

Тогда десяти уравнений (7.5.2) и (7.5.3) достаточно для нахождения вторых производных по времени от всех компонент  $g_{\mu\nu}$ .

Если начальная задача решается таким образом, то условия (7.5.1) на начальные данные достаточно удовлетворить в один момент времени. Тождество Бианки и условие сохранения энергии и импульса утверждают, что независимо от того, удовлетворяются или нет уравнения поля, должно выполняться соотношение

$$(G^{\mu\nu} + 8\pi GT^{\mu\nu})_{;\nu} = 0.$$

Рассмотрим это выражение при  $x^0 = t$ . Накладывая на начальные данные дополнительные условия (7.5.1) и находя вторые производные из уравнения (7.5.2), убеждаемся в том, что в последнем выражении величина в скобках равна нулю везде при  $x^0 = t$ , откуда следует

$$\frac{\partial}{\partial x^0} (G^{\mu 0} + 8\pi GT^{\mu 0}) = 0 \quad \text{при } x^0 = t,$$

а потому поля, вычисленные в момент времени  $x^0 = t + dt$ , будут также автоматически удовлетворять условиям (7.5.1). Таким образом, этот метод решения проблемы с начальными условиями таков, что если мы знаем начальную метрику  $x^0 = t$ , удовлетворяющую условиям (7.5.1), то он может быть запрограммирован для вычислительной машины.

## § 6. Энергия, импульс и угловой момент гравитационного поля

Физический смысл уравнений Эйнштейна можно выявить, записав их в полностью эквивалентной, хотя и не в ковариантной, форме, которая указывает на их связь с волновыми уравнениями физики элементарных частиц. Выберем систему координат, почти совпадающую с системой Минковского в том смысле, что на больших расстояниях от изучаемой материальной системы, имеющей конечные размеры, метрика  $g_{\mu\nu}$  будет приближаться к метрике Минковского  $\eta_{\mu\nu}$ . (К этому классу относятся гармонические системы координат и некоторые другие.) В этом случае пишем

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \tag{7.6.1}$$

причем  $h_{\mu\nu}$  исчезает на бесконечности. (Однако не предполагается, что  $h_{\mu\nu}$  мало повсюду.) Часть тензора Риччи, линейная по  $h_{\mu\nu}$ , равняется

$$R^{(1)}{}_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 h^\lambda_\lambda}{\partial x^\mu \partial x^\nu} - \frac{\partial^2 h^\lambda_\mu}{\partial x^\lambda \partial x^\nu} - \frac{\partial^2 h^\lambda_\nu}{\partial x^\lambda \partial x^\mu} + \frac{\partial^2 h_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda \partial x^\lambda} \right). \tag{7.6.2}$$

[См. выражение (6.6.2).] Удобно условиться о том, что индексы у  $h_{\mu\nu}$ ,  $R_{\mu\nu}^{(1)}$  и  $\partial/\partial x^\lambda$  поднимаются и опускаются с помощью  $\eta$ , например  $h^\lambda_\lambda \equiv \eta^{\lambda\nu} h_{\lambda\nu}$  и  $\partial/\partial x_\lambda \equiv \eta^{\lambda\nu} \partial/\partial x^\nu$ , в то время как индексы у истинных тензоров, таких, как  $R_{\mu\nu}$ , поднимаются и опускаются с помощью  $g$ , как обычно.] Точные уравнения Эйнштейна можно тогда записать в виде

$$R^{(1)\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} R^{(1)\lambda}_\lambda = -8\pi G [T_{\mu\nu} + t_{\mu\nu}], \quad (7.6.3)$$

где

$$t_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{8\pi G} \left[ R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R^\lambda_\lambda - R_{\mu\nu}^{(1)} + \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} R^{(1)\lambda}_\lambda \right]. \quad (7.6.4)$$

