

Часть II

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

То ли колодец был очень глубок, то ли падала она очень медленно, только времени у нее было достаточно, чтобы прийти в себя и подумать, что же будет дальше . . .

Л. Кэрролл, Алиса в стране чудес

Глава 3

ПРИНЦИП ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ

Принцип эквивалентности гравитации и инерции говорит о том, как реагирует физическая система на внешнее гравитационное поле. Мы начнем с того, что выясним смысл этого принципа, а затем в оставшейся части этой главы рассмотрим несколько его следствий. Однако математический формализм, необходимый для введения принципа эквивалентности, связан с тензорным анализом, и только после того, как мы закончим изложение тензорного анализа в следующей главе, мы сможем полностью раскрыть содержание этого принципа.

§ 1. Формулировка принципа

Принцип эквивалентности, сформулированный Эйнштейном, основывается на равенстве гравитационной и инертной масс, продемонстрированном Галилеем, Гюйгенсом, Ньютона, Бесселем и Эйтвешем (см. § 2 гл. 1). Утверждается, что никакое внешнее статическое однородное гравитационное поле не может быть обнаружено в свободно падающем лифте, поскольку наблюдатель, пробные тела и сам лифт приобретают в этом поле одинаковые ускорения. Это легко доказать для системы N частиц, движущихся с нерелятивистскими скоростями под действием сил $\mathbf{F}(\mathbf{x}_N - \mathbf{x}_M)$ (например, электростатических или гравитационных) и внешнего гравитационного поля. Уравнения движения выглядят так:

$$m_N \frac{d^2 \mathbf{x}_N}{dt^2} = m_N g + \sum_M \mathbf{F}(\mathbf{x}_N - \mathbf{x}_M). \quad (3.1.1)$$

Предположим, что мы делаем следующее негалилеево преобразование пространственно-временных координат:

$$\mathbf{x}' \rightarrow \mathbf{x} - \frac{1}{2} g t^2, \quad t' = t. \quad (3.1.2)$$

Тогда член с g компенсируется инерционной «силой», и уравнение движения принимает вид

$$m_N \frac{d^2 \mathbf{x}'_N}{dt'^2} = \sum_M \mathbf{F}(\mathbf{x}'_N - \mathbf{x}'_M). \quad (3.1.3)$$

Следовательно, наблюдатель O , использующий координаты \mathbf{x}, t , и его свободно падающий коллега O' , использующий координаты \mathbf{x}', t' , не найдут никаких различий в законах механики, за исключением того, что O будет наблюдать воздействие гравитационного поля, а O' этого наблюдать не будет. Принцип эквивалентности утверждает, что эта компенсация гравитационной силы инерционной (а следовательно, их эквивалентность) будет возникать во всех свободно падающих системах независимо от того, можно ли их описать такими простыми уравнениями, как (3.1.1).

Пока мы еще не готовы сформулировать принцип эквивалентности в его окончательной форме, так как наши замечания относятся только к статическому однородному гравитационному полю. Если бы g зависело от \mathbf{x} или t , мы не смогли бы исключить это поле из уравнений движения с помощью преобразования (3.1.2). Например, Земля находится в состоянии свободного падения на Солнце, и мы на Земле большей частью не чувствуем гравитационного поля Солнца. Однако небольшая неоднородность этого поля (около одной шеститысячной, от полудня к полуночи) создает грозные приливы в океанах. Даже наблюдатель в свободно падающем лифте Эйнштейна мог бы в принципе обнаружить поле Земли, так как предметы в лифте падали бы по радиусам к центру Земли и, следовательно, приближались друг к другу по мере падения лифта.

