Оказывается, однако, что эти результаты противоречат наблюдениям [1]). Свидетельствующие об этом обозрения радиоисточников приведены в табл. 14.1. Они приводят к функции $N(>S, \nu)$, которая убывает с ростом S (при $S > 5\cdot 10^{-26}$ Вт·м$^{-2}$·Гц$^{-1}$) приблизительно как $S^{-1,8}$ и определенно *быстрее*, чем $S^{-3/2}$ [79, 80] [2]). Из этого следует вывод, что эволюцию учитывать нужно. Согласно (14.7.29), для того чтобы $N(>S, \nu)$ убывало как $S^{-3/2}$, требуется выполнение неравенства

$$\beta_0 < -2\alpha_0 - 5 \approx 6{,}5, \tag{14.7.36}$$

из чего следует, что плотность числа источников должна убывать быстрее, чем $R(t)^{-6,5}$.

К аналогичному выводу приводят подсчеты числа радиоисточников как функции их углового диаметра. Исходя из распределения размеров радиоисточников в каталоге 3С, Лонгейр и Пули [83] вычислили, какого распределения угловых диаметров следует ожидать у более слабых источников из каталога 5С. Их результат не согласуется с наблюдениями, каким бы ни выбиралось значение параметра q_0, характеризующего уменьшение истинной плотности числа источников вследствие эволюции.

Если эволюция столь существенна, сколь это следует из подсчетов источников, мы, очевидно, не можем узнать много о $R(t)$ из этих подсчетов. Мы вернемся к программе применения подсчета источников для изучения эволюции источников в следующей главе, где мы рассмотрим динамическую модель для масштабной функции $R(t)$.

§ 8. Стационарная космологическая модель

До сих пор мы следовали «космологическому принципу», утверждающему, что Вселенная пространственно изотропна и однородна. Т. Бонди и Г. Голд [84] пошли дальше и предположили, что во Вселенной выполняется «абсолютный космологический принцип», согласно которому Вселенная выглядит одинаково не только во всех точках и во всех направлениях, но также и *во все моменты времени*. Это предположение приводит к *стационарной модели Вселенной*. Приблизительно одновременно с Бонди и Голдом такую же модель предложил Ф. Хойл [85], который ввел изменения в структуру тензора энергии-импульса, входящего в уравнение Эйнштейна. Здесь мы будем следовать подходу Бонди и Голда как более соответствующему общему духу этой главы, но позже вернемся к теории Хойла (в последней главе).

---

[1]) Обсуждение подсчетов галактик в оптической астрономии см. в работе [78].

[2]) Результаты подсчетов источников на более высоких частотах (они, по-видимому, согласуются с законом $S^{-3/2}$) см. в [81, 82].

В § 6 этой главы было показано, что «постоянная» Хаббла $\dot{R}(t_0)/R(t_0)$ является наблюдаемым параметром и, следовательно, в стационарной модели она не должна зависеть от момента времени наблюдения t_0. Обозначая через H это не зависящее от t_0 значение постоянной Хаббла, имеем

$$\frac{\dot{R}(t)}{R(t)} = H \quad \text{при всех } t,$$

и отсюда

$$R(t) = R(t_0) \exp\{H(t - t_0)\}. \tag{14.8.1}$$

В этой модели параметр замедления принимает постоянное значение

$$q \equiv -\frac{\ddot{R}R}{\dot{R}^2} = -1. \tag{14.8.2}$$

Чтобы определить k, обратимся к общему соотношению (14.6.22) между $R(t)$ и функцией фотометрического расстояния от красного смещения $d_\text{ф}(z)$; теперь это соотношение запишется следующим образом:

$$t_0 - t = \int\limits_0^{\{\exp[H(t_0-t)]-1\}} dz\,(1+z)^{-1}\left[1 - kR^{-2}(t_0) \times \right.$$
$$\left. \times (1+z)^{-2} d_\text{ф}^2(z)\right]^{1/2} \frac{d}{dz}\left[(1+z)^{-1} d_\text{ф}(z)\right]. \tag{14.8.3}$$

Поскольку функция $d_\text{ф}(z)$ наблюдаемая, она не может теперь зависеть от t_0. Поэтому, чтобы интеграл зависел только от $t - t_0$, а не от t и t_0 по отдельности, необходимо, чтобы

$$k = 0. \tag{14.8.4}$$

Следовательно, метрика имеет вид

$$d\tau^2 = dt^2 - R^2(t_0)\, e^{2H(t-t_0)} \{dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta\, d\phi^2\}. \tag{14.8.5}$$

