к резкому спаду в спектре [180, 181] в области γ-лучей с $\langle E_c \rangle \geqslant$ $\geqslant 2m_e$, т. е. при энергии

$$E_{e,\ \text{макс}} \approx \frac{2m_e^2}{kT_{\gamma 0}} \approx 10^{15}\ \text{эВ}.$$

Эти ограничения справедливы только в предположении, что космические лучи протонов и фотонов высоких энергий возникают вне пределов Галактики.

Все же пока нельзя утверждать с полной уверенностью, что наблюдаемый микроволновый фон действительно представляет собой излучение черного тела, оставшееся от ранней эры в эволюции Вселенной. Ясно, однако, что такая точка зрения обоснована достаточно хорошо, чтобы оправдать серьезное изучение выводов относительно ранней Вселенной, к которым она приводит. Теперь мы перейдем к рассмотрению этих выводов.

§ 6. Температурная история ранней Вселенной

Плотность энергии микроволнового фона при 2,7 К равна

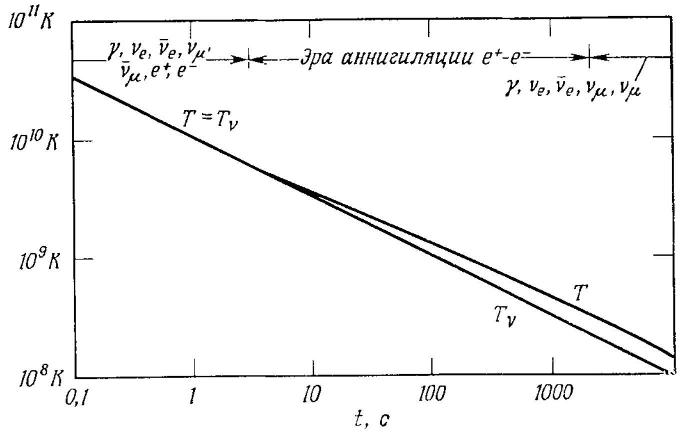
$$\rho_{\gamma 0} = aT_{\gamma 0}^4 = 3{,}97 \cdot 10^{-13}\ \text{эрг/см}^3 = 4{,}40 \cdot 10^{-34}\ \text{г/см}^3. \quad (15.6.1)$$

Как уже было отмечено в § 2 этой главы, эта величина меньше, чем современная плотность масс покоя нуклонов, так что мы живем в эру преобладания вещества, которая составляет бо́льшую часть истории Вселенной. Эта эра подробно обсуждалась в § 3 гл. 15.

Теперь мы обратим наше внимание на более ранний период, когда излучение и релятивистские частицы играли большую роль, чем обычное вещество. Чтобы нить изложения не терялась за деталями вычислений, полезно сначала обрисовать принятую в настоящее время общую картину ранней истории Вселенной, а затем перейти к подробным вычислениям, подтверждающим эту картину. Обычно считается, что история Вселенной выглядит в общих чертах примерно так (фиг. 15.5):

А. На очень ранней стадии, когда температура T выше 10^{12} К, Вселенная содержит большое разнообразие частиц: фотонов, лептонов, мезонов, нуклонов и их античастиц, находившихся в тепловом равновесии. Сильные взаимодействия между мезонами и нуклонами делают эту эру весьма трудной для изучения; она кратко обсуждается в § 11 этой главы.

Б. Во время, когда $T \approx 10^{12}$ К, Вселенная содержит фотоны, мюоны и антимюоны, электроны, позитроны, нейтрино и антинейтрино. Кроме того, имеется небольшая нуклонная примесь из одинакового числа протонов и нейтронов. Все эти частицы находятся в тепловом равновесии.



Фиг. 15.5. Температурная история ранней Вселенной.

Здесь T — температура γ — e^+ — e^- плазмы и T_ν — температура ν_e, $\bar{\nu}_e$, ν_μ, $\bar{\nu}_\mu$, находящихся в состоянии свободного расширения.

В. Когда температура падает ниже 10^{12} К, начинают аннигилировать μ^+ и μ^-. После исчезновения почти всех мюонов при $T \approx 1{,}3 \cdot 10^{11}$ К нейтрино и антинейтрино перестают взаимодействовать с другими частицами, а в тепловом равновесии с температурой $T \sim R^{-1}$ остаются $e^\pm$, γ и небольшое количество нуклонов. (Электронные нейтрино могли оставаться в равновесии с остальными частицами несколько дольше, но это не приводит к каким-либо особенностям.)

Г. При падении температуры ниже 10^{11} К ($t \approx 0{,}01$ с) в малой примеси нуклонов из-за разности масс протона и нейтрона начинается сдвиг в сторону увеличения числа протонов и уменьшения числа нейтронов.

Д. Когда температура падает ниже $5 \cdot 10^9$ К ($t \approx 4$ с), начинают аннигилировать электрон-позитронные пары; доминирующими составляющими Вселенной остаются лишь фотоны, нейтрино и антинейтрино, которые находятся, по существу, в состоянии свободного расширения, причем температура фотонов на 40,1 % больше температуры нейтрино. В то же время охлаждение нейтрино и исчезновение электронов и позитронов «замораживают» нейтрон-протонное отношение примерно на уровне 1 : 5.

Е. При температуре около 10^9 К ($t \approx 180$ с) нейтроны и протоны начинают быстро собираться в более тяжелые ядра, в результате чего образуется ионизованный газ, состоящий из водорода, He^4 (27 % по массе) со следами d, He^3 и других элементов.

Ж. Продолжается свободное расширение фотонов, нейтрино и антинейтрино, при этом $T_\gamma = 1{,}401 T_\nu \sim R^{-1}$. Температура ионизованного газа остается «привязанной» к температуре фотонов до рекомбинации водорода при $T \approx 4000$ К.

З. При некоторой температуре между 10^3 и 10^5 К плотность энергии фотонов, нейтрино и антинейтрино становится ниже плотности масс покоя водорода и гелия и Вселенная вступает в эру преобладания вещества.

Для детализации этой истории будет удобным посвятить настоящий параграф температурной эволюции определяющих составных частей ранней Вселенной — фотонов и лептонов, а обсуждение синтеза ядер (нуклеосинтеза) отложить до следующего параграфа.

Рассмотрим, во-первых, уравнение, задающее временной масштаб расширения ранней Вселенной. Оно несколько проще, чем в эру преобладания вещества, поскольку можно пренебречь кривизной пространства. При $k = \pm 1$ современное значение правой части уравнения Эйнштейна (15.1.20) определяется из (15.2.5) и (15.2.6):

$$\frac{8\pi G\rho_0 R_0^2}{3} = \frac{2q_0}{|2q_0 - 1|}. \qquad (15.6.1)$$

В § 2 этой главы было показано, что, по всей вероятности, $q_0 > 0{,}014$ и, следовательно, в настоящее время $8\pi G\rho R^2/3 > 0{,}03$. В течение эры преобладания вещества эта величина убывала как $R^{-1} \sim T$; поэтому в более ранние периоды она была больше, например около 10 при $T_\gamma \approx 1000$ К. Отсюда видно, что на протяжении всей ранней истории Вселенной постоянная k была много меньше, чем правая часть уравнения (15.1.20), и потому приведенное выше уравнение можно упростить:

$$\dot{R}^2 = \frac{8\pi G\rho R^2}{3}. \qquad (15.6.2)$$

Поэтому для обсуждения ранней Вселенной безразлично, является ли пространство открытым или закрытым.

