

## § 3. Эра преобладания вещества

Уже было отмечено, что плотность энергии *известных* видов излучения в нынешней Вселенной составляет менее одной сотой плотности масс покоя. Согласно (15.1.22) и (15.1.23), плотность энергии масс покоя ведет себя как  $R^{-3}$ , а плотность энергии излучения — как  $R^{-4}$ . Из этого можно довольно уверенно заключить, что по крайней мере с момента, когда функция  $R(t)$  была равна  $1/100$  нынешнего значения, расширение Вселенной определялось содержащимся в ней нерелятивистским веществом. Этот период начался задолго до того, как был излучен любой фотон, принятый телескопом на г. Паломар, так как самые далекие наблюдаемые на нем галактики и квазары имеют красное смещение  $z$  во много раз меньше 100, а точнее, где-то около 3! Поэтому изучение эмпирических соотношений между красными смещениями, светимостями, числами объектов, угловыми диаметрами и т. д. может дать сведения лишь об эре преобладания вещества в истории Вселенной.

Уравнением, определяющим динамику Вселенной в эту эру, является уравнение Эйнштейна (15.1.20)

$$\dot{R}_0^2 + k = \frac{8\pi G}{3} \rho R^2 \quad (15.3.1)$$

с плотностью  $\rho$ , которая, согласно (15.1.22), для Вселенной с преобладанием вещества равна

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left( \frac{R}{R_0} \right)^{-3}. \quad (15.3.2)$$

Удобно выразить  $\rho_0$  и  $k/R_0^2$  через  $q_0$  и  $H_0$ , используя для этого (15.2.5) и (15.2.6):

$$\frac{k}{R_0^2} = (2q_0 - 1) H_0^2,$$

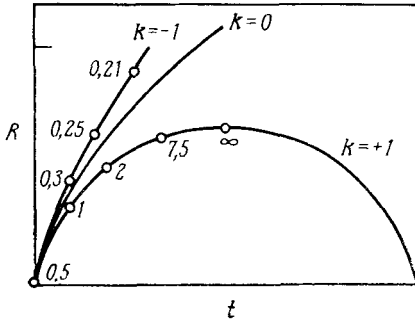
$$\frac{8\pi G \rho_0}{3} = 2q_0 H_0^2.$$

Тогда из (15.3.1) и (15.3.2) имеем

$$\left( \frac{\dot{R}}{R_0} \right)^2 = H_0^2 \left[ 1 - 2q_0 + 2q_0 \left( \frac{R_0}{R} \right) \right]. \quad (15.3.3)$$

Решение можно представить в общем виде как формулу для  $t$ , зависящего от  $R$ :

$$t = \frac{1}{H_0} \int_0^{R/R_0} \left[ 1 - 2q_0 + \frac{2q_0}{x} \right]^{-1/2} dx, \quad (15.3.4)$$



Фиг. 15.1. Решения уравнений Эйнштейна для вселенной Робертсона — Уокера с кривизной  $k = +1$ ,  $k = 0$  и  $k = -1$ .

Числа вдоль кривых  $k = \pm 1$  дают значения параметра замедления  $q_0$  в различные эпохи.

Поведение интеграла (15.3.4) удобно рассмотреть по отдельности для следующих трех случаев (фиг. 15.1):

**A.**  $q_0 > 1/2$  ( $k = +1$ ,  $\rho_0 > \rho_{кр}$ ). Здесь удобно ввести угловую меру для возраста  $\theta$ , определяемую равенством

$$1 - \cos \theta = \left( \frac{2q_0 - 1}{q_0} \right) \frac{R(t)}{R_0}. \quad (15.3.7)$$

Тогда из (15.3.4) получим

$$H_0 t = q_0 (2q_0 - 1)^{-3/2} (\theta - \sin \theta). \quad (15.3.8)$$

Это уравнение циклоиды;  $R(t)$  растет, начиная с нулевого значения при  $\theta = 0$ ,  $t = 0$ , достигает максимума при

$$\theta_{\max} = \pi, \quad t_{\max} = \frac{\pi q_0}{H_0 (2q_0 - 1)^{3/2}}, \quad R(t_{\max}) = \frac{2q_0 R_0}{2q_0 - 1}, \quad (15.3.9)$$

