

здесь m — масса частицы и $\rho(t)$ — однородная плотность газа. Кинетическая энергия частицы равна

$$T(t) = \frac{1}{2} m |\dot{\mathbf{x}}(t)|^2 = \frac{1}{2} m |\mathbf{x}(t_0)|^2 \frac{\dot{R}^2(t)}{R^2(t_0)},$$

и, следовательно, ее полная энергия

$$E \equiv T(t) + V(t) = \frac{1}{2} m \frac{|\mathbf{x}(t_0)|^2}{R^2(t_0)} \left[\dot{R}^2(t) - \frac{8\pi G}{3} \rho(t) R^2(t) \right].$$

При постоянном E это равенство совпадает с уравнением (15.1.20), если мы положим, что энергия частицы

$$E = -\frac{1}{2} m \frac{|\mathbf{x}(t_0)|^2}{R^2(t_0)} k. \quad (15.1.26)$$

Если $k = -1$, то $E > 0$ и тяготение не может воспрепятствовать рассеянию газа в бесконечность с конечной асимптотической скоростью. При $k = 0$ имеем $E = 0$, и газ все еще может неограниченно расширяться. Если $k = +1$, то $E < 0$ и расширение рано или поздно прекратится и сменится сжатием.

Хотя ньютоновская космология может воспроизвести главные результаты, получаемые из уравнений Эйнштейна, она существенно неполна по нескольким причинам. Мы вынуждены пренебрежение всей материей вне сферы радиусом $|\mathbf{x}(t)|$ при вычислении гравитационного потенциала в точке $\mathbf{x}(t)$. Мы не имеем права пользоваться ньютоновской механикой, когда среда сама состоит из частиц с релятивистскими *локальными* скоростями. Наконец, только в рамках общей теории относительности мы можем правильно интерпретировать наблюдения световых сигналов в терминах космического масштабного фактора $R(t)$.

§ 2. Плотность и давление во Вселенной в настоящее время

Давление и плотность энергии во Вселенной в настоящий момент времени задаются уравнениями (15.1.18) и (15.1.19):

$$\rho_0 = \frac{3}{8\pi G} \left(\frac{k}{R_0^2} + H_0^2 \right), \quad (15.2.1)$$

$$p_0 = -\frac{1}{8\pi G} \left[\frac{k}{R_0^2} + H_0^2 (1 - 2q_0) \right]. \quad (15.2.2)$$

Здесь R_0 — нынешнее значение космического масштабного фактора $R(t)$, H_0 и q_0 — постоянная Хаббла и параметр замедления, определенные в § 3 гл. 14 как современные значения \dot{R}/R и $-R\ddot{R}/\dot{R}^2$. Из (15.2.1) следует, что пространственная кривизна k/R^2 положительна или отрицательна в зависимости от того,

больше или меньше ρ_0 , чем критическая плотность¹⁾

$$\rho_{\text{кр}} \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 1,1 \cdot 10^{-29} \left(\frac{H_0}{75 \text{ км/(с} \cdot \text{Мпс)}} \right)^2 \text{ г/см}^3. \quad (15.2.3)$$

Как мы увидим ниже, имеются достаточные основания думать, что в плотности энергии нынешней Вселенной доминирует вклад нерелятивистского вещества с давлением

$$\rho_0 \ll \rho_0. \quad (15.2.4)$$

Коль скоро это так, то формула (15.2.2) дает выражение для пространственной кривизны через наблюдаемые параметры H_0 и q_0 :

$$\frac{k}{R_0^2} = (2q_0 - 1) H_0^2, \quad (15.2.5)$$

а из (15.2.1) получаем отношение современной плотности к критической:

$$\frac{\rho_0}{\rho_{\text{кр}}} = 2q_0. \quad (15.2.6)$$

При $q_0 > 1/2$ Вселенная имеет положительную кривизну и $\rho_0 > \rho_{\text{кр}}$, если же $q_0 < 1/2$, ее кривизна отрицательна и $\rho_0 < \rho_{\text{кр}}$. Если верить значениям $q_0 \approx 1$ и $H_0 \approx 75 \text{ км/(с} \cdot \text{Мпс)}$, полученным из соотношения между красным смещением и светимостью (§ 6 гл. 14), то с необходимостью получается, что плотность Вселенной около $2\rho_{\text{кр}}$, т. е. около $2 \cdot 10^{-29} \text{ г/см}^3$.

