

мал, чтобы не нарушалась нейтральность заряда, тогда как μ_{ν_e}/kT равно постоянной ν ($|\nu| \lesssim 45$):

$$\mu_{e^-} \approx 0, \quad \mu_{\nu_e} \approx \nu kT.$$

Равновесная доля нейтронов дается тогда выражением (15.7.19)

$$X_n \equiv \frac{n_n}{n_p + n_n} = \left[1 + \exp\left(\nu + \frac{Q}{kT}\right) \right]^{-1},$$

где $Q \equiv m_n - m_p$. Таким образом, если постоянная ν велика и положительна, доля нейтронов оказывается малой с самого начала и потому нуклеосинтез невелик. Если ν — небольшая отрицательная величина, скажем $\nu \approx -1$, то начальная доля нейтронов велика, так что после того как некоторые нейтроны превратятся в протоны, доля нейтронов к моменту «включения» нуклеосинтеза может оказаться близкой к оптимальному значению 50% и, по существу, все вещество во Вселенной может перейти в гелий. Если ν — большая отрицательная величина, то начальное содержание нейтронов предельно велико и никакого нуклеосинтеза быть не может, пока часть нейтронов не распадется, но к этому времени плотность нуклонов будет слишком низкой, чтобы мог произойти синтез большого количества сложных ядер. Детальные расчеты содержания H^2 , He^3 , He^4 и Li^7 как функции ν с учетом влияния вырождения нейтрино или антинейтрино на скорости (15.7.2)—(15.7.7) были проведены Вагонером, Фаулером и Хойлом. Эти расчеты показывают ([210], рис. 5а, 5в), что содержание космологически образовавшегося гелия будет заметно меньше 1%, если «недостающая масса» состоит из вырожденных нейтрино или антинейтрино с $|\nu| \approx 30$. С другой стороны, если плотность лептонов во Вселенной N_L того же порядка, что и плотность барионов N_B , то из (15.6.52) следует, что $|\nu| \approx 1/\sigma$, т. е. около 10^{-9} [см. (15.5.15)]. В этом случае небольшой избыток нейтрино или антинейтрино не оказывает заметного влияния на синтез гелия.

Одно заключительное предостережение: если бы даже было установлено высокое космическое содержание гелия, отсюда еще не следовало бы с необходимостью, что этот гелий образовался в ранней Вселенной. Дж. Бэрбидж [252] подчеркивал, в частности, возможность того, что гелий мог быть синтезирован в раннюю, более яркую фазу истории Галактики, например в массивных галактических объектах. Значительная часть вычислений, рассмотренных в настоящем параграфе, применима также к нуклеосинтезу при коллапсе массивных звезд ([210], разд. VII).

§ 8. Образование галактик

В предыдущих двух параграфах мы рассматривали такие две составные части современной Вселенной — гелий и микроволновый фон, которые, вероятно, являются реликтами более ранней

эры космической истории. Обозревая ночное небо, мы видим еще один возможный реликт — сгущивание звезд в скопления, галактики и скопления галактик. Естественно интерпретировать это сгущивание как действие гравитационного притяжения на первоначально однородное рассеянное вещество — мысль, которая была впервые высказана еще Ньютоном в его знаменитом письме д-ру Ричарду Бентли [253]. К сожалению, у нас нет пока даже пробной количественной теории образования галактик, хоть скольконибудь близкой по полноте и правдоподобию нашим теориям происхождения космического содержания гелия и микроволнового излучения.