Уравнение (7.6.3) имеет как раз ту форму, которая присуща волновому уравнению поля со спином 2 (см. § 2 гл. 10), но с той особенностью, что его «источник»  $T_{\mu\nu} + t_{\mu\nu}$  явно зависит от поля  $h_{\mu\nu}$ . Интерпретируем эту особенность утверждением о том, что поле  $h_{\mu\nu}$  порождается полными плотностями и потоками энергии и импульса, а  $t_{\mu\nu}$  есть «тензор» энергии-импульса *лишь самого гравитационного поля*. Это значит, что мы интерпретируем величину

$$\tau^{\nu\lambda} \equiv \eta^{\nu\mu} \eta^{\lambda\nu} [T_{\mu\nu} + t_{\mu\nu}] \quad (7.6.5)$$

как полный «тензор» вещества гравитационного поля. Можно назвать несколько свойств  $\tau^{\nu\lambda}$ , говорящих в пользу такой интерпретации.

А. Величины  $R^{(1)\mu\nu}$  подчиняются линеаризованным тождествам Бианки

$$\frac{\partial}{\partial x^\nu} \left[ R^{(1)\nu\lambda} - \frac{1}{2} \eta^{\nu\lambda} R^{(1)\mu}_\mu \right] \equiv 0. \quad (7.6.6)$$

Следовательно, из уравнения поля (7.6.3) вытекает, что  $\tau^{\nu\lambda}$  локально сохраняется:

$$\frac{\partial}{\partial x^\nu} \tau^{\nu\lambda} = 0. \quad (7.6.7)$$

Заметим, что, хотя  $T^{\nu\lambda}$  подчиняется ковариантному закону сохранения  $T^{\nu\lambda}_{;\nu} = 0$ , который явно описывает обмен энергией между веществом и полем гравитации, величина  $\tau^{\nu\lambda}$  сохраняется в обычном смысле. В частности, для любой конечной системы объема  $V$ , ограниченной поверхностью  $S$ , уравнение (7.6.7) утверждает, что

$$\frac{d}{dt} \int_V \tau^{0\lambda} d^3x = - \int_S \tau^{i\lambda} n_i dS. \quad (7.6.8)$$

Здесь  $n$  — единичная внешняя нормаль к рассматриваемой поверхности. Следовательно, величину

$$P^\lambda \equiv \int_V \tau^{0\lambda} d^3x \quad (7.6.9)$$

можно интерпретировать как полный «вектор» энергии-импульса такой системы, включающей вещество, электромагнитное поле и поле гравитации; при этом  $\tau^{i\lambda}$  — соответствующий поток.

Б. Кроме того, что  $\tau^{v\lambda}$  сохраняется, оно симметрично

$$\tau^{v\lambda} = \tau^{\lambda v}, \quad (7.6.10)$$

и, следовательно,

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} M^{\mu\nu\lambda} = 0, \quad (7.6.11)$$

где

$$M^{\mu\nu\lambda} \equiv \tau^{\mu\lambda} x^\nu - \tau^{\mu\nu} x^\lambda. \quad (7.6.12)$$

Таким образом, можно интерпретировать  $M^{0\nu\lambda}$  и  $M^{i\nu\lambda}$  как плотность и поток полного углового момента

$$J^{\nu\lambda} \equiv \int d^3x M^{0\nu\lambda} = -J^{\lambda\nu}, \quad (7.6.13)$$

который постоянен, если величина  $M^{i\nu\lambda}$  равна нулю на поверхности, ограничивающей объем интегрирования.

В. Можно вычислить  $t_{\mu\nu}$ , разлагая его по степеням  $h$ , и найти, что первый член его *квадратичен*:

$$t_{\mu\nu} = \frac{1}{8\pi G} \left[ -\frac{1}{2} h_{\mu\nu} R^{(1)\lambda}{}_\lambda + \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h^{\rho\sigma} R^{(1)}_{\rho\sigma} + R^{(2)}{}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \eta^{\rho\sigma} R^{(2)}{}_{\rho\sigma} \right] + O(h^3). \quad (7.6.14)$$