Теперь мы должны рассмотреть, что представляет собой содержимое ранней Вселенной. Можно ожидать, что в любой заданный момент времени некоторые частицы будут в тепловом равновесии друг с другом, другие — в состоянии свободного расширения и, возможно, часть — в процессе перехода из первого состояния во второе. В приближении идеального газа, находящегося в тепловом равновесии, плотность числа частиц $n_i(q)\,dq$ i-го сорта с импульсом между q и $q + dq$ определяется распределением Ферми или Бозе (см., например, [182], § 52, 53):

$$n_i(q) = 4\pi h^{-3} g_i q^2\, dq \left[\exp\left(\frac{E_i(q) - \mu_i}{kT}\right) \pm 1\right]^{-1}, \qquad (15\ 6\ 3)$$

где $E_i(q) \equiv (m_i^2 + q^2)^{1/2}$ — энергия частицы, μ_i — химический потенциал; в квадратных скобках выбирается знак «+» для фермионов и знак «—» для бозонов, g_i — число спиновых состояний: $g = 1$ для нейтрино и антинейтрино и $g = 2$ для фотонов, электронов, нуклонов и их античастиц.

Химические потенциалы должны быть определены из рассмотрения законов сохранения, которым подчиняются различные возможные реакции. Основное правило состоит в том, что μ_i аддитивно сохраняется во всех реакциях (см., например, [182], формула (99.2)). В частности:

А. Фотоны могут быть испущены или поглощены в любой реакции в любом числе, и $\mu_\gamma = 0$. [Формула (15.6.3) переходит тогда в распределение Планка (15.5.9) с $n_\gamma = \rho_\gamma/h\nu$ и $q = E = h\nu$.]

Б. Пары частица — античастица аннигилируют в фотоны, поэтому химические потенциалы частицы и ее античастицы должны быть равны и иметь противоположные знаки.

В. Электроны и мюоны могут превратиться в соответствующие им нейтрино ν_e и ν_μ при столкновении друг с другом или нуклонами, т. е. в реакциях

$$e^- + \mu^+ \to \nu_e + \bar{\nu}_\mu, \quad e^- + p \to \nu_e + n,$$
$$\mu^- + p \to \nu_\mu + n \text{ и т. д.}$$

Следовательно, химические потенциалы связаны равенствами

$$\mu_{e^-} - \mu_{\nu_e} = \mu_{\mu^-} - \mu_{\nu_\mu} = \mu_n - \mu_p. \tag{15.6.4}$$

Всего имеются четыре независимых сохраняющихся внутренних квантовых числа: заряд, барионное число (нуклоны и гипероны минус антинуклоны и антигипероны), электронное лептонное число (e^- и ν_e минус e^+ и $\bar{\nu}_e$) и мюонное лептонное число [1]) (μ^- и ν_μ минус μ^+ и $\bar{\nu}_\mu$). Следовательно, имеются четыре независимых химических потенциала, в качестве которых можно взять μ_p, μ_{e^-}, μ_{ν_e}, μ_{ν_μ}. Эти независимые химические потенциалы должны определяться значениями плотности заряда N_Q, плотности барионного числа N_B, плотности электронного лептонного числа N_E и плотности мюонного лептонного числа N_M; все они изменяются как R^{-3}. Задача нахождения химических потенциалов сводится, таким образом, к определению значений этих четырех плотностей.

Мы знаем, что средняя плотность заряда N_Q равна нулю или во всяком случае очень мала [2]). Мы знаем также, что плотность

---

[1]) Обсуждение законов сохранения электронного лептонного числа и мюонного лептонного числа по отдельности см., например, в [183], § 1.2 и 3.4.

[2]) Возможность отличного от нуля N_Q обсуждается в работах [184, 185].

барионного числа N_B много меньше плотности фотонов n_γ, поскольку в настоящее время $N_B \approx n_p + n_n - n_{\bar p} - n_{\bar n}$ на 8—10 порядков меньше n_γ, тогда как в ранние периоды величина $N_B R^3$ была строго постоянной, а величина $n_\gamma R^3 \sim (T_\gamma R)^3$ — постоянной лишь весьма приближенно. К сожалению, мы очень мало знаем о нынешней плотности нейтрино и поэтому не можем оценить значение $N_E = n_{e^-} + n_{\nu_e} - n_{e^+} - n_{\bar\nu_e}$ или $N_M = n_{\mu^-} + n_{\nu_\mu} - n_{\mu^+} - n_{\bar\nu_\mu}$. Все же, поскольку N_B на 8—10 порядков меньше, чем n_γ, весьма разумно предположить, что N_E и N_M также много меньше n_γ. Если это так, то будет хорошим приближением положить все сохраняющиеся квантовые числа равными нулю:

$$N_Q = N_B = N_E = N_M = 0. \tag{15.6.5}$$

Конечно, на самом деле N_B не равно нулю и нам нужно будет ввести в расчеты барионы, когда мы в следующем параграфе станем рассматривать синтез элементов, но при установлении весьма приблизительной температурной истории ранней Вселенной числом N_B можно пренебречь. Вопрос о том, можно ли пренебречь также и числами N_E и N_M, будет поднят в конце этого параграфа.

Задача нахождения химических потенциалов решается теперь очень просто. Химические потенциалы частиц и античастиц равны и противоположны по знаку, поэтому четыре плотности N_Q, N_B, N_E и N_M являются *нечетными* функциями четырех независимых химических потенциалов μ_p, μ_{e^-}, μ_{ν_e}, μ_{ν_μ}. Следовательно, значения μ_i, определяемые условием (15.6.5), равны попросту нулю:

$$\mu_i = 0. \tag{15.6.6}$$

Это приближение дает возможность весьма просто использовать сохранение энергии. Полная плотность энергии и полное давление всех частиц, находящихся в тепловом равновесии, теперь являются, очевидно, функциями только температуры:

$$\rho_{\text{равн}}(T) \equiv \sum_{i\,(\text{равн})} \int E_i(q)\, n_i(q;\, T)\, dq, \tag{15.6.7}$$

$$p_{\text{равн}}(T) \equiv \sum_{i\,(\text{равн})} \int \left[\frac{q^2}{3E_i(q)}\right] n_i(q;\, T)\, dq \tag{15.6.8}$$

[см. (2.10.21) и (2.10.22)]. Согласно второму началу термодинамики, энтропия частиц, находящихся в равновесии при температуре T и в объеме V, есть функция $S(V,\, T)$, такая, что

$$dS(V,\, T) = \frac{1}{T}\{d(\rho_{\text{равн}}(T)\, V) + p_{\text{равн}}(T)\, dV\}. \tag{15.6.9}$$

Отсюда

$$\frac{\partial S(V, T)}{\partial V} = \frac{1}{T}\{\rho_{\text{равн}}(T) + p_{\text{равн}}(T)\},$$

$$\frac{\partial S(V, T)}{\partial T} = \frac{V}{T}\frac{d\rho_{\text{равн}}(T)}{dT}.$$