К сожалению, этот результат не согласуется с наблюдаемой плотностью масс галактик²⁾. Массы спиральных галактик в пределах 15 Мпс могут быть определены из динамического анализа зависимости их окружных скоростей от расстояния до центра галактики. Массы нескольких эллиптических галактик были вычислены по теореме вириала [7, 8], что дало

$$M = \frac{2 \langle v^2 \rangle}{G \langle d^{-1} \rangle}, \quad (15.2.7)$$

где $\langle v^2 \rangle$ — среднеквадратичная скорость относительно центра масс и $\langle d^{-1} \rangle$ — среднее обратное расстояние между звездами. Полные массы пар галактик можно определить статистически из их относительных скоростей и расстояний в предположении, что ориентация пар относительно луча зрения случайна.

Все три описанных выше метода дают для массы галактики формулу вида

$$M = \frac{\mu V^2 D}{G}, \quad (15.2.8)$$

где V — некоторая характеристическая скорость внутреннего движения, D — характеристический размер изучаемого объекта

¹⁾ В 1975 г. популярны следующие значения: $H_0 = 50 \text{ км/(с} \cdot \text{Мпс)}$ и $\rho_{\text{кр}} = 5 \cdot 10^{-30} \text{ г/см}^3 \approx 3 \text{ нуклона/м}^3$. — *Прим. ред.*

²⁾ Последние обзоры по этому вопросу [4—6].

и μ — безразмерное число порядка единицы, зависящее от особенностей используемого метода и от того, какой объект исследуется. Характеристическое расстояние D измеряется по соответствующему угловому размеру δ и космологическому красному смещению z с использованием формул (14.4.15) и (14.6.7), что при $z \ll 1$ дает

$$D = \frac{z\delta}{H_0}. \quad (15.2.9)$$

(Для близких галактик «расстояние по угловому диаметру» D/δ можно определить не по красному смещению, а по видимым величинам наиболее ярких звезд, наиболее ярких шаровых скоплений и т. д. Однако если такого рода определения расстояний образуют часть космологической лестницы расстояний, используемой для вычисления постоянной Хаббла H_0 , то любая погрешность в этих расстояниях отразится на значении H_0 и, следовательно, D по-прежнему будет вести себя как H_0^{-1} при изменении H_0 .) Скорости внутреннего движения V измеряются непосредственно по распределению красного смещения относительно среднего значения z для данной галактики. Массы, определенные таким образом, принято выражать через отношения массы к светимости M/L . Абсолютная светимость L определяется через видимую светимость l формулами (14.4.12) и (14.6.7), из которых при малых z получается

$$L = 4\pi l z^2 H_0^{-2}. \quad (15.2.10)$$

Отсюда и из (15.2.8) — (15.2.9) следует, что отношение M/L , определенное тремя описанными выше методами, пропорционально принятому нами значению H_0 .

Если взять $H_0 = 75$ км/(с·Мпс), то для эллиптических галактик M/L примерно в 50 раз больше, чем M_\odot/L_\odot — отношение массы Солнца к его абсолютной светимости. Оценки M/L для спиральных галактик дают величины от $1M_\odot/L_\odot$ до $20M_\odot/L_\odot$. Согласно обзору Оорта [9] значений M/L , полное отношение массы всех галактик к их излучению равно примерно $21M_\odot/L_\odot$. Поскольку постоянная Хаббла, вполне возможно, может отличаться от 75 км/(с·Мпс), этот результат лучше переписать в виде

$$\frac{M}{L} \approx 21 \frac{M_\odot}{L_\odot} \left(\frac{H_0}{75 \text{ км/(с·Мпс)}} \right). \quad (15.2.11)$$