Здесь  $R^{(2)}_{\mu\nu}$  — член второго порядка по  $h$  в тензоре Риччи, задаваемый (6.6.2) в виде

$$R^{(2)}{}_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} h^{\lambda\nu} \left[ \frac{\partial^2 h_{\lambda\nu}}{\partial x^\mu \partial x^\lambda} - \frac{\partial^2 h_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda \partial x^\lambda} - \frac{\partial^2 h_{\lambda\nu}}{\partial x^\nu \partial x^\mu} + \frac{\partial^2 h_{\mu\nu}}{\partial x^\nu \partial x^\lambda} \right] + \\ + \frac{1}{4} \left[ 2 \frac{\partial h^\nu{}_\sigma}{\partial x^\nu} - \frac{\partial h^\nu{}_\nu}{\partial x^\sigma} \right] \left[ \frac{\partial h^\sigma{}_\mu}{\partial x^\lambda} + \frac{\partial h^\sigma{}_\lambda}{\partial x^\mu} - \frac{\partial h_{\mu\lambda}}{\partial x_\sigma} \right] - \\ - \frac{1}{4} \left[ \frac{\partial h_{\sigma\lambda}}{\partial x^\lambda} + \frac{\partial h_{\sigma\lambda}}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial h_{\lambda\lambda}}{\partial x^\sigma} \right] \left[ \frac{\partial h^\sigma{}_\mu}{\partial x_\lambda} + \frac{\partial h^\sigma{}_\lambda}{\partial x^\mu} - \frac{\partial h^\lambda{}_\mu}{\partial x_\sigma} \right]. \quad (7.6.15)$$

Можно было бы ожидать, что по аналогии с электродинамикой «тензор» энергии-импульса гравитации будет начинаться с члена,

квадратичного по  $h_{\mu\nu}$ . [Сравните с выражением (2.8.9).] Присутствие в  $t_{\mu\nu}$  членов третьего порядка и выше означает просто, что гравитационное взаимодействие поля тяготения с самим собой также дает вклад в полную энергию и импульс. Конечно, когда гравитационное поле слабо,  $h_{\mu\nu}$  будет малым, так что введение  $t_{\lambda\nu}$  в (7.6.5) (и использование  $\eta$  для опускания индексов) не приводит к каким-нибудь серьезным изменениям в энергии и импульсе физических систем.

Г. Хотя величины  $t_{\mu\nu}$ ,  $\tau^{\lambda}$  и  $M^{\mu\nu\lambda}$  не являются общековариантными, они все же по крайней мере лоренц-ковариантны. Поэтому для замкнутой системы  $P^\lambda$  и  $J^{\nu\lambda}$  не только постоянны, но и являются лоренц-ковариантами (см. § 6 гл. 2).

Д. В начале этого параграфа мы решили работать в системе координат, в которой компоненты  $h_{\mu\nu}$  исчезают на бесконечности. На больших расстояниях от конечной материальной системы, создающей гравитационное поле,  $T_{\mu\nu} = 0$ , а  $t_{\mu\nu}$  порядка  $h^2$ , так что источник в правой части уравнения поля (7.6.3) эффективно сохраняется в конечных областях. Это предполагает, что в большинстве физических ситуаций  $h_{\mu\nu}$  ведут себя на больших расстояниях, как потенциалы в электростатике или в теории тяготения Ньютона, т. е. при  $r \rightarrow \infty$  имеем

$$h_{\mu\nu} = O\left(\frac{1}{r}\right), \quad \frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} = O\left(\frac{1}{r^2}\right), \\ \frac{\partial^2 h_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda \partial x^\rho} = O\left(\frac{1}{r^3}\right). \quad (7.6.16)$$

В этом случае (7.6.14) дает

$$t_{\mu\nu} = O\left(\frac{1}{r^4}\right), \quad (7.6.17)$$

так что интеграл  $\int \tau^{0\lambda} d^3x$ , определяющий полную энергию и импульс, сохраняется. Для этой цели и важно было идентифицировать систему координат с системой, близкой к системе Минковского: если бы  $g_{\mu\nu}$  переходила на бесконечности в метрику сферических полярных координат, то наши определения (7.6.1) и (7.6.4) приводили бы к плотности гравитационной энергии, растущей на бесконечности! (Заметим, однако, что оценки (7.6.16) и (7.6.17) не всегда справедливы. Если система все время излучает гравитационные волны (см. гл. 10), то  $h_{\mu\nu}$  осциллирует так, что  $\partial h_{\mu\nu}/\partial x^\lambda$  и  $\partial^2 h_{\mu\nu}/\partial x^\lambda \partial x^\rho$  имеют тот же самый порядок, что и метрика  $h_{\mu\nu}$ . Это дает бесконечную полную энергию, которая, как и следовало ожидать, должна содержаться в поле гравитационного излучения, заполняющего все пространство. В этом случае члены, нечетные по  $h_{\mu\nu}$ , ведут себя как  $1/r$  [4].)

