-x_2)^\beta<0,$$

частица может перемещаться из точки x_1 в точку x_2.

Хотя вопрос об относительности временного порядка событий не создает никаких проблем в классической физике, в квантовой теории он имеет глубокий смысл. Принцип неопределенности утверждает, что если в момент t_1 определено положение частицы $\mathbf{x}_1$, то знать точно ее скорость мы не можем. Вследствие этого существует определенная вероятность, что частица из точки x_1 попадает в x_2, даже если x_1-x_2 пространственно-подобно, т. е. $|\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_2|>|x_1^0-x_2^0|$. Точнее, вероятность того, что частица, вышедшая из точки x_1, появится в точке x_2 будет отлична от нуля, если выполняется неравенство

$$(\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_2)^2-(x_1^0-x_2^0)^2\lesssim\frac{\hbar^2}{m^2},$$

где $\hbar$ — постоянная Планка h, деленная на 2π, m — масса частицы. Такой пространственно-временной интервал будет мал даже для массы элементарной частицы, например если m — масса протона, то $\hbar/m=2\cdot10^{-14}$ см, или, в единицах времени, $6\cdot10^{-25}$ с (напомним, что в наших единицах 1 с $=3\cdot10^{10}$ см). Таким образом, мы вновь столкнулись с парадоксом: если один наблюдатель видит частицу, излучаемую в x_1 и поглощаемую в x_2, и если $(\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_2)^2-(x_1^0-x_2^0)^2$ положительно (но меньше $\hbar^2/m^2$), то второй наблюдатель зарегистрирует в момент времени t_2 поглощение частицы в точке $\mathbf{x}_2$ до ее излучения в точке $\mathbf{x}_1$ в момент времени t_1.

Известен один выход из этого парадокса. Второй наблюдатель должен видеть частицу, излучаемую в $\mathbf{x}_2$ и поглощаемую в $\mathbf{x}_1$. Но вообще говоря, частица, за которой следит второй наблюдатель, обязательно будет отличаться от той, которую видит первый наблюдатель. Например, если первый наблюдатель видит, как в точке x_1 протон переходит в нейтрон и *положительный* π-мезон, а затем видит, как в точке x_2 π-мезон и некоторый другой нейтрон переходят в протон, то второй наблюдатель будет видеть,

как в точке x_2 нейтрон переходит в протон и частицу, имеющую *отрицательный* заряд, которая затем в точке x_1 поглощается протоном, переходящим в нейтрон. Поскольку масса есть лоренц-инвариант, то масса отрицательно заряженной частицы, обнаруженной вторым наблюдателем, должна быть в точности равна массе π^+-мезона, за которым следит первый наблюдатель. И действительно, существует частица, называемая отрицательным π^--мезоном, с той же массой, что и у π^+-мезона. Соображения подобного типа приводят нас к выводу, что для каждого типа заряженных частиц существуют противоположно заряженные частицы с той же массой, называемые античастицами. Обратим внимание, что к этому выводу нельзя было прийти ни в нерелятивистской квантовой механике, ни в релятивистской классической механике; только в релятивистской квантовой механике с необходимостью возникают представления об античастицах [1]). При этом их существование приводит к характерной особенности релятивистской квантовой динамики, а именно: при наличии достаточно большой энергии можно создавать произвольное число частиц и их античастиц.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Специальная теория относительности

Более полно ознакомиться со специальной теорией относительности можно, используя любую из следующих книг:

Anderson J. L., Principles of Relativity Physics, Academic Press, 1967, Ch. 6—9.
Møller C., The Theory of Relativity, Oxford University Press, 1952, Ch. I—VII.
Pauli W., Theory of Relativity, Pergamon Press, 1958, Part I (см. перевод: *Паули В.*, Теория относительности, Гостехиздат, 1947).
Rindler W., Special Relativity, 2nd ed., Oliver and Boyd, 1966.
Synge J. L., Relativity: The Special Theory, Interscience Publishers, 1956.

Релятивистская гидродинамика

Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Механика сплошных сред, Гостехиздат, 1954, гл. XV.

Представления группы Лоренца

Любарский Г. Я., Теория групп и ее применение в физике, Физматгиз, 1958, гл. XV, XVI.

---

[1]) Строгое обсуждение необходимости введения античастиц в релятивистской квантовой механике можно найти в книге [19].