затем снова убывает, обращаясь в нуль при  $\theta = 2\pi$ ,  $t = 2t_{\max}$ . Текущий момент времени определяется уравнением  $R(t) = R_0$ , поэтому современное значение угла  $\theta$  дается равенством

$$\cos \theta_0 = \frac{1}{q_0} - 1, \quad (15.3.10)$$

и, следовательно, возраст Вселенной равен

$$t_0 = H_0^{-1} q_0 (2q_0 - 1)^{-3/2} \left[ \arccos \left( \frac{1}{q_0} - 1 \right) - \frac{1}{q_0} (2q_0 - 1)^{1/2} \right]. \quad (15.3.11)$$

Например, если мы считаем, что  $q_0 \approx 1$  и  $H_0^{-1} = 13 \cdot 10^9$  лет, то из (15.3.10) следует, что  $\theta_0 \approx \pi/2$ , и по формуле (15.3.11)

где  $t = 0$  определяется как время, когда  $R \ll R_0$ . В частности, нынешний возраст Вселенной равен

$$t_0 = \frac{1}{H_0} \int_0^1 \left[ 1 - 2q_0 + \frac{2q_0}{x} \right]^{-1/2} dx. \quad (15.3.5)$$

Для любого положительного  $q_0$  возраст Вселенной обязательно меньше времени Хаббла:

$$t_0 < \frac{1}{H_0}, \quad (15.3.6)$$

что уже было отмечено в § 4 этой главы.

нынешний возраст Вселенной получается равным

$$t_0 \approx \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right) H_0^{-1} \approx 7,5 \cdot 10^9 \text{ лет}, \quad (15.3.12)$$

а из (15.3.9) видно, что Вселенная достигает максимального радиуса  $R(t_{\text{макс}}) \approx 2R_0$  в возрасте

$$t_{\text{макс}} \approx \pi H_0^{-1} \approx 40 \cdot 10^9 \text{ лет}. \quad (15.3.13)$$

Весь этот жизненный цикл Вселенной занимает время  $2t_{\text{макс}}$ , т. е. около  $80 \cdot 10^9$  лет.

**Б.**  $q_0 = 1/2$  ( $k = 0$ ,  $\rho_0 = \rho_{\text{кр}}$ ). В этом случае из уравнений (15.3.4) следует

$$\frac{R(t)}{R_0} = \left( \frac{3H_0 t}{2} \right)^{2/3}, \quad (15.3.14)$$

т. е.  $R(t)$  неограниченно растет. При  $H_0^{-1} \approx 13 \cdot 10^9$  лет нынешний возраст Вселенной равен

$$t_0 = \frac{2}{3} H_0^{-1} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ лет}. \quad (15.3.15)$$

Это так называемая *модель Эйнштейна — де Ситтера*.

**В.**  $0 < q_0 < 1/2$  ( $k = -1$ ,  $\rho_0 < \rho_{\text{кр}}$ ). В этом случае тоже можно пользоваться равенствами (15.3.7) и (15.3.8), только угол развития  $\theta$  теперь будет мнимым:

$$\theta = i\Psi,$$

и поэтому

$$H_0 t = q_0 (1 - 2q_0)^{-3/2} (\text{sh } \Psi - \Psi), \quad (15.3.16)$$

где угол  $\Psi$  определен равенством

$$\text{ch } \Psi - 1 = \frac{1 - 2q_0}{q_0} \frac{R(t)}{R_0}. \quad (15.3.17)$$

Так же как и в случае (Б), масштабный фактор  $R(t)$  растет неограниченно; при  $t \rightarrow \infty$  имеем

$$\frac{R(t)}{R_0} \rightarrow \frac{1}{2} q_0 (1 - 2q_0)^{-1} e^\Psi \rightarrow (1 - 2q_0)^{1/2} H_0 t. \quad (15.3.18)$$