Этот вывод может встретить возражения на том основании, что метрика (14.8.5) получена как особый случай метрики Робертсона — Уокера, вывод которой в § 1 и 2 этой главы был основан на определении космологического времени, не имеющем смысла для неразвивающейся Вселенной. Этого затруднения можно избежать, если рассматривать (14.8.5) как предельный случай метрики Вселенной, скорость эволюции которой очень мала. Более удовлетворительный подход состоит в том, чтобы получить (14.8.5), исходя непосредственно из предположения, что все четырехмерное пространство-время максимально симметрично. Это предположение, как показано в § 3 гл. 13, приводит к метрике (13.3.41), которая отличается от метрики (14.8.5) лишь тем, что в ней множитель $R(t_0)\exp(-Ht_0)$ включен в радиальную координату r. Из сравнения (13.3.41) и (14.8.5) видно, что постоянная риманова кривизна четырехмерного пространства-времени в стационарной космологической модели

$$K = H^2. \tag{14.8.6}$$

Пространство-время искривлено, хотя *пространство* плоское. Наиболее замечательной особенностью стационарной модели является не ее метрика, а необходимость *непрерывного рождения* вещества. Согласно (14.2.21), собственное расстояние между любыми двумя сопутствующими галактиками растет как $R(t)$ и, следовательно, если требуется, чтобы среднее число галактик в единице объема было постоянным, то должны возникать новые галактики, заполняющие «пустоты» в расширяющейся сопутствующей системе координат.

Чтобы формально описать это, вспомним, что в сопутствующей системе координат r, θ, ϕ, t вектор тока галактик и полный тензор энергии-импульса определяются формулами (14.2.11) — (14.2.14):

$$J_G{}^\mu = n_G U^\mu,$$

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)\, U^\mu U^\nu + p g^{\mu\nu}$$

причем $U^t = 1$, $U^r = U^\theta = U^\phi = 0$. В соответствии с идеей стационарной модели мы должны теперь считать n_G, p и ρ постоянными в пространстве и во времени; тогда $J_G{}^\mu$ и $T^{\mu\nu}$ не сохраняются:

$$J_G{}^\mu{}_{;\mu} = R^{-3}(t) \frac{\partial}{\partial t} (R^3(t)\, J_G{}^t) = 3 n_G H, \tag{14.8.7}$$

$$T^{\mu t}{}_{;\mu} = R^{-3}(t) \frac{\partial}{\partial t} (R^3(t)\, [p + \rho]) = 3(p + \rho) H, \tag{14.8.8}$$

т. е. сопутствующий наблюдатель, пользующийся локально-инерциальной системой координат, будет свидетелем рождения галактик со скоростью $3H$ на одну имеющуюся галактику и возникновения энергии с относительной скоростью $3H$ на единицу суммы массы и энтальпии. В грубом приближении нынешняя плотность Вселенной порядка 10^{-6} нуклон/см^3, так что при $H^{-1} = 10^{10}$ лет должно было бы происходить рождение 10^{-16} нуклон/см^3 в год. Стационарная модель ничего не говорит нам ни относительно того, в какой форме появляется рождающееся вещество — в виде водорода или протонов и электронов, или нейтронов,— ни относительно места появления этого нового вещества — в окрестности ли «старого» вещества или в глубинах межгалактического пространства. Однако в ядрах многих галактик, по-видимому, действительно протекают бурные процессы, и эти ядра представляются естественными кандидатами на то, чтобы быть тем местом, где происходит непрерывное творение.

Стационарная космологическая модель дает весьма определенные предсказания относительно корреляции фотометрического расстояния и красного смещения. Согласно (14.3.1), если свет покидает сопутствующий источник в момент t_1 и приходит в начало координат в момент t_0, координата источника r_1 определяется при $k = 0$ равенством

$$r_1 = r(t_1) \equiv \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{R(t)} = H^{-1}R^{-1}(t_0)\{\exp[H(t_0 - t_1)] - 1\}. \quad (14.8.9)$$

Красное смещение такого источника дается формулой (14.3.6)

$$z = \exp[H(t_0 - t_1)] - 1, \quad (14.8.10)$$

и, следовательно, его фотометрическое расстояние в соответствии с (14.4.14) равно

$$d_{\text{ф}}(z) = H^{-1}z(1 + z). \quad (14.8.11)$$

Можно проверить, что формулы (14.8.9) — (14.8.11) согласуются с формулами (14.6.6), (14.6.4) и (14.6.8) при подходящем выборе значения параметра замедления: $q_0 = -1$. Это значение, по-видимому, *не* согласуется с тем q_0, которое получается из наблюдаемой зависимости $d_{\text{ф}}$ от z (см. § 6 этой главы).