Плотность энергии и давление должны удовлетворять условию интегрируемости

$$\frac{\partial}{\partial T}\left\{\frac{1}{T}[\rho_{\text{равн}}(T) + p_{\text{равн}}(T)]\right\} = \frac{\partial}{\partial V}\left[\frac{V}{T}\frac{d\rho_{\text{равн}}(T)}{dT}\right]$$

или после небольших преобразований

$$\frac{dp_{\text{равн}}(T)}{dT} = \frac{1}{T}\{\rho_{\text{равн}}(T) + p_{\text{равн}}(T)\}. \qquad (15.6.10)$$

Это равенство можно также вывести непосредственно из (15.6.7) и (15.6.8), так как частицы, находящиеся в тепловом равновесии, взаимодействуют только между собой, их полная энергия и давление должны, кроме того, удовлетворять уравнению сохранения энергии (14.2.19):

$$R^3\frac{dp_{\text{равн}}}{dt} = \frac{d}{dt}[R^3(\rho_{\text{равн}} + p_{\text{равн}})]. \qquad (15.6.11)$$

Используя условие (15.6.10), можно переписать это равенство так

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{R^3}{T}[\rho_{\text{равн}}(T) + p_{\text{равн}}(T)]\right\} = 0. \qquad (15.6.12)$$

Этот закон сохранения имеет простую интерпретацию в терминах энтропии. Использование равенства (15.6.10) в (15.6.9) дает

$$dS(V, T) = \frac{1}{T}d\{[\rho_{\text{равн}}(T) + p_{\text{равн}}(T)]V\} - \frac{V}{T^2}[\rho_{\text{равн}}(T) + p_{\text{равн}}(T)]\,dT,$$

и, следовательно, с точностью до возможной аддитивной постоянной

$$S(V, T) = \frac{V}{T}[\rho_{\text{равн}}(T) + p_{\text{равн}}(T)]. \qquad (15.6.13)$$

Равенство (15.6.12) устанавливает, таким образом, постоянство энтропии в объеме $R^3(t)$:

$$S \equiv S(R^3, T) = \frac{R^3}{T}[\rho_{\text{равн}}(T) + p_{\text{равн}}(T)]. \qquad (15.6.14)$$

В частности, когда все частицы, находящиеся в равновесии, являются ультрарелятивистскими, в интегралах (15.6.7) и (15.6.8) можно положить $E = q$, так что

$$p_{\text{равн}}(T) = \frac{1}{3}\rho_{\text{равн}}(T). \tag{15.6.15}$$

Тогда из (15.6.10) следует, что

$$\rho_{\text{равн}}(T) \sim T^4 \tag{15.6.16}$$

с «постоянной» пропорциональности, зависящей от того, какие именно типы частиц находятся в равновесии при данной температуре. [Этот результат можно получить также непосредственно из (15.6.7) и (15.6.8).] Теперь, подставляя (15.6.15) и (15.6.16) в (15.6.12), определяем, как падает температура:

$$T \sim R^{-1}. \tag{15.6.17}$$

Мы увидим, что эта закономерность верна в течение большей (но все же не всей) части ранней эволюции Вселенной.

Нашей следующей целью является установление того, какие частицы были в тепловом равновесии в различные периоды. Одно из упрощений, возникших из-за пренебрежения химическими потенциалами, состоит в том, что иметь заметную плотность (15.6.3) и быть в тепловом равновесии могут только частицы с $m < kT$. При $kT < m_\pi$ или $T < 1{,}5\cdot 10^{12}$ К такими частицами являются $\mu^\pm$, $e^\pm$, ν_μ, $\bar\nu_\mu$, ν_e, $\bar\nu_e$ и γ. Гравитоны не рассматриваются здесь по причинам, изложенным в § 11 этой главы. В ходе всей ранней истории Вселенной процессы рождения пар, аннигиляции и комптоновского рассеяния поддерживали все остающиеся заряженные частицы в равновесии с фотонами. Следовательно, фотоны подчинялись распределению Планка (15.5.9), а $e^\pm$ и $\mu^\pm$ — распределению Ферми с нулевым химическим потенциалом:

$$n_{e^-}(q)\,dq = n_{e^+}(q)\,dq = 8\pi h^{-3} q^2\,dq\left[\exp\left(\frac{\sqrt{q^2+m_e^2}}{kT}\right)+1\right]^{-1}, \tag{15.6.18}$$

$$n_{\mu^-}(q)\,dq = n_{\mu^+}(q)\,dq = 8\pi h^{-3} q^2\,dq\left[\exp\left(\frac{\sqrt{q^2+m_\mu^2}}{kT}\right)+1\right]^{-1}. \tag{15.6.19}$$

Что можно сказать относительно нейтрино и антинейтрино? Известно, что они могут рождаться, исчезать и рассеиваться в реакциях

$$\begin{aligned}
&e^- + \mu^+ \leftrightarrow \nu_e + \bar\nu_\mu, &\quad& e^+ + \mu^- \leftrightarrow \bar\nu_e + \nu_\mu,\\
&\nu_e + \mu^- \leftrightarrow \nu_\mu + e^-, && \bar\nu_e + \mu^+ \leftrightarrow \bar\nu_\mu + e^+,\\
&\nu_\mu + \mu^+ \leftrightarrow \nu_e + e^+, && \bar\nu_\mu + \mu^- \leftrightarrow \bar\nu_e + e^-.
\end{aligned} \tag{15.6.20}$$

Коль скоро $kT < m_\mu$, сечения всех этих реакций будут примерно иметь порядок

$$\sigma_{wk} \approx g_{wk}^2 \hbar^{-4} (kT)^2, \tag{15.6.21}$$

где $g_{wk} = 1{,}4 \cdot 10^{-49}$ эрг$\cdot$см^3 — константа слабого взаимодействия, известная по наблюдаемой скорости распада мюона $\mu^+ \to e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$. При рассматриваемых температурах все скорости частиц порядка единицы, поэтому для плотностей заряженных лептонов $e^\pm$ и $\mu^\pm$ из (15.6.18), (15.6.19) получаем

$$n_l \approx \left(\frac{kT}{\hbar}\right)^3. \tag{15.6.22}$$

Следовательно, длина, на которой нейтрино рассеивается или рождается в расчете на один заряженный лептон, имеет порядок

$$\sigma_{wk} n_l \approx g_{wk}^2 \hbar^{-7} (kT)^5. \tag{15.6.23}$$

Полная плотность энергии приблизительно равна

$$\rho \approx kT \left(\frac{kT}{\hbar}\right)^3, \tag{15.6.24}$$

и, согласно (15.6.2), относительная скорость расширения порядка

$$H \equiv \frac{\dot{R}}{R} \approx (G\rho)^{1/2} \approx G^{1/2} \hbar^{-3/2} (kT)^2. \tag{15.6.25}$$

Отсюда, пока $kT > m_\mu$, т. е. $T > 10^{12}$ К, в единицах СГС имеем

$$\frac{\sigma n_l}{H} \approx G^{-1/2} \hbar^{-11/2} c^{-7/2} g_{wk}^2 (kT)^3 \approx \left(\frac{T}{10^{10}\text{К}}\right). \tag{15.6.26}$$

Однако все реакции (15.6.20) требуют либо присутствия μ^- или μ^+, либо энергии, достаточной для образования $\mu^\pm$. Когда $kT < m_\mu$, плотности мюонов и других частиц с энергией $E > m_\mu$ убывают пропорционально величине порядка $\exp(-m_\mu/kT)$ и вследствие этого

$$\frac{\sigma n_l}{H} \approx \left(\frac{T}{10^{10}\text{К}}\right)^3 \exp\left(-\frac{10^{12}\text{К}}{T}\right). \tag{15.6.27}$$

Нейтрино и антинейтрино выпадают из теплового равновесия с другими частицами, когда это отношение становится меньше единицы, т. е. при $T \approx 1{,}3 \cdot 10^{11}$ К.