Первую серьезную теорию образования галактик предложил сэр Джеймс Джинс в начале нашего столетия [254]. Джинс предположил, что Вселенная заполнена нерелятивистской жидкостью с плотностью ρ , давлением p , скоростью \mathbf{v} и гравитационным полем \mathbf{g} , подчиняющимися уравнению непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (15.8.1)$$

уравнению Эйлера

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} \quad (15.8.2)$$

и уравнениям гравитационного поля

$$\nabla \times \mathbf{g} = 0, \quad (15.8.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{g} = -4\pi G \rho. \quad (15.8.4)$$

В качестве невозмущенного «решения» берется решение для статической однородной жидкости без учета гравитации:

$$\rho = \text{const}, \quad p = \text{const}, \quad \mathbf{v} = 0.$$

Если добавить малые возмущения ρ_1 , p_1 , \mathbf{v}_1 , \mathbf{g}_1 , то с точностью до первого порядка из (15.8.1) — (15.8.4) получается

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v}_1 = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} = -\frac{v_s^2}{\rho} \nabla \rho_1 + \mathbf{g}_1,$$

$$\nabla \times \mathbf{g}_1 = 0,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{g}_1 = -4\pi G \rho_1,$$

где v_s — скорость звука:

$$v_s^2 = \frac{p_1}{\rho_1} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\text{ад}},$$

а все величины без индекса 1 относятся к невозмущенному «решению». Комбинируя эти уравнения, получаем дифференциальное

уравнение для ρ_1 :

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} = v_s^2 \nabla^2 \rho_1 + 4\pi G \rho \rho_1,$$

решение которого имеет вид

$$\rho_1 \sim \exp \{ ik \cdot x - i\omega t \}, \quad (15.8.5)$$

причем ω и k связаны «дисперсионным соотношением»

$$\omega^2 = k^2 v_s^2 - 4\pi G \rho. \quad (15.8.6)$$

Этот результат имеет большое сходство с дисперсионным соотношением для продольных электростатических колебаний в плазме (см., например, [94]):

$$\omega^2 = k^2 v_s^2 + \frac{4\pi n_e e^2}{m_e}, \quad (15.8.7)$$

где e , m_e и n_e — соответственно заряд, масса и плотность числа электронов (в нерационализованной системе единиц). Различие между (15.8.6) и (15.8.7) состоит в том, что в (15.8.6) вместо n_e стоит плотность частиц ρ/m , вместо m_e — масса частиц m , вместо e^2 — ньютоновская «постоянная взаимодействия» Gm^2 , а знаком минус учтено то, что гравитационные силы являются силами притяжения. Из-за знака минус в (15.8.6) «гравистатические» волны обладают неустойчивостью, которой нет у плазменных волн: частота ω становится мнимой при волновых числах ниже критического значения

$$k_J = \left(\frac{4\pi G \rho}{v_s^2} \right)^{1/2}, \quad (15.8.8)$$

так что ρ_1 может расти (или убывать) по экспоненциальному закону с показателем экспоненты

$$\text{Im } \omega = v_s (k_J^2 - k^2)^{1/2} \text{ при } k^2 < k_J^2. \quad (15.8.9)$$

К сожалению, теория Джинса неприменима к образованию галактик в расширяющейся Вселенной: Джинс предполагал, что среда статическая, тогда как относительная скорость расширения Вселенной во всех интересных для нас случаях определяется формулой (15.1.20)

$$\frac{\dot{R}}{R} \approx \left(\frac{8\pi G}{8} \right)^{1/2} = \left(\frac{2}{3} \right)^{1/2} k_J v_s, \quad (15.8.10)$$

т. е. она того же порядка, что и максимальное значение показателя экспоненты (15.8.9). Первая удовлетворительная теория неустойчивостей в расширяющейся Вселенной была построена в 1946 г. Е. М. Лифшицем [255]. Он показал, что в расширяющейся Вселенной возмущения при волновых числах, меньших k_I , растут не экспоненциально, а как степень t или $R(t)$. Этот результат будет

подробно выведен и обсужден ниже с использованием как нерелятивистского подхода, предложенного в 1957 г. Боннером [256] (§ 9 этой главы, а также [257]), так и упрощенного варианта релятивистской теории Лифшица (§ 10 этой главы).

