Хотим мы знать, о да, хотим мы знать,
Каким же может оказаться этот мир.

В. Ш. Джилберт, Микадо

Глава 14
КОСМОГРАФИЯ

Современная наука началась тогда, когда открыли, что Земля не есть центр Вселенной. Антиантропоцентризм стал частью научного мышления, и никто не станет теперь считать всерьез, что Земля, или Солнечная система, или наша Галактика, или наша Местная Группа галактик занимают какое-то выделенное положение в космосе. Интуиция ведет нас скорее в направлении прямо противоположном. Большая часть современной космологической теории строится на космологическом принципе, т. е. на гипотезе о том, что все положения во Вселенной, по существу, эквивалентны. Однородность Вселенной, конечно, нужно представлять себе по аналогии с однородностью газа: нельзя говорить об однородности в малых частях; однородна лишь «размазанная» Вселенная, усредненная по ячейкам размером 10^8—10^9 световых лет, которые настолько велики, что вмещают много скоплений галактик. Вместе с тем мы видим, что Вселенная сферически-симметрична относительно нас, а это в рамках космологического принципа приводит к предположению об изотропности «размазанной» Вселенной в каждой точке.

Все же остается вопрос: была ли Вселенная сферически-симметричной и однородной во все моменты времени или же это просто временное явление на данной фазе ее развития? Есть интересное предположение (оно обсуждается в § 11 гл. 15) о том, что, возможно, Вселенная была крайне анизотропна в течение некоторой ранней плотной фазы, но с тех пор эта анизотропия сильно уменьшилась из-за вязкости нейтринного газа и из-за других диссипативных процессов. Однако даже в такого рода теориях Вселенная в высшей степени изотропна и однородна на протяжении всей той части ее истории, которая непосредственно доступна астрономическим наблюдениям.

В этой главе будет построена и использована математическая схема описания Вселенной, целиком основанная на космологическом принципе и на тех разделах общей теории относительности, которые следуют только из принципа эквивалентности (они изложены в гл. 2—6 и 13). Сначала будет показано, что космологический принцип позволяет полностью выразить метрику космоса через «радиус» $R(t)$ и константу k, принимающую три значения,

28—0788

как в (13.5.32). Затем мы увидим, что астрономические наблюдения можно интерпретировать как измерения $R(t)$ и k.

Этот по сути кинематический подход, пионерами которого в 30-е годы были Робертсон [1] и Уокер [2], не полон в том смысле, что он не помогает в установлении *априорного* вида функции $R(t)$. Чтобы вычислить $R(t)$, нужно сделать какое-либо допущение о том, из чего состоит Вселенная, и затем получить метрику Робертсона — Уокера в качестве решения уравнений поля Эйнштейна, как это было сделано впервые А. Фридманом [3] в 1922 г. Обсуждение материального содержимого Вселенной и использование уравнений Эйнштейна мы отложим до следующей главы, посвященной космологии.

Почему нужно различать космографию и космологию? Причина в том, что мы не знаем уравнения состояния материи и излучения во Вселенной на протяжении всей ее истории, а если бы даже и знали, то не могли бы быть уверены, что и уравнения Эйнштейна действительно применимы для космологических времен и расстояний. Модификации уравнений поля или уравнения состояния, такие, как введение поля Бранса — Дикке, космологической постоянной или высокой концентрации нейтрино и гравитонов, могут повлиять на вид функции $R(t)$ и забраковать простейшее решение Фридмана, но при этом от нас не потребуется никаких изменений в той описательной схеме, которая изложена в этой главе.

Остается еще возможность, что Вселенная все же не однородна и не изотропна. Она могла бы быть однородной, но не изотропной, как в модели Геделя [4] [1]). Однако космическое микроволновое излучение, о котором говорится в гл. 15, в высшей степени изотропно (как показано в предыдущей главе, Вселенная не может быть изотропной в каждой точке, не будучи однородной). Более радикальная точка зрения состоит в том, что «сглаженной» Вселенной вообще не существует, а есть только скопления галактик, скопления скоплений, скопления скоплений скоплений и т. д., как в иерархической модели, предложенной Шарлье [6] в 1908 г. Вокулёром [7] были выдвинуты эмпирические аргументы в пользу таких сверхскоплений, но из работ Цвикки [8, 9], Эйбела [10] и Оорта [11] вытекает, что эта иерархия завершается скоплениями галактик или, самое большее, скоплениями скоплений галактик, и нет никаких данных, свидетельствующих о неоднородностях большего масштаба.

Все же мы следуем здесь космологическому принципу, но не потому, что считаем его безусловно верным, а скорее потому, что он позволяет использовать крайне скудные данные, предоставляемые

---

[1]) Общая классификация однородных анизотропных пространств дана в работе [5].