В настоящее время

$$\text{ch } \Psi_0 = \frac{1}{q_0} - 1, \quad (15.3.19)$$

и возраст Вселенной равен

$$t_0 = H_0^{-1} \left[ (1 - 2q_0)^{-1} - q_0 (1 - 2q_0)^{-3/2} \text{Arch} \left( \frac{1}{q_0} - 1 \right) \right]. \quad (15.3.20)$$

Если, к примеру, мы включим в плотность масс Вселенной только то, что содержится в галактиках, то, согласно (15.2.15),  $q_0 \approx 0,014$ ,

т. е.  $\Psi_0 \approx 5$ , и возраст Вселенной близок к времени Хаббла

$$t_0 \approx 0,96H_0^{-1} \approx 13 \cdot 10^9 \text{ лет.} \quad (15.3.21)$$

Здесь стоит упомянуть, что вообще параметр замедления  $q \equiv -\ddot{R}R/\dot{R}^2$  меняется со временем. Для  $k = +1$   $q(t)$  определяется аналогом равенства (15.3.10):

$$q = (1 + \cos \theta)^{-1},$$

так что, когда в течение космического цикла  $\theta$  пробегает значения от 0 до  $2\pi$ ,  $q$  растет от  $1/2$  до  $\infty$  и снова падает до  $1/2$ . При  $k = -1$   $q(t)$  определяется из аналога равенства (15.3.19):

$$q = (1 + \text{ch } \Psi)^{-1},$$

и, когда  $\Psi$  пробегает значения от 0 до  $\infty$ ,  $q$  плавно спадает от  $1/2$  до 0. Лишь при  $k = 0$   $q$  остается постоянным:  $q = 1/2$ . Таким образом, можно не придавать особого смысла какому-то частному значению  $q_0$ , кроме  $q_0 = 1/2$ . Тот факт, например, что на диаграмме «фотометрическое расстояние — красное смещение» точки ложатся на прямую, означает, что  $q_0 \approx 1$  (если эффекты эволюции и селекции незначительны; см. § 1 гл. 14), но во Вселенной с преобладанием вещества это должно быть случайным совпадением, ибо если нынче  $q_0 = 1$ , то в прошлом было  $q_0 < 1$ , а в будущем будет  $q_0 > 1$ . Только во Вселенной с преобладанием излучения из того, что  $k = 0$ , следует  $q_0 = 1$  [см. (15.2.17)], и поэтому параметр замедления равен единице все время.

Выведенные выше формулы для  $R(t)$  можно использовать для распространения феноменологического анализа, проведенного в предыдущей главе, на сколь угодно большие красные смещения. Согласно (14.3.6), свет, приходящий в момент  $t_0$  с красным смещением  $z$ , был излучен в момент, когда масштабный фактор имел значение

$$R_1 = \frac{R_0}{1+z}. \quad (15.3.22)$$

Сопутствующая радиальная координата источника определяется равенствами (14.3.1), (14.3.2) и (15.3.3):

$$\begin{aligned} \int_0^{r_1} [1 - kr^2]^{1/2} dr &= \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{R(t)} = \int_{R_1}^{R_0} \frac{dR}{R\dot{R}} = \\ &= \frac{1}{R_0 H_0} \int_{(1+z)^{-1}}^1 \left[ 1 - 2q_0 + \frac{2q_0}{x} \right]^{-1/2} x^{-1} dx. \end{aligned}$$

С помощью (15.2.5) легко показать, что при всех трех возможных значениях  $k$  формула для  $r_1$  одна и та же:

$$r_1 = \frac{zq_0 + (q_0 - 1)(-1 + \sqrt{2q_0z + 1})}{H_0 R_0 q_0^2 (1 + z)}. \quad (15.3.23)$$

С учетом (15.3.22) и (15.3.23) фотометрическое расстояние, измеряемое сравнением видимой и абсолютной светимостей и определяемое формулой (14.4.14), равно

$$d_\phi = R_0 r_1 (1 + z) = \frac{1}{H_0 q_0^2} [zq_0 + (q_0 - 1)(-1 + \sqrt{2q_0z + 1})]. \quad (15.3.24)$$