Хотя инерционные силы не вполне компенсируют гравитационные силы в системах, свободно падающих в неоднородных или изменяющихся во времени гравитационных полях, мы все же можем ожидать их приближенной компенсации, если ограничимся рассмотрением столь малых областей пространства и времени, что поле в них не будет изменяться заметно. Следовательно, можно сформулировать принцип эквивалентности в виде утверждения, что *в каждой точке пространства-времени в произвольном гравитационном поле можно выбрать «локально-инерциальную систему координат*, такую, что *в достаточно малой окрестности рассматриваемой точки законы природы будут иметь такую же форму, как и в неускоренных декартовых системах координат*. Имеется

небольшая неясность в том, что мы подразумеваем под словами «такую же форму, как и в неускоренных декартовых системах координат». Чтобы избежать каких-либо возможных недоразумений в этом пункте, будем считать, что это означает форму, придаваемую законам природы специальной теорией относительности, например форму уравнений (2.3.1), (2.7.6), (2.7.7.), (2.7.9) и (2.8.7). Возникает также вопрос, что мы называем «достаточно малой окрестностью». Грубо говоря, считается, что окрестность должна быть малой настолько, чтобы гравитационное поле можно было рассматривать в ней как постоянное. Однако по этому поводу невозможно сказать что-либо точное, пока мы не узнаем, как гравитационное поле выражается математически (см. окончание § 1 гл. 4).

Внимательный читатель, возможно, заметил некоторое сходство между принципом эквивалентности и аксиомой, которую Гаусс положил в основу неевклидовой геометрии. Принцип эквивалентности гласит, что в любой точке пространства-времени мы можем вводить локально-инерциальные системы координат, в которых справедливы законы специальной теории относительности. Как мы видели в гл. 1, Гаусс предполагал, что в любой точке кривой поверхности можно задать локальную декартову систему координат, в которой расстояние вычисляется по теореме Пифагора. Ввиду явной глубокой аналогии этих утверждений можно было бы ожидать, что законы гравитации имеют большое сходство с формулами римановой геометрии. В частности, предположение Гаусса состоит в том, что все внутренние свойства кривой поверхности могут быть описаны с помощью производных $\partial \xi^\alpha / \partial x^\mu$ функций $\xi^\alpha(x)$, которые определяют преобразования $x \rightarrow \xi$ от некоторой общего вида системы координат x^μ , покрывающей поверхность, к локальной декартовой системе ξ^α . В то же время принцип эквивалентности говорит нам, что все эффекты гравитационного поля могут быть описаны с помощью производных $\partial \xi^\alpha / \partial x^\mu$ функций $\xi^\alpha(x)$, которые определяют преобразование от «лабораторных» координат x^μ к локально-инерционным координатам ξ^α . Кроме того, в гл. 1 было показано, что геометрически этим производным соответствуют величины $g_{\mu\nu}$, задаваемые выражением (1.1.7). В последующих параграфах данной главы мы увидим, что гравитационное поле описывается точно таким же образом.

Иногда различают «слабый принцип эквивалентности» и «сильный принцип эквивалентности». Сильный принцип эквивалентности — это данная выше формулировка, в которой под «законами природы» подразумевают *все* законы природы. Слабый принцип отличается тем, что слова «законы природы» заменяются в нем словами «законы движения свободно падающих частиц». Слабый принцип — это не что иное, как другая формулировка наблюдаемого равенства гравитационной и инертной масс, в то время как

сильный принцип представляет собой обобщение наблюдений за влиянием гравитации на любые физические объекты.

Опыты Этвеша, Дикке и их предшественников (см. § 2 гл. 2) дают прямое подтверждение только слабого принципа эквивалентности, а также некоторые косвенные данные в пользу сильного принципа. Массы различных веществ возникают в результате смешивания в различных *пропорциях масс* нейтронов и протонов плюс электронов за вычетом энергий электромагнитных и сильных связей, удерживающих эти частицы вместе; из этого следует, что отношение гравитационной массы к инертной будет одинаковым для всех этих веществ только в том случае, если оно одинаково для всех составляющих эти вещества частиц. Вапстра и Ней показали [1], что из ограничений, налагаемых экспериментом Этвеша на любые возможные неравенства отношений гравитационной и инертной масс стекла, пробки, антимонита латуни, вытекает, что равенство выполняется для нейтронов и протонов плюс электроны с точностью до $1/(6 \cdot 10^6)$, а для нейтронов и энергий связи — с точностью до $1/(1,2 \cdot 10^4)$. С этой точностью наблюдатель в свободно падающей системе отсчета не обнаружит никакого воздействия гравитации на нейтроны, водород и их энергии связи. Трудно было бы представить себе теорию, которая, удовлетворяя этому требованию, не включала бы также и сильный принцип (о ненаблюдаемости гравитационных эффектов любого вида в локально-инерциальной системе отсчета).