космологии наблюдательной астрономией. Если бы мы сделали более слабые допущения, как в анизотропной или иерархической моделях, то метрика содержала бы столько неопределенных функций (независимо от того, используются или нет уравнения поля), что эти наблюдательные данные оказались бы безнадежно недостаточными для определения метрики. Напротив, следуя ограничительной математической схеме, изложенной в этой главе, мы будем располагать реальной возможностью сопоставить теорию и наблюдение. Если данные наблюдений не уложатся в эту схему, мы сможем прийти к выводу, что неверен или космологический принцип, или принцип эквивалентности. Нет ничего, что могло бы быть интереснее.

§ 1. Космологический принцип

Космологический принцип есть гипотеза о том, что Вселенная пространственно однородна и изотропна. Прежде чем применять этот принцип, следует сформулировать в точных математических понятиях наши интуитивные представления об однородности и изотропии.

Во-первых, остановимся на какой-нибудь конкретной пространственно-временной координатной системе типа тех, которые могли бы быть использованы земными космографами. Пространственные координаты x^i можно выбрать так, чтобы начало $x^i = 0$ было в центре Млечного Пути, координатные оси были направлены вдоль луча зрения от Млечного Пути к каким-либо типичным удаленным галактикам, а шкала расстояний определялась видимой светимостью удаленных галактик или других подходящих объектов при наблюдении с Млечного Пути. При определении временной координаты удобно использовать в качестве часов саму развивающуюся Вселенную. Считается, что некоторые космические скалярные поля, такие, как плотность собственной энергии ρ или температура излучения черного тела T_γ (гл. 15), везде монотонно убывают со временем; выберем любое из них, скажем скаляр S, и пусть временем события будет значение любой заданной убывающей функции $t(S)$ этого скаляра *в месте* и в момент события. (Мы должны будем вернуться к вопросу об определении времени, когда станем рассматривать стационарную модель Вселенной в § 8 этой главы.) Определенные таким образом координаты x, t будем называть *эталонной космической координатной системой.*

Космологический принцип может быть сформулирован как утверждение о существовании эквивалентных координатных систем. Допустим, что мы пользуемся эталонной космической координатной системой при выполнении астрономических наблюдений, определяющих (не важно как!) метрический тензор $g_{\mu\nu}$, тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu}$ и другие космические поля как функции стандартных космических координат x^μ. Некоторый другой набор пространственно-временных координат x'^μ можно считать *эквивалентным* космическим эталонным координатам x^μ, если вся история Вселенной выглядит в координатной системе x'^μ так же, как и в эталонной космической системе.

Это означает, что зависимость от x'^μ любого космического поля $g'_{\mu\nu}(x')$, $T'_{\mu\nu}(x')$ и т. д. должна выражаться той же функцией, что и зависимость соответствующих величин $g_{\mu\nu}(x)$, $T_{\mu\nu}(x)$ и т. д. от стандартных координат x^μ, т. е. в каждой *координатной* точке y^μ мы должны иметь

$$g_{\mu\nu}(y) = g'_{\mu\nu}(y), \tag{14.1.1}$$

$$T_{\mu\nu}(y) = T'_{\mu\nu}(y) \quad \text{и т. д.} \tag{14.1.2}$$

На языке предыдущей главы, (14.1.1) означает, что координатное преобразование $x \to x'$ должно быть *изометрией*, а (14.1.2) означает, что $T_{\mu\nu}$ и т. п. должны быть *форминвариантными* при этих преобразованиях.

В частности, равенство (14.1.2) должно выполняться и для скаляра S, использованного для определения нашего эталонного космического времени t. Поскольку S (по определению) — функция только от t и скаляр, то (14.1.2) для S при $y = x'$ запишется в виде

$$S(t') = S'(x') \equiv S(x) = S(t),$$

и, таким образом,

$$t' = t. \tag{14.1.3}$$

Во всех системах координат, эквивалентных эталонной космической системе, с необходимостью используется эталонное космическое время.

Предположение о пространственной изотропии может быть сформулировано теперь как требование существования зависящего от трех независимых параметров θ^1, θ^2, θ^3 семейства координатных систем $x'^\mu(x;\theta)$, эквивалентных эталонной космической системе и имеющих общее начало, т. е.

$$x'^i(0,\ t;\ \theta) = 0. \tag{14.1.4}$$

Мы склонны воспринимать эти три параметра θ^n как углы Эйлера, определяющие ориентацию координатных осей x'^i относительно координатных осей x^i, но в такой определенности нет необходимости; важно лишь, чтобы было *три* независимых параметра. (При формулировании этого предположения мы неявно подразумеваем, что привилегированная лоренцева система отсчета, в которой Вселенная выглядит изотропной, случайно оказывается в какой-то мере совпадающей с нашей Галактикой.)