(Например, ван ден Берг [10] провел анализ галактических масс, аналогичный работе Оорта, но в предположении, что $H_0 = 120$ км/(с·Мпс), и поэтому получил, что $M/L \approx 30M_\odot/L_\odot$. Кроме того, Оорт, используя подсчеты числа галактик, получил оценку для плотности светимости Вселенной около $2,2 \cdot 10^{-10} L_\odot \text{ пс}^{-3}$; это значение зависит от H_0 так же, как отношение L/D^3 , которое,

согласно (15.2.9) и (15.2.10), пропорционально H_0 ; следовательно, при произвольном H_0 оценка Оорта для плотности светимости имела бы вид

$$\mathcal{L} \approx 2,2 \cdot 10^{-10} L_{\odot}/\text{пс}^3 \left(\frac{H_0}{75 \text{ км}/(\text{с} \cdot \text{Мпс})} \right). \quad (15.2.12)$$

Теперь можно написать формулу для плотности масс галактик во Вселенной:

$$\begin{aligned} \rho_G &= \left(\frac{\mathcal{L}}{L_{\odot}} \right) \left(\frac{M/L}{M_{\odot}/L_{\odot}} \right) M_{\odot} = \\ &= 4,6 \cdot 10^{-9} M_{\odot}/\text{пс} \left(\frac{H_0}{75 \text{ км}/(\text{с} \cdot \text{Мпс})} \right)^2 = \\ &= 3,1 \cdot 10^{-31} \text{ г}/\text{см}^3 \left(\frac{H_0}{75 \text{ км}/(\text{с} \cdot \text{Мпс})} \right)^2. \end{aligned} \quad (15.2.13)$$

Это дает значение меньше критической плотности (15.2.3):

$$\frac{\rho_G}{\rho_{\text{кр}}} \approx 0,028. \quad (15.2.14)$$

(Позднее Нунан [11] и С. Шапиро [12] получили для этого отношения оценки, равные 0,016 и 0,010.) Отметим, что эти результаты не зависят от того, каково истинное значение постоянной Хаббла. Кроме того, хотя ρ_G не получается равным $\rho_{\text{кр}}$, все же их значения близки друг другу настолько, чтобы обеспечить уверенность в том, что в расширении Вселенной действительно «замешано» тяготение.

Если бы масса Вселенной была первоначально сконцентрирована в галактиках, то, согласно (15.2.14) и (15.2.6), параметр замедления был бы равен

$$q_0 \approx 0,014, \text{ если } \rho_0 \approx \rho_G. \quad (15.2.15)$$

откуда следовало бы, что Вселенная открытая, т.е. ее кривизна отрицательна и $R_0 \approx H_0^{-1}$. Это значение q_0 не согласуется с результатом, полученным по красным смещениям и светимостям, который дает $q_0 \approx 1$, правда, без учета эволюции и эффектов селекции. Конечно, эволюция и селекция могут оказать значительное влияние на измерения q_0 , но все же если временно согласиться с тем, что q_0 порядка единицы, то нужно согласиться и с тем, что плотность масс около $2 \cdot 10^{-29} \text{ г}/\text{см}^3$ должна быть обнаружена где-то вне обычных галактик. Но где?

Один район для поисков недостающей массы — это межгалактическое пространство внутри скоплений галактик. В Волосах Вероники есть богатое скопление эллиптических галактик, которые, судя по ровным очертаниям скопления, видимо, связаны гравитационно. Если это так, то масса скопления определяется вириальной формулой (15.2.7). При этом получаются значения