Иногда при определении  $q_0$  кривую  $d_\phi(z)$ , полученную из наблюдений, сравнивают с этой точной формулой, а не с не зависящим от выбора модели приближенным выражением (14.6.8)

$$d_\phi \approx H_0^{-1} \left[ z + \frac{1}{2} (1 - q_0) z^2 \right], \quad (15.3.25)$$

которое становится точным лишь в пределе  $z \rightarrow 0$ . Различие между величинами (15.3.24) и (15.3.25) исчезает при  $q_0 = 1$  или  $q_0 = 0$  и становится меньшим 10% при  $0 < z < 0,5$  (этому условию удовлетворяют все галактики, красные смещения которых известны) и  $0 < q_0 < 1,5$ . Следовательно, если  $q_0$  не очень велико, нет существенной разницы между определением  $q_0$  по точной формуле (15.3.24) и по приближенной (15.3.25).

«Расстояние по угловому диаметру»  $d_{\text{угл}}$  и «расстояние по собственному движению»  $d_{\text{дв}}$  выражаются непосредственно через  $d_\phi$  по формулам (14.4.22) и (14.4.23):

$$d_{\text{угл}} = (1 + z)^{-2} d_\phi, \quad d_{\text{дв}} = (1 + z)^{-1} d_\phi,$$

а паралактическое расстояние  $d_\pi$  определяется по (14.4.10) в следующем виде:

$$d_\pi = \frac{zq_0 + (q_0 - 1)(-1 + \sqrt{2q_0z + 1})}{H_0 [q_0^4 (1 + z)^2 - (2q_0 - 1) \{zq_0 + (q_0 - 1)(-1 + \sqrt{2q_0z + 1})\}]^{1/2}}. \quad (15.3.26)$$

Теперь можно дать более явные выражения для зависимости чисел источников, обсуждаемых в § 7 гл. 14, от функций плотности источников  $n$ . Используя формулы (15.3.4), (15.3.22), (15.3.23) и (14.7.7) — (14.7.9) и переходя от переменной  $t_1$  к переменной  $z$ , получим для числа источников с красным смещением, меньшим  $z$ ,

и видимой светимостью, большей  $l$ , следующее выражение:

$$N(< z, > l) = \int_0^{\infty} dL \int_0^{\min(z, z_l(L))} dz' 4\pi H_0^{-3} q_0^{-4} (1+z')^{-6} (1+2q_0 z')^{-1/2} \times \\ \times [z' q_0 + (q_0 - 1) (-1 + \sqrt{2q_0 z' + 1})]^2 n(z', L) dz', \quad (15.3.27)$$

где

$$z_l(L) \equiv q_0 \left( \frac{LH_0^2}{4\pi l} \right)^{1/2} + \\ + (1 - q_0) \left\{ -1 + \left[ 1 + 2 \left( \frac{LH_0^2}{4\pi l} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \right\}, \quad (15.3.28)$$

а  $n(z, L) dL$  — собственная плотность источников с абсолютной светимостью между  $L$  и  $L + dL$  при красном смещении  $z$ . Для радиоисточников со спектром (14.7.13) равенства (14.7.15), (14.7.16), (14.7.8), (15.3.4), (15.3.22), (15.3.23) дают число источников с красным смещением, меньшим  $z$ , и истинной мощностью на частоте  $\nu$ , большей чем  $S$ , в виде

$$N(< z, > S; \nu) = \int_0^{\infty} dP \int_0^{\min(z, z_{S\alpha}(P))} dz' 4\pi H_0^{-3} q_0^{-4} (1+z')^{-6} (1+2q_0 z')^{-1/2} \times \\ \times (z' q_0 + (q_0 - 1) (-1 + \sqrt{2q_0 z' + 1}))^2 n(z', P; \nu) dz', \quad (15.3.29)$$

где  $z_{S\alpha}(P)$  — решение уравнения

$$(1+z)^{(\alpha-1)/2} (z q_0 + (q_0 - 1) (-1 + \sqrt{2q_0 z + 1})) = q_0^2 H_0 \left( \frac{P}{S} \right)^{1/2} \quad (15.3.30)$$