Несколько сложнее сформулировать предположение об однородности. Очевидно, однородность не означает, что любой объект можно выбрать в качестве начала: все-таки, для наблюдателя, удаляющегося от Млечного Пути со скоростью, равной половине скорости света, Вселенная выглядит иначе, чем для нас! Самое большее мы можем рассчитывать на то, что каждая точка в пространстве-времени лежит на некоторой «фундаментальной траектории» $x^i = X^i(t)$, которая может служить началом системы координат x'^{μ}, эквивалентной стандартной космической системе. (Это тесно связано с постулатом, называемым принципом Вейля, который используется в некоторых формулировках космологии.) Млечный Путь представляется довольно обычной галактикой, более или менее покоящейся относительно ближайших соседей, и поэтому можно ожидать, что фундаментальные траектории $\mathbf{X}(t)$ довольно хорошо определены движениями типичных составляющих космического газа галактик. Однако все это никак не является существенной частью предположения об однородности. Важно следующее: поскольку $\mathbf{X}(t)$ в каждый момент t заполняют все пространство, они задаются *тремя* независимыми параметрами a^i, за которые можно принять, например, значения $a^i \equiv \equiv X^i(t)$ функций $X^i(t)$ в некоторый заданный момент $t = T$. Таким образом, однородность означает, что имеется трехпараметрическое множество координат $\bar{x}'^{\mu}(x;\, a)$, которые эквивалентны стандартным космическим координатам x^{μ} и имеют началом траекторию $x^i = X^i(t;\, a)$, т. е.

$$\bar{x}'^{i}(\mathbf{X}(t;\, a),\ t;\, a) = 0. \tag{14.1.5}$$

Точнее, $\mathbf{X}(t;\, a)$ — это траектории привилегированных наблюдателей, для которых Вселенная выглядит изотропной.

Итак, мы видим, что космологический принцип приводит к двум независимым трехпараметрическим семействам координатных преобразований $x \to x'$, $x \to \bar{x}'$, которые являются изометриями в смысле равенства (14.1.1) и которые, согласно (14.1.3), оставляют временную координату инвариантной. Следовательно, Вселенная удовлетворяет требованиям, наложенным (§ 5 гл. 13) на четырехмерное пространство с максимально симметричным подпространством $t = \text{const}$.

Чтобы увидеть это в деталях, обратимся к случаю инфинитезимальных преобразований, полагая θ^i и a^i близкими нулю. Тогда имеются две тройки «векторов Киллинга» $\xi_j^{\mu}(x)$ и $\bar{\xi}_j^{\mu}(x)$:

$$\xi_j^i(x) \equiv \left.\frac{\partial x'^i(x;\, \theta)}{\partial \theta^j}\right|_{\theta=0}, \quad \xi_j^t(x) \equiv 0, \tag{14.1.6}$$

$$\bar{\xi}_j^i(x) \equiv \left.\frac{\partial \bar{x}'^i(x;\, a)}{\partial a^j}\right|_{a=0}, \quad \bar{\xi}_j^t(x) \equiv 0. \tag{14.1.7}$$

Нужно только показать, что эти шесть векторов независимы. Допустим, что они удовлетворяют линейному соотношению

$$\sum_j c^j(t)\,\xi^i_j(x) + \sum_j \bar{c}^j(t)\,\bar{\xi}^i_j(x) = 0. \tag{14.1.8}$$

Согласно уравнениям (14.1.4) и (14.1.5), имеем

$$\xi^i_j(0,\ t) = 0, \tag{14.1.9}$$

$$\bar{\xi}^i_j(0,\ t) = -\left.\frac{\partial X^i(t,\ a)}{\partial a^j}\right|_{a=0}, \tag{14.1.10}$$

так что при $x^i = 0$ соотношение (14.1.8) имеет вид

$$\sum_j \bar{c}^j(t)\left(\frac{\partial X^i(t,\ a)}{\partial a^j}\right)_{a=0} = 0.$$

Поскольку a^i — независимые параметры, отсюда следует, что

$$\bar{c}^j(t) = 0. \tag{14.1.11}$$

Вновь обращаясь к (14.1.8) и (14.1.6), получаем теперь

$$\sum_j c^j(t)\left(\frac{\partial x'^i(x;\ \theta)}{\partial \theta^j}\right)_{\theta=0} = 0,$$

и, так как θ^i — независимые параметры, отсюда следует, что

$$c^j(t) = 0. \tag{14.1.12}$$

Таким образом, имеется шесть независимых векторов Киллинга с $\xi^t = 0$, т. е. максимально возможное число (§ 1 гл. 13) при трех измерениях.

В заключение можно сформулировать космологический принцип на языке гл. 13 следующим образом:

1. Гиперповерхности постоянного стандартного космического времени суть максимально симметричные подпространства всего пространства-времени в целом.

2. Не только метрика $g_{\mu\nu}$, но и все космические тензоры, такие, как $T_{\mu\nu}$, форминвариантны относительно изометрий этих подпространств.

§ 2. Метрика Робертсона — Уокера

Формулировка космологического принципа, данная в предыдущем параграфе, позволяет нам применить результаты, полученные в § 5 гл. 13, для пространств с максимально симметричными подпространствами. Ясно сразу, что можно выбрать такие координаты r, θ, ϕ, t, что метрика запишется в виде

$$d\tau^2 = dt^2 - R^2(t)\left\{\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2\,d\theta^2 + r^2\sin^2\theta\,d\phi^2\right\}, \tag{14.2.1}$$