Возможно, что в действительности ν_e и $\bar{\nu}_e$ оставались в тепловом равновесии несколько дольше, чем ν_μ и $\bar{\nu}_\mu$. По современным представлениям (см., например, [186] § 3.3) слабые взаимодействия возникают вследствие взаимодействия «слабого тока» с самим собой или непосредственно, или через посредство заряженной частицы со спином 1, «промежуточного векторного мезона». Если это верно, то есть дополнительные реакции с участием ν_e и $\bar{\nu}_e$:

$$e^- + e^+ \leftrightarrow \nu_e + \bar{\nu}_e, \quad e^\pm + \nu_e \rightarrow e^\pm + \nu_e, \quad e^\pm + \bar{\nu}_e \rightarrow e^\pm + \bar{\nu}_e, \qquad (15.6.28)$$

сечения которых того же порядка, что и (15.6.21) при $kT > m_e$. В этих реакциях не участвуют $\mu^\pm$, поэтому отношение скоростей реакций ν_e и $\bar{\nu}_e$ к относительной скорости расширения H будет определяться равенством (15.6.26) при $kT > m_e$, т. е. до температуры $T \approx 5 \cdot 10^9$ К. Следовательно, реакции (15.6.28) могли поддержать тепловое равновесие ν_e и $\bar{\nu}_e$ с γ и $e^\pm$ до температуры $T \approx \approx 10^{10}$ К, при которой отношение (15.6.26) падает до единицы. То же самое может оказаться справедливым даже для ν_μ и $\bar{\nu}_\mu$ (см., в частности, [343—345]).

Теперь мы в состоянии изложить температурную историю ранней Вселенной. Начнем с температуры между 10^{12} К и $1{,}3 \cdot 10^{11}$ К, когда μ^+ и μ^- были уже достаточно редки для того, чтобы их вкладом в $\rho_{\text{равн}}$ и $p_{\text{равн}}$ можно было пренебречь, но их оставалось еще достаточно для поддержания теплового равновесия нейтрино и антинейтрино с другими частицами. Основными составляющими Вселенной были в то время $e^\pm$, γ, ν_e, $\bar{\nu}_e$, ν_μ и $\bar{\nu}_\mu$, находящиеся в тепловом равновесии. Фотоны подчинялись распределению Планка, $e^\pm$ — распределению Ферми (15.6.18), нейтрино и антинейтрино — распределению Ферми вида

$$n_{\nu_e}(q)\,dq = n_{\bar{\nu}_e}(q)\,dq = n_{\nu_\mu}(q)\,dq =$$

$$= n_{\bar{\nu}_\mu}(q)\,dq = 4\pi h^{-3} q^2 \left[\exp\left(\frac{q}{kT}\right) + 1\right]^{-1} dq. \qquad (15.6.29)$$

Поскольку все эти частицы были ультрарелятивистскими, температура падала по закону (15.6.17), а именно $T \sim R^{-1}$. Когда она упала примерно до $1{,}3 \cdot 10^{11}$ К, ν_μ, $\bar{\nu}_\mu$, а возможно, также и ν_e, $\bar{\nu}_e$ перестали взаимодействовать с частицами, находящимися в тепловом равновесии, и начали свободно расширяться. *Однако это выключение взаимодействия не имело никакого влияния ни на одну из функций распределения.* Частицы, остающиеся в равновесии, по-прежнему образуют ультрарелятивистский газ, и их температура продолжает падать как R^{-1}.

При этом плотность числа нейтрино и антинейтрино спадает, как R^{-3}, и их импульсы испытывают красное смещение, пропорциональное R^{-1} (как и импульсы фотонов), так что вид распределения (15.6.29) сохраняется, причем температура нейтрино T_ν пропорциональна R^{-1}. Поскольку $T_\nu = T$ до выключения взаимодействия и поскольку после этого и T_ν, и T убывают как R^{-1}, нейтрино и антинейтрино продолжают подчиняться распределению Ферми (15.6.29) с $T_\nu = T$, как если бы они оставались в тепловом равновесии с другими частицами. При $T \approx 10^{10}$ К могло произойти второе выключение взаимодействия — для ν_e и $\bar{\nu}_e$, но опять же при этом не происходит никакого изменения в функции распределения нейтрино и антинейтрино, если только во время этого выключения $e^\pm$ еще остаются релятивистскими. Итак, в течение всего времени, когда 10^{12} К $> T > 5 \cdot 10^9$ К, нейтрино и антинейтрино вели себя так, как если бы они были в тепловом равновесии и все частицы γ, $e^\pm$, ν_μ, $\bar{\nu}_\mu$, ν_e и $\bar{\nu}_e$ имели распределение Планка или Ферми с одной и той же температурой T, падающей как R^{-1}. Плотности энергии нейтрино и антинейтрино были равны

$$\rho_{\nu_e} = \rho_{\bar{\nu}_e} = \rho_{\nu_\mu} = \rho_{\bar{\nu}_\mu} \equiv \rho_\nu, \tag{15.6.30}$$

где

$$\rho_\nu = 4\pi h^{-3} \int_0^\infty q^3\, dq \left[\exp\left(\frac{q}{kT}\right) + 1\right]^{-1} = \frac{7\pi^5}{30h^3}(kT)^4 = \frac{7}{16} aT^4. \tag{15.6.31}$$

Кроме того, при $kT > m_e$ $e^\pm$ были релятивистскими и поэтому

$$\rho_{e^-} = \rho_{e^+} = 2\rho_\nu = \frac{7}{8} aT^4 \tag{15.6.32}$$

($\rho_{e^\pm} = 2\rho_\nu$ из-за того, что e^+ и e^- имеют по два спиновых состояния). Полная плотность энергии Вселенной в период, когда 10^{10} К $\leqslant T < 10^{12}$ К, была, таким образом, равна

$$\rho = \rho_{\nu_e} + \rho_{\bar{\nu}_e} + \rho_{\nu_\mu} + \rho_{\bar{\nu}_\mu} + \rho_{e^-} + \rho_{e^+} + \rho_\gamma = \frac{9}{2} aT^4. \tag{15.6.33}$$

Далее картина несколько усложняется. При температуре ниже 10^{10} К единственными, оставшимися в тепловом равновесии и игравшими существенную роль частицами были $e^\pm$ и γ. Их энергия в объеме R^3 определяется формулами (15.6.14), (15.6.7), (15.6.8) и (15.6.18):

$$s = \frac{R^3}{T}(\rho_{e^-} + \rho_{e^+} + \rho_\gamma + p_{e^-} + p_{e^+} + p_\gamma). \tag{15.6.34}$$