и  $n(z, P; \nu) dP$  — собственная плотность источников с истинной мощностью на частоте  $\nu$  между  $P$  и  $P + dP$  при красном смещении  $z$ . Если бы не было никакой эволюции источников, то из (14.7.18) и (14.7.19) получалась бы зависимость  $n$  от  $z$ :

$$n(z, L) = n(0, L) (1+z)^3, \\ n(z, P, \nu) = n(0, P, \nu) (1+z)^3$$

и можно было бы взять интегралы по  $z'$  в (15.3.27) и (15.3.29). Однако в § 7 гл. 14 мы уже отмечали, что эта гипотеза не согласуется с измерениями  $N(> S; \nu)$  для радиоисточников или  $N(< z)$  для квазаров. Поэтому для получения информации о зависимости  $n(z, L)$  и  $n(z, P; \nu)$  от  $z$ ,  $L$  и  $P$  лучше всего пользоваться

формулами (15.3.27) и (15.3.29). Такой подход привел Лонгейра [38] к выводу, что либо плотность числа радиоисточников убывает (дополнительно к расширению Вселенной), как  $t^{-2,5}$ , либо средняя мощность источников убывает, как  $t^{-3,5}$ . Кроме того, по-видимому, необходимо резкое обрезание в ранние моменты времени, хотя этот вывод нельзя считать окончательным [39]. Исследование Шмидтом [40] квазаров из каталога 3С выявило те же общие черты — собственная плотность возрастает с ростом  $z$  много быстрее, чем  $(1+z)^3$  при  $0 < z < 1$ , и резко спадает при  $z > 2$ . Возможно, что в этом обрезании отражается эпоха формирования галактик или квазаров.

Значение возраста Вселенной дает дополнительные аргументы для выбора среди различных космологических моделей. Надежный нижний предел для возраста Вселенной дает возраст Земли, определяемый по относительному содержанию радиоактивных элементов и продуктов их распада в земной коре. В 1929 г. Э. Резерфорд [41] нашел, что этот возраст должен быть около  $3,4 \cdot 10^9$  лет. Сравнимое с этим значение возраста Земли  $4,5 \cdot 10^9$  лет дают современные исследования [42]<sup>1)</sup>. Если время Хаббла  $H_0^{-1} = 13 \cdot 10^9$  лет, то согласно (15.3.11) нижний предел  $t_0 > 4,5 \cdot 10^9$  лет требует, чтобы было  $q_0 < 5$ .

Радиоактивное датирование может быть применено также и к Галактике. Основной работой, посвященной синтезу тяжелых элементов внутри звезд, является статья Бэрбиджей, Фаулера и Хойла 1957 г. [44]. [Целью этой статьи, по крайней мере частично, была защита модели стационарной Вселенной обоснованием возможности образования элементов в звездах, в обход «большого взрыва». На сегодняшний день общепринято считать (§ 7 этой главы), что элементы большей частью образовались в звездах, за тем очень важным исключением, что гелий, возможно, образовался в ранней горячей Вселенной.] Согласно этой работе, изотопы урана образовались в прежнем поколении звезд в результате так называемого *r-процесса*, процесса быстрого захвата нейтрона. Отношение начальных содержаний изотопов было найдено равным [45]<sup>2)</sup>

$$\left[ \frac{U^{235}}{U^{238}} \right]_1 = 1,65 \pm 0,15 \text{ (при образовании).}$$

Известны точные скорости распадов этих изотопов:

$$\lambda(U^{235}) = 0,971 \cdot 10^{-9} \text{ лет}^{-1},$$

$$\lambda(U^{238}) = 0,154 \cdot 10^{-9} \text{ лет}^{-1}$$

и современное отношение их содержаний:

$$\left[ \frac{U^{235}}{U^{238}} \right]_0 = 0,00723 \text{ (в настоящее время).}$$

<sup>1)</sup> В работе [43] приводится значение  $(4,53 \pm 0,03) \cdot 10^9$  лет.