Е. По способу построения  $\tau^{\nu\lambda}$  есть явно тот «тензор» энергии-импульса, который мы определяем при измерении гравитационного поля, создаваемого какой-либо системой. Существует много возможных определений «тензора» энергии-импульса поля гравитации, обладающего большинством хороших свойств нашего тензора  $t_{\mu\nu}$  (эти определения обычно основываются на принципе наименьшего действия; см. гл. 12), но  $t_{\mu\nu}$  выделен особой его ролью в (7.6.3), где он фигурирует в качестве источника  $h_{\mu\nu}$ .

Ж. Хотя вычисление  $t_{\mu\nu}$  для конкретных физических проблем может быть затруднительным, к счастью, можно избежать этих вычислений, если все, что мы хотим знать,— это полная энергия и импульс системы. Левая часть уравнения поля (7.6.3) может быть записана в виде

$$R^{(1)\nu\lambda} - \frac{1}{2} \eta^{\nu\lambda} R^{(1)\mu}_{\mu} = \frac{\partial}{\partial x^0} Q^{\rho\nu\lambda}, \quad (7.6.18)$$

где

$$\begin{aligned} Q^{\rho\nu\lambda} \equiv & \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial h^{\mu}_{\mu}}{\partial x_{\nu}} \eta^{\rho\lambda} - \frac{\partial h^{\mu}_{\mu}}{\partial x_{\rho}} \eta^{\nu\lambda} - \frac{\partial h^{\mu\nu}}{\partial x^{\mu}} \eta^{\rho\lambda} + \right. \\ & \left. + \frac{\partial h^{\mu\rho}}{\partial x^{\mu}} \eta^{\nu\lambda} + \frac{\partial h^{\nu\lambda}}{\partial x_{\rho}} - \frac{\partial h^{\rho\lambda}}{\partial x_{\nu}} \right\}. \end{aligned} \quad (7.6.19)$$

Заметим, что  $Q^{\rho\nu\lambda}$  антисимметрично по первым двум индексам

$$Q^{\rho\nu\lambda} = -Q^{\nu\rho\lambda}, \quad (7.6.20)$$

из чего следует дифференциальное тождество (7.6.6). Используя уравнения поля (7.6.3) вместе с (7.6.18), найдем следующее значение полного «вектора» энергии-импульса:

$$P^{\lambda} = -\frac{1}{8\pi G} \int_V \frac{\partial Q^{\rho 0\lambda}}{\partial x^{\rho}} d^3x = -\frac{1}{8\pi G} \int_V \frac{\partial Q^{i0\lambda}}{\partial x^i} d^3x.$$

Применяя затем теорему Гаусса, получаем

$$P^{\lambda} = -\frac{1}{8\pi G} \int Q^{i0\lambda} n_i r^2 d\Omega. \quad (7.6.21)$$

Интеграл здесь берется по большой сфере радиусом  $r$ ;  $\mathbf{n}$  — внешняя нормаль к ней, а  $d\Omega$  — бесконечно малый элемент телесного угла, т. е.

$$r \equiv (x_i x_i)^{1/2}, \quad n_i \equiv \frac{x_i}{r},$$

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi.$$

(По повторяющимся латинским индексам производится суммирование по значениям 1, 2, 3.) Более подробно полная энергия и им-

пульс с помощью (7.6.19) и (7.6.21) записываются так:

$$P^j = -\frac{1}{16\pi G} \int \left\{ -\frac{\partial h_{kk}}{\partial t} \delta_{ij} + \frac{\partial h_{k0}}{\partial x^k} \delta_{ij} - \frac{\partial h_{j0}}{\partial x^i} + \frac{\partial h_{ij}}{\partial t} \right\} n_i r^2 d\Omega, \quad (7.6.22)$$

$$P^0 = -\frac{1}{16\pi G} \int \left\{ \frac{\partial h_{jj}}{\partial x^i} - \frac{\partial h_{ij}}{\partial x^j} \right\} n_i r^2 d\Omega. \quad (7.6.23)$$