Мы могли бы, однако, различать два варианта сильного принципа эквивалентности: «очень сильный принцип», применимый ко всем явлениям, и «среднесильный принцип», применимый ко всем явлениям, исключая саму гравитацию. Эксперимента Этвеша и Дикке явно недостаточно, чтобы точно сказать, одинаковым ли образом входит гравитационная энергия связи в инертную и гравитационную массы. Этот вопрос можно было бы решить, изучая орбитальное движение малого тела, движущегося вокруг массивного, которое само находится в состоянии свободного падения в гравитационном поле. Например, гравитационная энергия связи Земли составляет $8,4 \cdot 10^{-10}$ от ее полной массы, в то время как гравитационная энергия связи искусственного спутника составляет значительно меньшую долю его массы. Таким образом, если (рассмотрим крайний случай) энергия гравитационной связи дает (отрицательный) вклад только в инертную массу и не дает вообще никакого вклада в гравитационную массу, тогда отношение гравитационной массы спутника к его инертной массе было бы больше, чем соответствующее отношение для Земли на $8,4 \cdot 10^{-10}$. Земля находится в состоянии свободного падения, в котором гравитационное притяжение Солнца уравновешивается инерционной силой, возникающей из-за обращения Земли вокруг Солнца. Гравитационная и инерционная силы, действующие на

спутник из-за наличия Солнца и обращения Земли, равны гравитационной и инерционной силам, действующим на Землю, умноженным на отношение гравитационной и инертной масс (если пре-небречь расстоянием между спутником и центром массы Земли).

Таким образом, получается, что эти две силы не будут уравновешиваться для спутника, причем гравитационная сила будет больше инерционной силы на $8,4 \cdot 10^{-10}$. Ускорение из-за тяготения к Солнцу на околоземной орбите составляет $6 \cdot 10^{-4}$ от ускорения в поле тяжести Земли на ее поверхности. Отсюда следует, что если гравитационная энергия связи Земли полностью входит в ее инертную массу и не дает вообще никакого вклада в ее гравитационную массу, тогда искусственный спутник на проходящей близко у Земли орбите будет эффективно чувствовать притяжение к Солнцу, равное гравитационному притяжению к Земле, умноженному на коэффициент $5,4 \cdot 10^{-13}$. Этот крошечный эффект полностью маскируется «приливной» силой, возникающей из-за того, что расстояние между спутником и центром массы Земли велико, и нет надежды измерить этот эффект¹⁾. Это весьма огорчительно, поскольку такое измерение было бы явно самой строгой проверкой применимости принципа эквивалентности к гравитационным полям, из которого мы будем исходить в гл. 5 при получении уравнений поля Эйнштейна.

§ 2. Гравитационные силы

Рассмотрим частицу, свободно движущуюся под действием чисто гравитационных сил. Согласно принципу эквивалентности, имеется свободно падающая система координат ξ^α , в которой частица движется по прямой линии в пространстве-времени, что описывается уравнением

$$\frac{d^2\xi^\alpha}{d\tau^2} = 0, \quad (3.2.1)$$

где $d\tau$ — собственное время

$$d\tau^2 = -\eta_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta. \quad (3.2.2)$$

[Ср. уравнения (2.3.1) и (2.1.4).] Предположим теперь, что мы взяли любую другую систему координат x^μ , которой может быть система декартовых координат, покоящаяся относительно лаборатории, а также криволинейная, ускренная, вращающаяся или любая другая система по нашему желанию. Координаты ξ^α свободно падающей системы отсчета являются функциями от x^μ , и

¹⁾ См., однако, стр. 11, 12 — *Прим. ред.*