При $T > 5 \cdot 10^9$ К электроны и позитроны были релятивистскими, поэтому в (15.6.34) можно подставить выражения (15.6.15) и (15.6.32):

$$s = \frac{4R^3}{3T}(\rho_{e^-} + \rho_{e^+} + \rho_\gamma) = \frac{11}{3} a (RT)^3. \tag{15.6.35}$$

Когда температура T упала ниже $5 \cdot 10^9$ К, e^+ и e^- аннигилировали и окончательно остались только фотоны с энтропией

$$s = \frac{4R^3}{3T}\rho_\gamma = \frac{4}{3} a (RT)^3. \tag{15.6.36}$$

Но поскольку $s = \text{const}$, то результатом исчезновения e^+ и e^- было возрастание RT в $(^{11}/_4)^{1/3}$ раз [186]:

$$\frac{(RT)_{T<10^9\text{К}}}{(RT)_{T>5\cdot 10^9\text{К}}} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3}. \tag{15.6.37}$$

Нейтрино и антинейтрино не были «подогреты» электронно-позитронной аннигиляцией; поэтому их температура продолжала падать, как R^{-1}. Следовательно, при $T < 5\cdot 10^9$ К уже нужно различать температуру нейтрино и антинейтрино T_ν и общую температуру фотонов и всех других оставшихся заряженных частиц T. Поскольку $RT_\nu = \text{const}$, а RT подскочило в $(^{11}/_4)^{1/3}$ раз, фотонная температура становится в итоге больше нейтринной в это же число раз:

$$\left(\frac{T}{T_\nu}\right)_{T<10^9\text{К}} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} = 1{,}401. \tag{15.6.38}$$

Чтобы определить поведение RT или T/T_ν между $5\cdot 10^9$ и 10^9 К, необходимо использовать выражение (15.6.34) или

$$s = \frac{4}{3} a\,(RT)^3 \mathscr{S}\left(\frac{m_e}{kT}\right), \tag{15.6.39}$$

где

$$\mathscr{S}(x) \equiv 1 + \frac{45}{2\pi^4}\int_0^\infty y^2\,dy\left[\sqrt{x^2+y^2} + \frac{y^2}{3\sqrt{x^2+y^2}}\right] \times \left[\exp\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)+1\right]^{-1}. \tag{15.6.40}$$

Постоянную s можно выразить через постоянную RT_ν, заменяя в (15.6.35) T на T_ν, и тогда

$$T_\nu = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T\left[\mathscr{S}\left(\frac{m_e}{kT}\right)\right]^{1/3}. \tag{15.6.41}$$

Численный расчет [186, 187] функции $\mathscr{S}$ показывает, что отношение T/T_ν увеличилось только до 1,001 ко времени, когда температура упала до $3\cdot 10^9$ К, и было меньше 1,4 при $T = 10^9$ К (табл. 15.4).

При $T < 10^9$ К в тепловом равновесии с фотонами было только небольшое количество нуклонов и электронов, оставшихся после того, как все пары $e^- - e^+$ аннигилировали. Обе температуры, T_ν и T, продолжали падать как R^{-1}, оставаясь в фиксированном отношении (15.6.37). В предыдущем параграфе было установлено, что температура фотонов T_γ перестала совпадать с температурой вещества T при $T \lesssim 4000$ К, но и после этого она продолжала падать, как R^{-1}. Таким образом, сейчас должно существовать космическое нейтринно-антинейтринное фоновое излучение черного тела. описываемое формулой (15.6.29) с температурой

$$T_{\nu 0} = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T_{\gamma 0} = 1{,}9\,\text{К}.$$

Таблица 15.4

Температурная история Вселенной с момента аннигиляции пар $\mu^+\mu^-$ до выключения взаимодействия между веществом и излучением *

T, К	R/R_0	T/T_ν	t, с
10^{12}	$1{,}9\cdot10^{-12}$	1,100	0
$6\cdot10^{11}$	$3{,}2\cdot10^{-12}$	1,000	$1{,}94\cdot10^{-4}$
$3\cdot10^{11}$	$6{,}4\cdot10^{-12}$	1,000	$1{,}129\cdot10^{-3}$
$2\cdot10^{11}$	$9{,}6\cdot10^{-12}$	1,000	$2{,}61\cdot10^{-3}$
10^{11}	$1{,}9\cdot10^{-11}$	1,000	$1{,}078\cdot10^{-2}$
$6\cdot10^{10}$	$3{,}2\cdot10^{-11}$	1,000	$3{,}01\cdot10^{-2}$
$3\cdot10^{10}$	$6{,}4\cdot10^{-11}$	1,001	0,1209
$2\cdot10^{10}$	$9{,}6\cdot10^{-11}$	1,002	0,273
10^{10}	$1{,}9\cdot10^{-10}$	1,008	1,103
$6\cdot10^{9}$	$3{,}1\cdot10^{-10}$	1,022	3,14
$3\cdot10^{9}$	$5{,}9\cdot10^{-10}$	1,081	13,83
$2\cdot10^{9}$	$8{,}3\cdot10^{-10}$	1,159	35,2
10^{9}	$2{,}6\cdot10^{-9}$	1,346	$1{,}82\cdot10^{2}$
$3\cdot10^{8}$	$9{,}0\cdot10^{-9}$	1,401	$2{,}08\cdot10^{3}$
10^{8}	$2{,}7\cdot10^{-8}$	1,401	$1{,}92\cdot10^{4}$
10^{7}	$2{,}7\cdot10^{-7}$	1,401	$1{,}92\cdot10^{6}$
10^{6}	$2{,}7\cdot10^{-6}$	1,401	$1{,}92\cdot10^{8}$
10^{5}	$2{,}7\cdot10^{-5}$	1,401	$1{,}92\cdot10^{10}$
10^{4}	$2{,}7\cdot10^{-4}$	1,401	$1{,}92\cdot10^{12}$
$4\cdot10^{3}$	$6{,}3\cdot10^{-4}$	1,401	$1{,}20\cdot10^{13}$

* Значения R/R_0 получены в предположении, что современная температура излучения $T_{\gamma 0} = 2{,}7$ К. Последние несколько значений t получены в предположении, что плотностью энергии вещества все еще можно пренебречь по сравнению с плотностью энергии фотонов и нейтрино. Значения T/T_ν и t при $T > 10^8$ К взяты из работы [187].

Все время, начиная с $T \approx 10^9$ К и до настоящего момента, плотность энергии фотонов, нейтрино и антинейтрино была равна

$$\rho_R \equiv \rho_\gamma + \rho_{\nu_e} + \rho_{\bar\nu_e} + \rho_{\nu_\mu} + \rho_{\bar\nu_\mu} = aT_\gamma^4 + \frac{7}{4} aT_\nu^4 =$$

$$= \left[1 + \frac{7}{4}\left(\frac{4}{11}\right)^{4/3}\right] aT_\gamma{}^4 = 1{,}45 aT_\gamma{}^4. \qquad (15.6.42)$$

Ее можно сравнить с плотностью энергии нерелятивистского вещества $m_N n_N$, которая убывает как R^{-3} или $T_\gamma{}^3$:

$$n_N = n_{N0}\left(\frac{T_\gamma}{T_{\gamma 0}}\right)^3.$$

Отсюда критическая температура $T_{кр}$, при которой $m_N n_N = \rho_R$, равна

$$T_{кр} = \frac{m_N n_{N0}}{1{,}45 a T_{\gamma 0}^3} = 4200\ \text{К} \left[\frac{m_N n_{N0}}{10^{-30}\ \text{г/см}^3}\right]. \qquad (15.6.43)$$

Если $2 \cdot 10^{-29}$ г/см$^3 \geqslant m_N n_{N0} \geqslant 3 \cdot 10^{-31}$ г/см^3, то $84\,000\ \text{К} \geqslant T_{кр} \geqslant 1200$ К. Можно отметить, что температура $T_R \approx 4000$ К, при которой произошла рекомбинация ионизованного водорода, лежит в этих пределах, поэтому не ясно, была ли плотность энергии излучения больше или меньше плотности энергии вещества в момент исчезновения теплового контакта. Эта неопределенность не сказывалась на нашем обсуждении микроволнового фона в предыдущем параграфе; важно было лишь, что плотность числа фотонов была и остается много больше плотности барионов.