По аналогии «тензор» полного углового момента (7.6.13)

$$J^{v\lambda} = \int d^3x (x^v \tau^{0\lambda} - x^\lambda \tau^{0v}) = \frac{-1}{8\pi G} \int d^3x \left( x^v \frac{\partial Q^{i0\lambda}}{\partial x^i} - x^\lambda \frac{\partial Q^{i0v}}{\partial x^i} \right).$$

Как отмечалось в § 9 гл. 2, представляющие физический интерес компоненты  $J^{v\lambda}$  — это три независимые чисто пространственные компоненты

$$J_1 \equiv J^{23}, \quad J_2 \equiv J^{31}, \quad J_3 \equiv J^{12}.$$

Используя, как и выше, теорему Гаусса, находим эти компоненты в виде

$$J^{jh} = -\frac{1}{16\pi G} \int \left\{ -x_j \frac{\partial h_{0k}}{\partial x^i} + x_k \frac{\partial h_{0j}}{\partial x^i} + x_j \frac{\partial h_{ki}}{\partial t} - x_k \frac{\partial h_{ji}}{\partial t} + h_{0k} \delta_{ij} - h_{0j} \delta_{ik} \right\} n_i r^2 d\Omega. \quad (7.6.24)$$

Таким образом, для того чтобы вычислить полный импульс, энергию и угловой момент произвольной конечной системы, необходимо знать асимптотическое поведение  $h_{\mu\nu}$  на больших расстояниях.

З. Было показано, что  $P^0$  всегда положительно и принимает нулевое значение только в пустом пространстве, свободном от всякой материи [5—8].

И. Хотя  $\tau^{v\lambda}$  не является тензором, а  $P^\lambda$  — вектором, полная энергия и импульс обладают важным свойством инвариантности при любых преобразованиях координат, сводящихся на бесконечности к тождественным. Такие преобразования должны иметь форму

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = x^\mu + \varepsilon^\mu(x),$$

где  $\varepsilon^\mu(x)$  исчезает при  $r \rightarrow \infty$ , хотя на конечных расстояниях  $\varepsilon^\mu(x)$  не обязательно мало. Метрический тензор в новой системе координат равен

$$g'^{\mu\nu} = g^{\rho\sigma} \left( \delta^\mu_\rho + \frac{\partial \varepsilon^\mu}{\partial x^\rho} \right) \left( \delta^\nu_\sigma + \frac{\partial \varepsilon^\nu}{\partial x^\sigma} \right).$$

При  $r \rightarrow \infty$  как  $\varepsilon^\mu$ , так и  $h_{\mu\nu}$  малы, а потому мы можем вычислить  $g'^{\mu\nu}$  в первом порядке по  $\varepsilon^\mu$  и  $h_{\mu\nu}$ , полагая  $g^{\rho\sigma} \simeq \eta^{\rho\sigma} - h^{\rho\sigma}$

и производя разложение по малым параметрам. Это дает

$$g'^{\mu\nu} \simeq \eta^{\mu\nu} - h'^{\mu\nu},$$

где

$$h'^{\mu\nu} = h^{\mu\nu} - \frac{\partial \varepsilon^\mu}{\partial x_\nu} - \frac{\partial \varepsilon^\nu}{\partial x_\mu}.$$

Тогда изменение величины (7.6.19), создаваемое таким преобразованием координат, равно при  $r \rightarrow \infty$

$$\Delta Q^{\rho\nu\lambda} = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{\partial^2 \varepsilon^\mu}{\partial x^\mu \partial x_\nu} \eta^{\rho\lambda} + \frac{\partial^2 \varepsilon^\mu}{\partial x^\mu \partial x_\rho} \eta^{\nu\lambda} + \square^2 \varepsilon^\nu \eta^{\rho\lambda} - \right. \\ \left. - \square^2 \varepsilon^\rho \eta^{\nu\lambda} - \frac{\partial^2 \varepsilon^\nu}{\partial x_\rho \partial x_\lambda} + \frac{\partial^2 \varepsilon^0}{\partial x_\nu \partial x_\lambda} \right\},$$