Из (14.4.22) и (14.8.11) найдем расстояние по «угловому диаметру» в стационарной модели:

$$d_{\text{угл}}(z) = \frac{H^{-1}z}{1+z}, \quad (14.8.12)$$

откуда видно, что $d_{\text{угл}}(z)$ стремится к конечному пределу H^{-1} при $z \to \infty$. Таким образом, объекты со все большими красными смещениями должны выглядеть все более тусклыми, но их угловые диаметры не должны уменьшаться далее некоторого минимального значения. При $H^{-1} = 3 \cdot 10^9$ пс галактика диаметром 10^4 пс при любом удалении никогда не будет видна под углом зрения, меньшим $0{,}6''$.

При подсчете источников с красным смещением, меньшим чем z, нужно начинать с момента t_z, определяемого уравнением (14.7.8):

$$t_z = t_0 - H^{-1}\ln(1 + z). \quad (14.8.13)$$

Момент времени, с которого начинается подсчет источников с видимой светимостью, большей чем l, задается уравнением (14.7.9), которое с учетом (14.8.9) можно записать в виде

$$\exp[H(t_0 - t_l)]\{\exp[H(t_0 - t_l)] - 1\} = \left(\frac{LH^2}{4\pi l}\right)^{1/2}.$$

Его решением является

$$t_l(L) = t_0 - H^{-1}\ln\left[\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{LH^2}{4\pi l}}\right)^{1/2}\right]. \quad (14.8.14)$$

Интеграл по t_1 в (14.7.7) можно взять, и тогда для числа источников с красным смещением, меньшим чем z, и видимой светимостью, большей чем l, получим

$$N(<z, >l) = \int_0^\infty n(L) \min\{V(t_z),\ V(t_l(L))\}\, dL, \qquad (14.8.15)$$

где объем V определяется как

$$V(t) = \int_t^{t_0} 4\pi r^2(t_1) R^2(t_1)\, dt_1 = 4\pi H^{-3} \Big\{ H(t_0 - t) - \\ - \frac{3}{2} + 2 \exp[-H(t_0 - t)] - \frac{1}{2} \exp[-2H(t_0 - t)] \Big\} \qquad (14.8.16)$$

и $n(L)\,dL$ есть постоянная во времени собственная плотность источников с абсолютными светимостями между L и $L + dL$.

Число источников с красным смещением, меньшим z, получим как частный случай формулы (14.8.15):

$$N(<z) = 4\pi H^{-3} n \left\{ \ln(1+z) - \frac{z(1+3z/2)}{(1+z)^2} \right\}, \qquad (14.8.17)$$

где n — полное число источников:

$$n \equiv \int_0^\infty n(L)\, dL.$$

Этот результат не зависит от каких-либо предположений относительно распределения светимостей источников, а какое-либо изменение во времени плотности источников или распределения светимостей в стационарной Вселенной, конечно, невозможно. Однако из имеющейся в настоящее время ограниченной статистики следует, что (14.8.17) *не* согласуется с наблюдаемым распределением красных смещений квазаров [86]. В частности, наблюдаемое распределение красных смещений квазаров имеет ясно различимый максимум [71] в окрестности $z = 1{,}95$, которого нет у выражения (14.8.17). Все же надо отметить, что вообще наблюдаемое значение $N(>z)$ должно быть меньше, чем теоретическое предсказание (14.8.17), поскольку часть источников не учитывается ввиду чрезмерной малости их радио- или оптической яркости.

В качестве другого частного случая формулы (14.8.15) приведем выражение для числа источников с видимой светимостью, большей чем l:

$$N(>l)=4\pi H^{-3}\int\limits_0^\infty dLn(L)\left\{\ln\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\sqrt{\frac{LH^2}{4\pi l}}\right)^{1/2}\right]-\right.$$
$$-\frac{3}{2}+2\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\sqrt{\frac{LH^2}{4\pi l}}\right)^{1/2}\right]^{-1}-$$
$$\left.-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\sqrt{\frac{LH^2}{4\pi l}}\right)^{1/2}\right]^{-1}\right\}. \qquad (14.8.18)$$

В отличие от $N(<z)$ этот результат зависит от деталей поведения функции распределения $n(L)$.