Сколько времени все это занимало? В эру, когда температура была между 10^{12} и $5 \cdot 10^9$ К, и после этого, пока она опускалась до 10^9 К, все имевшиеся в большом количестве частицы были ультрарелятивистскими, а давление $p \approx \rho/3$. Согласно (15.1.23), плотность энергии ρ изменялась как R^{-4}. Для этих периодов динамическое уравнение (15.6.2) можно записать в виде

$$\frac{\dot\rho}{\rho} = -\frac{4\dot R}{R} = -4\left(\frac{8\pi G\rho}{3}\right)^{1/2}$$

а его решением является

$$t = \left(\frac{3}{32\pi G\rho}\right)^{1/2} + \text{const}. \qquad (15.6.44)$$

При $10^{12}\ \text{К} > T > 5 \cdot 10^9$ К плотность энергии дается формулой (15.6.33), откуда (в единицах СГС)

$$t = \left(\frac{c^2}{48\pi G a T^4}\right)^{1/2} + \text{const} = 1{,}09\ \text{с} \left[\frac{T}{10^{10}\text{К}}\right]^{-2} + \text{const}.$$

Таким образом, понадобилось 0,0107 с для того, чтобы температура T упала от 10^{12} до 10^{11} К, и еще 1,07 с — для падения до 10^{10} К.

При $10^9\ \text{К} > T > T_{кр}$ плотность энергии определяется формулой (15.6.42), поэтому

$$t = \left(\frac{c^2}{15{,}5\pi G a T_\gamma^4}\right)^{1/2} + \text{const} = 1{,}92\ \text{с} \left[\frac{T_\gamma}{10^{10}\text{К}}\right]^{-2} + \text{const}.$$

Время, необходимое для падения температуры от 10^9 до 10^8 К, составляло, таким образом, около 5,3 ч. Если излучение продолжало доминировать над веществом до рекомбинации водорода при $T = 4000$ К, то возраст Вселенной к этому моменту был равен $4 \cdot 10^5$ лет.

К сожалению, если мы хотим описать поведение $T(t)$ и $R(t)$ в ходе всей ранней истории Вселенной, то при «прослеживании» эры электрон-позитронной аннигиляции приходится прибегать к численному расчету. Чтобы выразить R через T, воспользуемся тем фактом, что при $T < 10^{12}$ К энтропия (15.6.39) оставалась все время постоянной (до настоящего времени, если при $T < 4000$ К подставлять T_γ вместо T). Таким образом,

$$s = \frac{4}{3}a(R_0 T_{\gamma 0})^3 \tag{15.6.45}$$

и, следовательно, (15.6.39) можно переписать в виде

$$\frac{R}{R_0} = \left(\frac{T}{T_{\gamma 0}}\right)^{-1} \mathscr{S}^{-1/3}\left(\frac{m_e}{kT}\right). \tag{15.6.46}$$

Плотность энергии ρ является функцией T, такой, что ее при температуре T, меньшей 10^{12} К и большей чем $T_{\text{кр}}$ и 4000 К, можно приравнять

$$\rho = \rho_\gamma + \rho_{\nu_e} + \rho_{\bar{\nu}_e} + \rho_{\nu_\mu} + \rho_{\bar{\nu}_\mu} + \rho_{e+} + \rho_{e-} =$$
$$= aT^4 + \frac{7}{4}aT_\nu^4 + 16\pi h^{-3}\int_0^\infty E_e(q)\, q^2\, dq\left[\exp\left(\frac{E_e(q)}{kT}\right) + 1\right]^{-1}.$$

С помощью (15.6.41) получим

$$\rho = aT^4 \mathscr{E}\left(\frac{m_e}{kT}\right), \tag{15.6.47}$$

где

$$\mathscr{E}(x) = 1 + \frac{7}{4}\left(\frac{4}{11}\right)^{4/3}\mathscr{S}^{4/3}(x) +$$
$$+ \frac{30}{\pi^4}\int_0^\infty y^2\, dy\sqrt{x^2+y^2}\left[\exp\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)+1\right]^{-1}. \tag{15.6.48}$$

В динамическом уравнении (15.6.2)

$$dt = \left(\frac{8\pi\rho G}{3}\right)^{-1/2}\frac{dR}{R}$$

можно использовать уравнения (15.6.46) и (15.6.47) и получить формулу для времени как функции температуры:

$$t = -\int\left[\frac{8}{3}\pi G a T^4 \mathscr{E}\left(\frac{m_e}{kT}\right)\right]^{-1/2}\left(\frac{dT}{T} + \frac{d\mathscr{S}(m_e/kT)}{3\mathscr{S}(m_e/kT)}\right). \tag{15.6.49}$$

Численные значения t, R/R_0 и T/T_ν в зависимости от T даны в табл. 15.4 [187].

Единственным по-настоящему произвольным предположением было до сих пор то, что плотности лептонных чисел N_E и N_M считались равными нулю или по крайней мере много меньшими, чем n_γ. Рассмотрим теперь, каким был бы эффект отказа от этого предположения. После падения температуры ниже 10^{12} К из заряженных частиц оставались только электроны и позитроны; электронейтральность требует, чтобы $N_Q = n_{e^+} - n_{e^-} = 0$. Химический потенциал электрона должен быть тогда равен нулю, и единственными частицами с неисчезающими химическими потенциалами остаются нейтрино и антинейтрино. При $T > 1{,}3 \cdot 10^{11}$ К эти частицы были в равновесии с γ, e^+ и e^- и подчинялись распределению Ферми

$$n_{\nu_e}(q)\,dq = 4\pi h^{-3} q^2\,dq \left[\exp\left(\frac{q-\mu_{\nu_e}}{kT}\right)+1\right]^{-1}, \qquad (15.6.50)$$

$$n_{\bar{\nu}_e}(q)\,dq = 4\pi h^{-3} q^2\,dq \left[\exp\left(\frac{q+\mu_{\nu_e}}{kT}\right)+1\right]^{-1} \qquad (15.6.51)$$