или

$$\Delta Q^{\rho\nu\lambda} = \frac{\partial}{\partial x^\sigma} D^{\sigma\rho\nu\lambda},$$

где

$$D^{\sigma\rho\nu\lambda} \equiv \frac{1}{2} \left\{ -\frac{\partial \varepsilon^\sigma}{\partial x_\nu} \eta^{\rho\lambda} + \frac{\partial \varepsilon^\sigma}{\partial x_\rho} \eta^{\nu\lambda} + \frac{\partial \varepsilon^\nu}{\partial x_\sigma} \eta^{\rho\lambda} - \frac{\partial \varepsilon^\rho}{\partial x_\sigma} \eta^{\nu\lambda} - \right. \\ \left. - \frac{\partial \varepsilon^\nu}{\partial x_\rho} \eta^{\sigma\lambda} + \frac{\partial \varepsilon^\rho}{\partial x_\nu} \eta^{\sigma\lambda} \right\}.$$

Заметим, что  $D$  полностью антисимметрично по первым трем его индексам

$$D^{\sigma\rho\nu\lambda} = -D^{\rho\sigma\nu\lambda} = -D^{\sigma\nu\rho\lambda} = -D^{\nu\rho\sigma\lambda},$$

и, следовательно, изменение поверхностного интеграла вычисляется так:

$$\Delta P^\lambda = -\frac{1}{8\pi G} \int \left( \frac{\partial D^{\sigma i 0\lambda}}{\partial x^\sigma} \right) n_i r^2 d\Omega = \\ = -\frac{1}{8\pi G} \int \left( \frac{\partial D^{j i 0\lambda}}{\partial x^j} \right) n_i r^2 d\Omega,$$

или, применяя снова теорему Гаусса, получаем

$$\Delta P^\lambda = -\frac{1}{8\pi G} \int \left( \frac{\partial^2 D^{j i 0\lambda}}{\partial x^i \partial x^j} \right) d^3x = 0. \quad (7.6.25)$$

В качестве следствия отметим, что  $P^\lambda$  преобразуется как 4-вектор при любых преобразованиях, оставляющих неизменной метрику  $\eta_{\mu\nu}$  на бесконечности, поскольку любые такие преобразования могут быть выражены как произведение преобразования Лоренца

$x^\mu \rightarrow \Lambda^\mu_\nu x^\nu + a^\mu$  (при котором  $P^\lambda$  преобразуется как 4-вектор; см. пункт Г) на преобразование, становящееся на бесконечности тождественным (и, следовательно, не изменяющее  $P^\lambda$ ).

К. Если вещество в нашей системе разделяется на отдельные *удаленные* подсистемы  $S_n$ , гравитационное поле можно вычислить приближенно, записывая  $h_{\mu\nu}$  в виде суммы полей  $h_{\mu\nu}^n$ , создаваемых каждой подсистемой отдельно. (Интерференционными членами между различными  $h_{\mu\nu}^n$  в  $t_{\mu\nu}$  можно пренебречь, поскольку в любом месте, где одно из  $h_{\mu\nu}^n$  велико, все другие поля малы.) Тогда, используя способ вычисления  $P^\lambda$ , приведенный в пункте Д, можно полную энергию и импульс представить как сумму значений  $P_n^\lambda$  для каждой системы отдельно.

Определляемый выражением (7.6.9) «вектор» энергии-импульса  $P^\lambda$  сохраняется, является лоренцевым 4-вектором и обладает свойством аддитивности. Какие вопросы могут еще возникнуть? Любые четыре величины, обладающие указанными свойствами, определены единственным образом и являются обычным импульсом и энергией (что формально можно показать, применяя законы сохранения к акту столкновения, в котором удаленные подсистемы сталкиваются, взаимодействуют и затем уходят снова на бесконечность [9]).