M/L , которые от 4 до 20 раз больше, чем M/L для отдельных эллиптических галактик [13—15] (см. также [3, 5, 6]) [считаем, что $H_0 = 75$ км/(с·Мпс)]. Если в скоплениях в самом деле в 20 раз больше вещества, чем сумма масс их галактик, то плотность вещества во Вселенной приближается к критической плотности (15.2.3). Действительно, был открыт рентгеновский источник [16—25], заполняющий все скопление в Волосах Вероники, что дает основание предполагать наличие межгалактического газа из ионизованного водорода при температуре порядка $7 \cdot 10^7$ К. Однако мощность излучения этого источника говорит о том, что масса газа составляет лишь около 1% той массы, которая получается из теоремы вириала. Возможно также, что скопление в Волосах Вероники вообще не связано гравитационно [26]; в этом случае теорема вириала сильно завышает его массу. Многие богатые скопления, такие, как скопления в Деве или Геркулесе, крайне иррегулярны и, видимо, вообще неустойчивы.

Если недостающая масса не обнаруживается внутри скопленных галактик, то мы должны искать ее в пространстве между скоплениями. Одно из разумных требований состоит в том, чтобы плотность пространства между скоплениями была меньше плотности внутри скоплений, так чтобы скопления представляли собой заметные сгущения. Полный объем пространства вне скопленных приблизительно в 500 раз больше объема скоплений, и, следовательно, плотность внутри скоплений приблизительно в 500 раз больше, чем ρ_G из (15.2.13), т. е. около 10^{-28} г/см³. Поэтому если плотность вне скоплений даже на порядок величины меньше плотности внутри скоплений, то все равно в пространстве между скоплениями места в избытке для всей недостающей нам массы.

Можно думать, что недостающая масса — это масса нормальных звезд, которые встречаются в межгалактическом пространстве (вне или внутри скоплений), или карликовых галактик, которые, будучи слишком холодными, невидимы. Из ограничений на внегалактический вклад в яркость ночного неба ¹⁾ Пиблз и Партридж [98] оценили, что полная плотность массы нормальных звезд, где бы они ни находились, должна быть меньше $0,13\rho_{кр}$. Эта оценка не устраняет возможности того, что недостающая масса содержится в холодных звездах с очень высокими значениями M/L , в карликовых галактиках или в межгалактическом пространстве. Сразу возникает мысль о «черных дырах», о которых говорилось в § 9 гл. 11. Однако оценки масс галактик, приведенные выше, показывают, что типичные галактики не содержат большого количества холодных звезд и было бы странно, если бы такие звезды преобладали где-то в другом месте. Еще одна возможность состоит в том, что недостающая масса входит в массу целых галак-

¹⁾ Наблюдательные данные по яркости ночного неба см. в [27].

тик, уже претерпевших гравитационный коллапс. Трудно представить, как можно иначе проверить эту гипотезу, кроме как наблюдать или «агонию» коллапсирующей галактики, или отклонение луча света, проходящего близко от сколлапсировавшей галактики.

Недостающая масса может быть обнаружена в виде ультрарелятивистских частиц, таких, как космические лучи, фотоны, нейтрино и гравитоны. Легко видеть, что фотоны и нейтрино, образовавшиеся в обычных термоядерных процессах, не могут иметь плотность энергии, сравнимую с обычной нерелятивистской массой покоя, ибо даже если когда-то Вселенная состояла из чистого водорода и из него все время «изготавливалось» железо, то высвободившаяся при этом энергия была бы самое большее около 9 МэВ на нуклон, т. е. 1% массы нуклона. Если вклад ультрарелятивистских частиц преобладает в плотности масс Вселенной, то они должны либо рождаться в экзотических процессах типа аннигиляции вещества и антивещества и гравитационного коллапса, либо сохраниться от ранних стадий развития Вселенной. Наблюдаемая плотность полного потока излучения слабых дискретных радиоисточников на частоте ν по порядку величины равна

$$\mathcal{J}(\nu) \approx 10^{-21} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \text{ Гц}^{-1} \left(\frac{\nu}{408 \text{ МГц}} \right)^{-0,7}.$$

(Эта формула получена интегрированием распределения числа источников $N(S)$, приведенного в обзоре [29].) Отсюда полная плотность энергии радиоизлучения этих источников на длинах волн более 75 см в грубом приближении равна

$$\rho_{\text{радио}} = \int_0^{400 \text{ МГц}} \mathcal{J}(\nu) d\nu \approx 10^{-12} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \approx 10^{-40} \text{ г/см}^3.$$