<sup>2)</sup> В работе [46] приводится значение  $1,89 \pm 0,36$ .

Если весь уран образовался вскоре после рождения Галактики в момент  $t_G$ , то возраст Галактики должен быть равен [44]

$$t_0 - t_G = \frac{\ln [U^{235}/U^{238}]_1 - \ln [U^{235}/U^{238}]_0}{\lambda(U^{235}) - \lambda(U^{238})} \approx 6,6 \cdot 10^9 \text{ лет.}$$

Всякое общество, развившееся в более ранние эпохи истории Галактики, обнаружило бы делящийся изотоп  $U^{235}$  в большей пропорции, чем на Земле сейчас, и поэтому могло бы идти к ядерному самоубийству быстрее.

Ошибка в 20% в оценке отношения первоначальных содержаний изотопов привела бы к ошибке лишь в 4% в определении возраста Галактики. Источником значительно большей неопределенности является возможность того, что образование заметных количеств урана происходило и много позднее рождения Галактики. В этом случае Галактика должна быть значительно *старше*, чем  $6,6 \cdot 10^9$  лет. Чтобы решить этот вопрос, можно использовать в сочетании с отношением  $U^{235}/U^{238}$  отношение содержаний других изотопов, рассматривая при этом начало и продолжительность синтеза этих элементов как свободные параметры. Используя отношения  $Th^{232}/U^{238}$  и  $U^{235}/U^{238}$ , Фаулер и Хойл [45] нашли, что возраст наиболее старых элементов, образовавшихся в *r*-процессе, находится между  $9,6 \cdot 10^9$  и  $15,6 \cdot 10^9$  лет. Клейтон [47] включил в свой анализ отношение  $Re^{187}/Os^{187}$  с аналогичными результатами. Однако здесь могут оказаться важными эффекты химического разделения, поэтому эти результаты, возможно, содержат большие систематические ошибки. Дикке [48] настаивает на том, что большая часть элементов образовалась в *r*-процессе в течение немногих миллионов лет с момента возникновения Галактики; в этом случае возраст Галактики был бы близок к  $7 \cdot 10^9$  лет. Вывод о том, что возраст Галактики и, следовательно, Вселенной по крайней мере  $7 \cdot 10^9$  лет и что  $q_0 < 2,3$  при  $H_0^{-1} \approx 13 \cdot 10^9$  лет, вполне надежен, но пока все же нельзя считать, что радиоактивная датировка дает точный возраст Галактики.

Есть также возможность для оценки возраста Галактики по ее шаровым скоплениям. Они представляют собой большие компактные скопления, содержащие тысячи отдельных звезд, и поэтому их диаграммы Герцшпрунга — Рассела (соотношение между светимостью и спектральным классом) могут быть определены довольно точно. Кроме того, низкое содержание металлов в звездах шаровых скоплений указывает на то, что они принадлежат к первому поколению звезд (звезды населения типа II, см. § 5 гл. 14), которое сконденсировалось в протогалактике. Если все звезды в шаровом скоплении имеют одинаковый начальный химический состав, одинаковый возраст и различаются только массами, то на диаграмме Герцшпрунга — Рассела они должны образовать область, форма которой зависит только от их



возраста и начального химического состава. Сравнивая решения уравнений эволюции звезд, полученные на ЭВМ, с плотностью звезд на диаграммах Герцшпрунга — Рассела для большого числа шаровых скоплений, Ибен [49] (см. также [50]) пришел к выводу, что шаровые скопления образовались от  $8 \cdot 10^9$  до  $18 \cdot 10^9$  лет назад, что соответствует начальному содержанию гелия (по массе) от 33 до 24%. Нельзя исключить того, что все скопления имеют один и тот же возраст, который в этом случае, вероятнее всего, был бы между  $9,5 \cdot 10^9$  и  $15,5 \cdot 10^9$  лет. Если возраст Вселенной действительно больше  $9 \cdot 10^9$  лет и если  $H_0^{-1} = 13 \cdot 10^9$  лет, то  $q_0 < 1/2$  и Вселенная должна иметь отрицательную кривизну и быть бесконечной, как это и получалось из оценок плотности масс в предыдущем параграфе.