Для сравнения с наблюдениями значительно интереснее число радиоисточников с яркостью, большей S, на частоте ν. Если все источники имеют одинаковые спектры $P\sim\nu^{-\alpha}$, то, согласно (14.7.15), число таких источников

$$N(>S;\ \nu)=\int\limits_0^\infty n(P,\ \nu)\,V(t_{S\alpha}(P))\,dP, \qquad (14.8.19)$$

где $n(P,\nu)\,dP$ — число источников, истинная мощность которых на частоте ν лежит между P и $P+dP$, $V(t)$ берется из (14.8.16) и $t_{S\alpha}(P)$ определяется уравнением (14.7.16), которое теперь имеет вид

$$\exp\left[\frac{1}{2}(3+\alpha)H(t_0-t_{S\alpha})\right]-$$
$$-\exp\left[\frac{1}{2}(1+\alpha)H(t_0-t_{S\alpha})\right]=\left(\frac{PH^2}{S}\right)^{1/2}. \qquad (14.8.20)$$

При наблюдаемом спектральном индексе $\alpha\approx0{,}7$ нельзя получить явного решения этого уравнения. Все же из (14.8.20), (14.8.19) и (14.8.16) следует, что $N(<S,\nu)$ убывает медленнее, чем $S^{-3/2}$, при всех яркостях источников. Это противоречит сделанным подсчетам, которые дают убывание более быстрое, чем $S^{-3/2}$, если $S>4\cdot10^{-26}$ Вт$\cdot$м$^{-2}\cdot$Гц$^{-1}$ [83], и только при меньших S начинается убывание более медленное, чем $S^{-3/2}$. В предыдущем параграфе было отмечено, что в этом пункте с наблюдениями не согласуются также и результаты нестационарных космологических моделей, но в них это несоответствие можно устранить, вводя эволюцию плотности источников, тогда как в стационарной космологии никакое изменение плотности во времени не допускается.

Проверить правильность полученных нами формул можно следующим образом. Величины $\beta_0(L)$ и $\beta_0(P,\nu)$, определяемые формулами (14.7.22), (14.7.23), в стационарной модели должны быть равны нулю. С учетом этого для спектров вида (14.7.13) и при $q_0=-1$ из (14.7.27) — (14.7.29) получаем числа «близлежащих» источников

$$N(<z) = \frac{4\pi}{3} H^{-3} z^3 n \left\{1 - \frac{9}{4} z + \dots\right\}, \quad (14.8.21)$$

$$N(>l) = \frac{4\pi}{3} (4\pi l)^{-3/2} \int_0^\infty dL n(L) \left\{1 - \frac{21}{4} \left(\frac{LH^2}{4\pi l}\right)^{1/2} + \dots\right\} L^{3/2}, \quad (14.8.22)$$

$$N(>S, \nu) = \frac{4\pi}{3} S^{-3/2} \int_0^\infty dP n(P \ \nu) \times \\ \times \left\{1 - \frac{3}{4}(2\alpha + 5)\left(\frac{PH^2}{S}\right)^{1/2} + \dots\right\} P^{3/2}, \quad (14.8.23)$$

что согласуется со степенными разложениями общих формул (14.8.17) — (14.8.19).

Стационарная модель, по-видимому, не согласуется с зависимостью $d_ф$ от z или с числами источников $N(<z)$ и $N(>S, \nu)$, получаемыми из наблюдений. В некотором смысле это несогласие является достоинством стационарной модели: она является единственной в космологии моделью, предсказания которой настолько определенны, что ее можно отвергнуть даже на основании тех ограниченных наблюдательных данных, которые имеются в нашем распоряжении [1]). Стационарная модель столь притягательна, что многие ее приверженцы все еще пребывают в надежде на то, что аргументы против нее исчезнут при совершенствовании наблюдений. Однако если обсуждаемое в следующей главе космическое микроволновое (реликтовое) излучение действительно является излучением черного тела, то очень трудно усомниться в том, что Вселенная развивалась из некоторого более плотного и более горячего состояния в прошлом.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Там, где не оговаривается иное, астрономические данные берутся из книги Allen C. W., Astrophysical Quantities, 2nd ed., The Athlone Press, 1955. (См. перевод: *К. У. Аллен*, Астрофизические величины, ИЛ 1960.)

Общая космология

Bondi H., Cosmology, Cambridge University Press, 1960.
Davidson W., *Narlikar J. V.*, Cosmological Models and Their Observational Validation, в книге Astrophysics, W. A. Benjamin, 1969.
Heckmann O., *Schucking E.*, Relativistic Cosmology, в книге Gravitation: An Introduction to Current Research, ed. L. Witten, Wiley, 1962, p. 438.