и аналогично для ν_μ и $\bar{\nu}_\mu$. Плотности лептонных чисел тогда равны

$$N_E = \int [n_{\nu_e}(q) - n_{\bar{\nu}_e}(q)]\,dq = 4\pi\left(\frac{kT}{h}\right)^3 \mathcal{N}\left(\frac{\mu_{\nu_e}}{kT}\right), \qquad (15.6.52)$$

$$N_M = \int [n_{\nu_\mu}(q) - n_{\bar{\nu}_\mu}(q)]\,dq = 4\pi\left(\frac{kT}{h}\right)^3 \mathcal{N}\left(\frac{\mu_{\nu_\mu}}{kT}\right), \qquad (15.6.53)$$

где

$$\mathcal{N}(x) \equiv \int_0^\infty [(e^{y-x}+1)^{-1} - (e^{y+x}+1)^{-1}]\,y^2\,dy. \qquad (15.6.54)$$

Поскольку электронное лептонное и мюонное лептонное числа считаются сохраняющимися [183], плотности N_E и N_M должны все время вести себя как R^{-3}, а поскольку мы знаем, что в период, когда 10^{12} К $> T > 5 \cdot 10^9$ К, температура изменяется как R^{-1}, то из всего этого следует, что μ_{ν_e}/kT и μ_{ν_μ}/kT должны быть постоянными с момента аннигиляции $\mu^+ - \mu^-$ до «выключения» взаимодействия нейтрино и антинейтрино с остальной материей.

После «выключения» этого взаимодействия нейтрино и антинейтрино свободно расширяются; при этом их плотности падают как R^{-3}, а импульсы «краснеют» пропорционально R^{-1}. Это красное смещение сохраняет вид распределений (15.6.50) и (15.6.51), но приводит к уменьшению температуры и химических потенциалов в R^{-1} раз. Таким образом, распределения нейтрино в течение всего периода $T < 10^{12}$ К до настоящего времени определяются следующими формулами:

$$n_{\nu_e}(q)\,dq = 4\pi h^{-3} q^2\,dq \left[\exp\left(\frac{q-\mu_{\nu_e}}{kT_\nu}\right)+1\right]^{-1}, \qquad (15.6.55)$$

$$n_{\bar{\nu}_e}(q)\,dq = 4\pi h^{-3} q^2\,dq \left[\exp\left(\frac{q+\mu_{\nu_e}}{kT_\nu}\right)+1\right]^{-1}, \qquad (15.6.56)$$

$$n_{\nu_\mu}(q)\,dq = 4\pi h^{-3} q^2\,dq \left[\exp\left(\frac{q-\mu_{\nu_\mu}}{kT_\nu}\right)+1\right]^{-1}, \qquad (15.6.57)$$

$$n_{\bar{\nu}_\mu}(q)\,dq = 4\pi h^{-3} q^2\,dq \left[\exp\left(\frac{q+\mu_{\nu_\mu}}{kT_\nu}\right)+1\right]^{-1}, \qquad (15.6.58)$$

где T_ν, μ_{ν_e} и μ_{ν_μ} изменяются как R^{-1}, причем до аннигиляции электронов и позитронов $T_\nu = T$. Распределения нейтрино и антинейтрино не влияют на аннигиляцию $e^+ - e^-$, и все полученные ранее результаты относительно зависимости T_ν и R от T сохраняют силу.

Если N_E и N_M много меньше, чем плотность фотонов $n_\gamma \approx \approx (kT/h)^3$, из (15.6.52) и (15.6.53) получим

$$|\mu_{\nu_e}| \ll kT_\nu, \qquad |\mu_{\nu_\mu}| \ll kT_\nu \qquad (15.6.59)$$

и все распределения (15.6.55) — (15.6.58) сводятся к использованному ранее распределению (15.6.29).

Напротив, если N_E или N_M сравнимы с плотностью n_γ или больше ее, то постоянные $|\mu_{\nu_e}/kT_\nu|$ или $|\mu_{\nu_\mu}/kT_\nu|$ будут порядка единицы или больше и функции распределения (15.6.55)—(15.6.58) будут заметно отличаться от (15.6.29). В пределе, когда, скажем, $\mu_{\nu e}/kT_\nu/\gg 1$, функции распределения (15.6.55), (15.6.56) становятся равными

$$n_{\nu_e}(q)\,dq \approx \begin{cases} 4\pi h^{-3} q^2\,dq, & q < \mu_{\nu_e}, \\ 0, & q > \mu_{\nu_e}, \end{cases} \qquad (15.6.60)$$

$$n_{\bar{\nu}_e}(q)\,dq \approx 0. \qquad (15.6.61)$$

Это случай *полного вырождения нейтрино.* Разумеется, если $\mu_{\nu e}/kT_\nu \ll -1$, то в формулах (15.6.60) и (15.6.61) нейтрино и антинейтрино меняются ролями и имеет место полное вырождение антинейтрино. Возможность полного вырождения нейтрино допускалась [188] некоторое время назад до открытия микроволнового фона, когда представлялось разумным предположить, что Вселенная всегда была холодной и поэтому $kT_\nu \ll |\mu_{\nu e}|$.

Частичное или полное вырождение повлияло бы на наши расчеты только таким образом, что сократилась бы временная шкала. Полная энергия нейтрино и антинейтрино определяется выражением

$$\rho_{\nu+\bar{\nu}} = \int [n_{\nu_e}(q) + n_{\bar{\nu}_e}(q) + n_{\nu_\mu}(q) + n_{\bar{\nu}_\mu}(q)]\, q\,dq =$$
$$= 4\pi h^{-3} (kT_\nu)^4 \left[\mathscr{F}\left(\frac{\mu_{\nu_e}}{kT_\nu}\right) + \mathscr{F}\left(\frac{\mu_{\nu_\mu}}{kT_\nu}\right)\right], \qquad (15.6.62)$$

где

$$\mathcal{F}(x) \equiv \int_0^\infty [(e^{y-x}+1)^{-1}+(e^{y+x}+1)^{-1}]\, y^3\, dy.$$

Эта величина всегда больше, чем плотность энергии при нулевом химическом потенциале $^7/_4 aT_\nu{}^4$ [см. (15.6.30) и (15.6.31)], и, следовательно, скорость расширения (15.6.2) возрастает при вырождении. В пределе, когда $|\mu_{\nu_e}/kT_\nu| \gg 1$ или $|\mu_{\nu_\mu}/kT_\nu| \gg 1$ или когда выполняются оба эти условия вместе, мы имеем

$$\rho \approx \rho_{\nu+\bar\nu} \approx \pi h^{-3}[\mu_{\nu_e}{}^4+\mu_{\nu_\mu}{}^4]. \qquad (15.6.63)$$

Тогда вырожденные нейтрино или антинейтрино дают основной вклад в плотность энергии и определяют скорость расширения.

Интересно узнать, можем ли мы обнаружить космический фон нейтрино и антинейтрино. Наиболее жесткий верхний предел на $|\mu_{\nu_e}|$ и $|\mu_{\nu_\mu}|$ накладывается измерениями параметра замедления q_0. Поскольку q_0 ненамного больше единицы, полная плотность энергии не может быть много больше чем 10^{-29} г/см^3 (см. § 2 этой главы) и поэтому, согласно (15.6.63),

$$[\mu_{\nu_e 0}{}^4+\mu_{\nu_\mu 0}{}^4]^{1/4} \leqslant 0{,}0075 \text{ эВ}. \qquad (15.6.64)$$

Как мы уже видели, нынешняя температура нейтрино $T_{\nu 0}$ равна примерно 1,9 К, т. е. $kT_{\nu 0} = 1{,}7\cdot 10^{-4}$ эВ. Отсюда ограничение сверху на химический потенциал можно записать в виде

$$\frac{|\mu_{\nu_e}|}{kT_\nu} \leqslant 45, \qquad \frac{|\mu_{\nu_\mu}|}{kT_\nu} \leqslant 45. \qquad (15.6.65)$$

Следовательно, измерения q_0 не исключают почти полного вырождения.