Было бы, конечно, преждевременно из этих оценок возраста Вселенной делать какие-либо определенные выводы о кривизне пространства, но тот факт, что возраст урана и шаровых скоплений в какой-то степени сравним с временем Хаббла  $H_0^{-1}$ , является сильным аргументом в пользу того, что наблюдаемая корреляция красного смещения и фотометрического расстояния действительно как-то связана с эволюцией Вселенной.

Используя явное решение для  $R(t)$  в эру преобладания вещества, можно продемонстрировать существование горизонтов, которые ограничивают то, что мы в принципе можем увидеть во Вселенной. Скорость света является верхним пределом для локальной скорости распространения любого сигнала. Поэтому в момент  $t$  наблюдатель в точке  $r = 0$  может принимать сигналы, излученные в момент  $t_1$  только в точках с радиальными координатами  $r < r_1$ , где  $r_1$  — радиальная координата точек, от которых световой сигнал, излученный в момент  $t_1$ , пришел бы в точку  $r = 0$  как раз в момент  $t$ . Согласно (14.3.1),  $r_1$  определяется равенством

$$\int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}} = \int_{t_1}^t \frac{dt'}{R(t')} \quad (15.3.31)$$

Если интеграл по  $t'$  расходится при  $t_1 \rightarrow 0$ , то в принципе можно принять сигнал, излученный достаточно давно, от любой сопутствующей частицы (вроде «типичной галактики») во Вселенной. Наоборот, если интеграл по  $t'$  сходится при  $t_1 \rightarrow 0$  (или в моделях без сингулярности при  $t_1 \rightarrow -\infty$ ), то поле нашего зрения ограничено тем, что Риндлер [51] называет *горизонтом частицы*. В момент времени  $t$  можно принять сигнал только от сопутствующих частиц, радиальные координаты которых не больше  $r_r(t)$ , определяемого уравнением

$$\int_0^{r_r(t)} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}} = \int_0^t \frac{dt'}{R(t')} \quad (15.3.32)$$

Собственное расстояние (14.2.21) до этого горизонта равно

$$d_{\Gamma}(t) = R(t) \int_0^{r_{\Gamma}(t)} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}} = R(t) \int_0^t \frac{dt'}{R(t')}. \quad (15.3.32)$$

Из (15.1.20) легко видеть, что горизонт частиц будет существовать, если  $\rho$  растет быстрее, чем  $R^{-2-\varepsilon}$  при  $R \rightarrow 0$ , чего и следовало ожидать из общих соображений. В частности, если наибольший вклад в интеграл по  $t'$  дает эра преобладания вещества, то можно, пользуясь (15.3.4), выразить  $dt'$  через  $R(t')$  и  $dR(t')$  и таким образом получить

$$d_{\Gamma}(t) = \begin{cases} \frac{R(t)}{R_0 H_0 \sqrt{2q_0 - 1}} \arccos \left\{ 1 - \frac{(2q_0 - 1) R(t)}{q_0 R_0} \right\}, & q_0 > \frac{1}{2} \quad (k = +1), \\ \frac{2}{H_0} \left( \frac{R(t)}{R_0} \right)^{3/2}, & q_0 = \frac{1}{2} \quad (k = 0), \\ \frac{R(t)}{R_0 H_0 \sqrt{1 - 2q_0}} \operatorname{arcch} \left\{ 1 + \frac{(1 - 2q_0) R(t)}{q_0 R_0} \right\}, & q_0 < \frac{1}{2} \quad (k = -1). \end{cases} \quad (15.3.33)$$

В ранние моменты эры преобладания вещества  $R \ll R_0$ , и поэтому горизонт частиц находился на небольшом собственном расстоянии

$$d_{\Gamma}(t) \rightarrow H_0^{-1} \left( \frac{q_0}{2} \right)^{-1/2} \left( \frac{R}{R_0} \right)^{3/2} \approx \frac{t}{3}. \quad (15.3.34)$$