Аргументы, приведенные в этом параграфе, можно рассматривать в обратном порядке, что приведет к еще одному выводу уравнений поля Эйнштейна [10–12]. Предположим, что нам надо построить уравнения дальнодействующего поля со спином 2. Общее теоретико-групповое рассмотрение требует, чтобы они имели форму (см., например, [13])

$$R^{(1)}{}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} R^{(1)\lambda}{}_\lambda = \Theta_{\mu\nu}, \quad (7.6.26)$$

где  $\Theta_{\mu\nu}$  — некая функция источника, которая благодаря тождествам (7.6.6) должна сохраняться:

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \Theta_{\mu\nu} = 0. \quad (7.6.27)$$

Неправильно было бы считать  $\Theta_{\mu\nu}$  пропорциональной тензору энергии-импульса  $T_{\mu\nu}$  одного вещества, поскольку вещество может обмениваться энергией и импульсом с гравитационным полем и, следовательно,  $T_{\mu\nu}$  не удовлетворяет уравнению (7.6.27). Необходимо ввести в  $\Theta_{\mu\nu}$  члены, включающие само  $h$ . Когда эти члены вычисляются с помощью условия (7.6.27), мы приходим к выводу, что уравнения поля (7.6.26) должны иметь вид (7.6.3), эквивалентный тому, что мы имеем в теории Эйнштейна. Теперь вернемся к замечанию, сделанному в начале этой главы, о том что, главное различие электромагнитных и гравитационных полей состоит в том, что источником электромагнитного по-

тенциала  $A^\alpha$  служит сохраняющийся ток  $J^\alpha$ , который не включает  $A^\alpha$ , поскольку само электромагнитное поле не заряжено, в то время как источником гравитационного поля  $h_{\mu\nu}$  является сохраняющийся «тензор»  $\tau^{\mu\nu}$ , который *должен* содержать  $h_{\mu\nu}$ , поскольку гравитационное поле само *переносит* энергию и импульс.

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

- Bruhat Y.*, The Cauchy Problem, в книге Gravitation: An Introduction to Current Research, ed. L. Witten, Wiley, 1962, p. 130.  
*Lichnerowicz A.*, Relativistic Hydrodynamics and Magnetohydrodynamics, W. A. Benjamin, 1967, Ch. 1.  
*Trautman A.*, Conservation Laws in General Relativity, в книге Gravitation: An Introduction to Current Research (см. выше), p. 169.

См. также библиографию к гл. 3.

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Einstein A.*, Sitz. Preuss. Akad. Wiss., **142** (1917) (см. перевод: Эйнштейн С., Собрание научных трудов, «Наука», 1965, т. 1, стр. 601).
2. *Brans C. H.*, *Dicke R. H.* Phys. Rev., **124**, 925 (1961).
3. *Dicke R. H.*, Phys. Rev., **125**, 2163 (1962).
4. *Arnowitt R.*, *Deser S.*, *Misner C.*, цитируется в книге *Misner C.*, Proceedings of the Conference on the Theory of Gravitation, Gautier-Villars, 1964, p. 189.
5. *Brill D. R.*, *Deser S.*, Ann. Phys. (N. Y.), **50**, 542 (1968).
6. *Deser S.*, Nuovo Cimento, **55B**, 593 (1968).
7. *Brill D.*, *Deser S.*, Phys. Rev. Lett., **20**, 8 (1968).
8. *Brill D.*, *Deser S.*, *Faddeev L.*, Phys. Lett., **26A**, 538 (1968).
9. *Einstein A.*, Bull. Am. Mat. Soc., 223 (April 1935). (см. перевод: Эйнштейн А., Собрание научных трудов, «Наука», 1966, т. 2, стр. 416).
10. *Gupta S. N.*, Proc. Phys. Soc., **A65**, 161, 608 (1952); Phys. Rev., **96**, 1683 (1954); Rev. Mod. Phys., **29**, 334 (1957).
11. *Thirring W.*, Ann. Phys. (N. Y.), **16**, 96 (1961).
12. *Deser S.*, Gen. Rel. and Grav., **1**, 9 (1970).
13. *Weinberg S.*, Phys. Rev., **138**, 988 (1965).