Мы можем также попытаться измерить химические потенциалы непосредственно. В разрешенном β^--распаде, например $H^3 \to He^3 + e^- + \bar\nu_e$, нормально мы ожидаем, что число событий на интервал энергии электрона $(E_e,\ E_e + dE_e)$ дается функцией Ферми

$$N_F(E_e)\, dE_e = ap_e E_e (W_0 - E_e)^2 F(E_e)\, dE_e,$$

где a — постоянная, p_e — импульс электрона, W_0 — максимальная энергия электрона и $F(E_e)$ — известная функция, вводящая поправку на кулоновское взаимодействие в конечном состоянии. Однако в присутствии фона антинейтрино (15.6.56) скорость β^--распада уменьшится вследствие принципа Паули, так как ее нужно умножить на долю незаполненных состояний антинейтрино при энергии $W_0 - E_e$:

$$N(E_e)\,dE_e = \left[1 - \frac{h^3 n_{\bar{\nu}_e}(W_0 - E_e)}{4\pi (W_0 - E_e)^2}\right] N_F(E_e)\,dE_e,$$

или в явном виде [94]

$$N(E_e)\,dE_e = \left[1 + \exp\left(\frac{E_e - W_0 + \mu_{\nu_e 0}}{kT_{\nu 0}}\right)\right]^{-1} \times$$
$$\times\, a p_e E_e (W_0 - E_e)^2 F(E_e)\,dE_e. \qquad (15.6.66)$$

Поскольку W_0 во всех известных процессах β-распада много больше, чем $|\mu_{\nu e 0}|$ и $kT_{\nu 0}$, эта поправка весьма мала в подавляющей части спектра электронов. Все же если $\mu_{\nu e 0} < -kT_{\nu 0}$, то функция $N(E_e)$ будет аномально подавлена в области $W_0 > E_e \gtrsim W_0 - |\mu_{\nu e 0}|$, как если бы антинейтрино имело массу $|\mu_{\nu e 0}|$. Если $\mu_{\nu e 0} > 0$, большого подавления при $E_e < W_0$ не будет, но зато будут события с $E_e > W_0$, вызванные поглощением космических нейтрино в реакциях типа $\nu_e + H^3 \to e^- + He^3$. Частота таких событий дается [188] той же формулой (15.6.66), что и в случае рождения антинейтрино, за исключением того, что вместо $\mu_{\nu e 0}$ нужно подставить $-\mu_{\nu e 0}$ и считать, что $E_e > W_0$. Таким образом, при $\mu_{\nu e 0} > kT_{\nu 0}$ β^--спектр поднимется выше W_0 до энергии $W_0 + \mu_{\nu e 0}$, что внешне будет выглядеть как нарушение сохранения энергии.

К настоящему времени наилучшие данные по спектру β^--электронов вблизи конечной точки W_0 получены при изучении низкоэнергетического распада $H^3 \to He^3 + e^- + \bar{\nu}_e$ с $W_0 = 18{,}7$ кэВ. В последних экспериментах [189, 190] не было обнаружено какого-либо аномального подавления спектра в области ниже чем на 60 эВ от конца спектра W_0 и никаких аномальных событий при энергии выше $W_0 + 60$ эВ. Отсюда вывод, что

$$|\mu_{\nu e 0}| \leqslant 60\ \text{эВ} \qquad (15.6.67)$$

для химического потенциала любого знака.

Есть также возможность получения косвенной информации о фоне космических нейтрино и антинейтрино из «выживания протонов в космических лучах. Нейтрино или антинейтрино с энергией q, сталкивающиеся под углом θ с релятивистским протоном с энергией γm_p, *в системе покоя протона будут иметь энергию*

$$E \approx \gamma q(1 - \cos\theta) \text{ при } \gamma \gg 1.$$

Полное сечение реакций $p\nu$ и $p\bar{\nu}$ при «лабораторной» энергии E приблизительно равно

$$\sigma(E) \approx AE^2,$$

где (в единицах СГС)

$$A \approx \frac{g_{wk}^2}{\hbar^4 c^4} \approx 10^{-56} \text{ см}^2/\text{эВ}^2.$$

Тогда скорость этих реакций для релятивистского протона с энергией γm_p в фоне вырожденных ν_e (или $\bar{\nu}_e$) определяется выражением

$$\Gamma = \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{|\mu_{\nu_e 0}|} \sigma\left[\gamma q (1 - \cos\theta)\right] h^{-3} q^2 \, dq,$$

или (в единицах СГС)

$$\Gamma \approx \frac{4\pi\gamma^2 A \, |\mu_{\nu_e 0}|^5}{15 h^3 c^2} \approx 3 \cdot 10^{-34} \gamma^2 \, |\mu_{\nu_e 0} (\text{эВ})|^5 \text{с}^{-1}, \qquad (15.6.68)$$

и аналогично для вырожденных ν_μ или $\bar{\nu}_\mu$. Как было отмечено Бернстайном, Рудерманом и Файнбергом [191], из того, что наблюдаемые протоны космических лучай с $\gamma > 10^6$ определенно просуществовали в течение более чем 10^6 с, следует, что $|\mu_{\nu e 0}|$ и и $|\mu_{\nu_\mu 0}|$ должны быть меньше 10^3 эВ. Коусик, Пал и Тэндон [192] предположили, что протоны с $\gamma \approx 10^9$ не могут испытать более 14 актов рассеяния в течение времени порядка $5 \cdot 10^7$ лет, и пришли к выводу, что $|\mu_{\nu_e 0}|$ и $|\mu_{\nu_\mu 0}|$ меньше 2 эВ.

Кроме того, можно искать изломы в спектре протонов космических лучей при порогах различных реакций νp и $\bar{\nu} p$. Например, порог реакции $p + \bar{\nu}_e \to n + e^+$ находится при $m_e + m_n - m_p = 1{,}8$ МэВ, и если $\mu_{\nu e 0} < -kT_{\nu 0}$, то должен быть излом вниз в спектре протонов космических лучей при

$$\gamma \approx \frac{1{,}8 \text{ МэВ}}{|\mu_{\nu_e 0}|}. \qquad (15.6.69)$$

Константинов, Кочаров и Старбунов [193, 194] заметили существование излома при $\gamma \approx 2 \cdot 10^6$ и предположили, что он, возможно, обусловлен вырожденным антинейтринным фоном с

$$\mu_{\nu_e 0} \approx -0{,}8 \text{ эВ}. \qquad (15.6.70)$$

Эта оценка по абсолютному значению много больше верхнего предела (15.6.64), установленного из измерений q_0.

§ 7. Синтез гелия

Начиная с пионерской работы Ф. В. Кларка [195], в прошлом веке относительное содержание химических элементов было предметом тщательных исследований геологов и астрономов. Постепенно было определено «космическое» распределение элементов [196—