Хотя мы пока и не в состоянии определить скорости, с которыми в действительности растут возмущения, мы можем довольно легко установить, какие возмущения могут расти, а какие нет. При достаточно больших волновых числах волны, описываемые теорией Джинса, становятся обычными звуковыми волнами, причем

$$\omega^2 = k^2 v_s^2. \quad (15.8.11)$$

Каковы условия, при которых это простое дисперсионное соотношение справедливо? Гравитационные силы будут пренебрежимо малы, если гравитационная энергия сферы радиусом $|k|^{-1}$ много меньше, чем ее тепловая энергия:

$$\frac{G(\rho |k|^{-3})^2}{|k|^{-1}} \ll \rho v_s^2 |k|^{-3}.$$

Влияние расширения Вселенной также будет ничтожным, если относительная скорость расширения много меньше, чем частота:

$$\sqrt{G\rho} \ll |\omega|.$$

Оба эти условия удовлетворяют соотношениям (15.8.11), коль скоро волновое число удовлетворяет условию

$$|k| \gg k_J,$$

т. е. такому же, как и в теории Джинса. Итак, даже при учете расширения Вселенной следует ожидать, что есть критическое волновое число порядка k_J и возмущения с волновыми числами больше него не могут расти, а только осциллируют, подобно звуковым волнам.

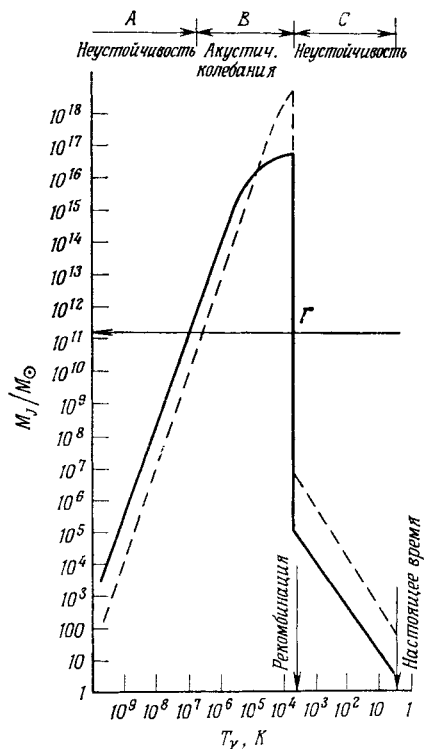
Поскольку из-за расширения Вселенной k уменьшается пропорционально R^{-1} , то удобно характеризовать возмущения некоторой постоянной — массой покоя шара радиусом $2\pi/|k|$:

$$M = \frac{4\pi n m_H}{3} \left(\frac{2\pi}{|k|} \right)^3, \quad (15.8.12)$$

где n — плотность атомов водорода. Согласно проведенному выше анализу, растущими возмущениями являются только те, волновые числа которых меньше k_J , и, следовательно, масса M больше массы Джинса

$$M_J \equiv \frac{4\pi n m_H}{3} \left(\frac{2\pi}{h_J} \right)^3 = \frac{4\pi n m_H}{3} \left[\frac{\pi v_s^2}{G(\rho+p)} \right]^{3/2}. \quad (15.8.13)$$

(Оказывается удобным заменить здесь ρ на $\rho + p$; это допустимо, так как M_J используется лишь для оценок порядков величин,



Фиг. 15.6 Масса Джинса как функция температуры излучения.

Сплошная кривая проведена для $\sigma = 0,8 \cdot 10^8$, что соответствует $T_{\gamma 0} = 2,7$ К, $\rho_0 = 3 \cdot 10^{-29}$ г/см³; пунктирная кривая проведена для $\sigma = 2,4 \cdot 10^8$, и соответственно $T_{\gamma 0} = 2,7$ К, $\rho_0 = 10^{-30}$ г/см³. Вертикальная прямая, изображающая резкий скачок значения массы Джинса, имеет на самом деле некоторый наклон, который в масштабе рисунка невозможно отобразить. Г — Галактика.

а p всегда меньше, чем $\rho/3$.) Можно получить хорошее представление об эволюции протогалактических флуктуаций, проследивая изменение M_J , вызванное расширением Вселенной (фиг. 15.6).