Если  $q_0 \leq 1/2$ ,  $R(t)$  неограниченно возрастает при  $t \rightarrow \infty$ , и поскольку  $d_{\Gamma}(t)$  растет быстрее, чем  $R(t)$ , то в пределах горизонта частиц рано или поздно окажется любая заданная частица. При  $q_0 > 1/2$  пространство Вселенной конечно и, согласно (14.2.4), длина наибольшей окружности в нем равна

$$L(t) = 2\pi R(t). \quad (15.3.35)$$

В любом данном направлении мы можем увидеть сопутствующие частицы в пределах некоторого угла, составляющего лишь часть этой окружности; эта часть определяется уравнениями (15.3.33) и (15.2.5):

$$\frac{d_{\Gamma}(t)}{L(t)} = \frac{1}{2\pi} \arccos \left\{ 1 - \frac{(2q_0 - 1) R(t)}{q_0 R_0} \right\}. \quad (15.3.36)$$

Когда  $R(t)$  возрастет до максимального значения (15.3.9), эта доля будет равна  $1/2$ , и мы сможем увидеть все, что находится

между нами и «антиподами». Однако эта доля остается все время меньше единицы до тех пор, пока  $R(t)$  опять не обратится в нуль, и до этого нам не рассмотреть Вселенную со всех сторон. Если  $q_0 = 1$  и  $H_0^{-1} = 13 \cdot 10^9$  лет, то длина окружности (15.3.35) в настоящее время определяется с помощью соотношения (15.2.5) и равна  $82 \cdot 10^9$  световых лет, а горизонт частиц составляет четверть этого расстояния, или  $20 \cdot 10^9$  световых лет.

Аналогично тому как существуют некоторые сопутствующие частицы, которые мы не можем сейчас увидеть, в некоторых космологических моделях могут быть события, которые мы никогда не увидим. Событие, которое произошло в точке  $r_1$  в момент  $t_1$ , станет видимым в точке  $r = 0$  в момент  $t$ , определяемый уравнением (15.3.31). Если интеграл по  $t'$  расходится при  $t \rightarrow \infty$  (или в момент следующего сжатия к  $R = 0$ ), тогда в принципе можно принять сигнал любого события, если ждать достаточно долго. Наоборот, если интеграл по  $t'$  сходится при больших  $t$ , то мы сможем принять сигналы только тех событий, для которых

$$\int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}} \leq \int_{t_1}^{t_{\max}} \frac{dt'}{R(t')},$$

где  $t_{\max}$  равно или бесконечности, или моменту следующего сжатия к  $R = 0$ . Риндлер [51] называет это явление *горизонтом событий*. При  $q_0 < 1/2$  или  $q_0 = 1/2$   $R(t)$  растет при  $t \rightarrow \infty$ , как  $t$  или  $t^{2/3}$ ; следовательно, интеграл по  $t'$  расходится при  $t = \infty$ , и нет горизонта событий. При  $q_0 > 1/2$  интеграл по  $t'$  сходится в верхнем пределе, и, следовательно, имеется горизонт событий. Из событий, происходивших в момент  $t_1$ , станут видимыми до коллапса Вселенной только те, которые по собственному расстоянию ближе, чем

$$d_c(t_1) = R(t_1) \int_{t_1}^{t_{\max}} \frac{dt'}{R(t')} = \frac{R(t_1)}{R_0 H_0 \sqrt{2q_0 - 1}} \times \\ \times \left[ 2\pi - \arccos \left\{ 1 - \frac{(2q_0 - 1) R(t_1)}{q_0 R_0} \right\} \right]. \quad (15.3.37)$$

Если  $q_0 = 1$  и  $H_0^{-1} = 13 \cdot 10^9$  лет, то из событий, происходящих сейчас, «мы» когда-либо увидим только те, что произошли на собственном расстоянии менее  $61 \cdot 10^9$  световых лет.

#### § 4. Процессы излучения и поглощения в межгалактическом пространстве

До сих пор мы имели дело только со световыми сигналами, которые излучаются удаленными дискретными источниками и распространяются к нам, по сути дела, сквозь пустое пространство.