Изотропный фон на таких длинах волн превышает эту величину не больше чем на порядок (см. обзор [30]). В потоке излучения на *микроволновых* и *далеких инфракрасных* длинах волн между 75 и 0,05 см доминирует 2,7-градусный (реликтовый) фон, плотность энергии которого по закону Стефана — Больцмана равна $4,4 \cdot 10^{-34} \text{ г/см}^3$. Полная плотность энергии света звезд на *оптических* частотах оценивается не более чем 10^{-35} г/см^3 [31] (см. также [32] и [30]). Плотность потока наблюдаемого *рентгеновского* фона при энергии E (в кэВ) имеет порядок [33]

$$\Phi(E) \approx \frac{20 \text{ фотон}}{\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{стер} \cdot \text{кэВ}} \cdot \frac{1}{E^2}.$$

Если этот фон внегалактического происхождения, то плотность энергии между 0,1 кэВ и 1 МэВ дается интегралом

$$\rho_{\text{рентг}} = \int_{0,1 \text{ кэВ}}^{1 \text{ МэВ}} 4\pi\Phi(E) E dE \approx 3 \cdot 10^3 \text{ кэВ}/(\text{см}^2 \cdot \text{с}) \approx 10^{-37} \text{ г/см}^3.$$

Плотность энергии γ -излучения выше 100 МэВ оценивается (см. обзор [30]) менее чем в $3 \cdot 10^{-38}$ г/см³. Наблюдаемая плотность энергии частиц *космических лучей* не более 10^{-35} г/см³ [34].

Из этих оценок следует, что из релятивистских частиц наибольший вклад в полную космическую плотность энергии вносит 2,7-градусный микроволновый фон (см. § 5 этой главы). Его плотность менее одной сотой плотности масс покоя галактик (15.2.13), что оправдывает допущенное нами пренебрежение давлением в уравнениях Эйнштейна и уравнениях сохранения.

Однако есть возможность того, что недостающая масса состоит из нейтрино или гравитонов¹⁾, которые слишком слабо взаимодействуют с веществом и поэтому не обнаружены. В частности, можно ожидать, что плотность энергии нейтрино по крайней мере сравнима с плотностью микроволнового электромагнитного излучения, но она вполне может быть и на много порядков больше (см. § 6 гл. 15). Если в плотности энергии Вселенной доминируют ультрарелятивистские частицы, то давление равно

$$p_0 = \frac{\rho_0}{3} \quad (15.2.16)$$

и теперь вместо соотношений (15.2.5) и (15.2.6) из уравнений Эйнштейна следует

$$\frac{k}{R_0^2} = H_0^2 (q_0 - 1), \quad (15.2.17)$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_{кр}} = q_0, \quad (15.2.18)$$

где $\rho_{кр}$ — та же критическая плотность (15.2.3). Критическим значением параметра замедления, для которого $k = 0$ и $\rho_0 = \rho_{кр}$, является теперь $q_0 = 1$ вместо $q_0 = 1/2$, и плотность, необходимая для данных q_0 и H_0 , равна теперь половине той, что была нужна в пылевидной Вселенной.

Хотя на основании наблюдений в настоящее время нельзя исключить того, что во Вселенной преобладают фотоны, нейтрино или гравитоны, все же спокойнее сделать консервативное предположение о том, что недостающую массу восполняет крайне разреженный газ из ионизованного или нейтрального водорода, заполняющий все пространство. Различные методы, предлагаемые для обнаружения этого газа, связаны с электромагнитными сигналами, входящими до нас с космологических расстояний, и поэтому мы должны отложить обсуждение этого вопроса до § 4 этой главы, обратившись пока к решению уравнений динамической космологии.

¹⁾ Генерация гравитационного излучения в галактиках рассматривается в работах [35, 36]; о первичной генерации длинноволнового гравитационного излучения см. [37].