С момента аннигиляции $e^+ - e^-$ ($T \approx 10^{10}$ К) до рекомбинации водорода ($T \approx 4000$ К) можно в хорошем приближении рассматривать содержимое Вселенной как нерелятивистский ионизованный водород плюс электромагнитное излучение черного тела, находящиеся в тепловом равновесии при температуре T . Поскольку энтропия фотонов σk очень велика, можно пренебречь давлением, тепловой энергией и энтропией вещества. Тогда полная плотность энергии, давление и удельная энтропия равны (без учета нейтрино, не взаимодействующих с веществом и излучением)

$$\rho = n m_{\text{H}} + a T^4, \quad (15.8.14)$$

$$p = \frac{1}{3} a T^4, \quad (15.8.15)$$

$$\sigma = \frac{4aT^3}{3nk}. \quad (15.8.16)$$

В адиабатическом возмущении энтропия σ постоянна, т. е. n изменяется как T^3 , и, следовательно,

$$\delta\rho = (3nm_{\text{H}} + 4aT^4) \frac{\delta T}{T},$$

$$\delta p = \left(\frac{4}{3} a T^4 \right) \frac{\delta T}{T}.$$

Скорость звука поэтому равна

$$v_s^2 = \left(\frac{\delta p}{\delta \rho} \right)_{\text{ад}} = \frac{1}{3} \left(\frac{kT\sigma}{m_{\text{H}} + kT\sigma} \right), \quad (15.8.17)$$

а масса Джинса (15.8.13)

$$M_J = \frac{2\pi^{5/2}k^2\sigma^2}{9a^{1/2}m_H^2G^{3/2}(1+\sigma kT/m_H)^3}, \quad (15.8.18)$$

или через массу Солнца

$$M_J = 9,06M_\odot\sigma^2 \left(1 + \frac{\sigma kT}{m_H}\right)^{-3}. \quad (15.8.19)$$

Как только при $T_R \approx 4000$ К водород рекомбинирует, давление излучения становится неэффективным и уравнения состояния теперь будут уравнениями для одноатомного идеального газа с $\gamma = 5/3$:

$$\rho = nm_H + \frac{3}{2}nkT, \quad (15.8.20)$$

$$p = nkT. \quad (15.8.21)$$

Скорость звука теперь имеет обычное значение:

$$v_s^2 = \frac{5}{3} \frac{kT}{m_H}, \quad (15.8.22)$$

а масса Джинса (15.8.13) равна

$$M_J = 4 \left(\frac{\pi}{3}\right)^{5/2} \left(\frac{5kT}{G}\right)^{3/2} n^{-1/2}m_H^{-2}. \quad (15.8.23)$$

Сразу после рекомбинации температура вещества T равна температуре излучения, и, следовательно, T можно выразить через n и удельную энтропию фотонов (15.8.16) и получить

$$M_J = \frac{2\pi^{5/2}5^{3/2}k^2\sigma^{1/2}}{9a^{1/2}m_H^2G^{3/2}} = 102M_\odot\sigma^{1/2}. \quad (15.8.24)$$

Если в этот газ не поступает какая-либо дополнительная теплота, его температура будет падать как R^{-2} [см. (15.5.16)], и, поскольку n изменяется как R^{-3} , масса Джинса M_J (15.8.23) будет убывать как $R^{-3/2}$.

Мы можем видеть теперь, какое сильное воздействие оказывает излучение черного тела на рост флуктуаций [258—260]. Как подчеркивалось в § 5 этой главы, нынешняя температура 2,7 К означает, что величина σ очень велика, порядка 10^8 — 10^9 . Вследствие этого кривая массы Джинса (15.8.19) (фиг. 15.6) начинается с очень малого значения $10^{13} M_\odot/\sigma$ при $T \approx 10^9$ К, т. е. порядка $10^4 M_\odot$ — $10^5 M_\odot$; затем она растет как T^{-3} до тех пор, пока T не достигнет температуры $m_H/k\sigma$, имеющей порядок 10^5 — 10^4 К; после этого кривая выравнивается при очень высоком значении $9\sigma^2 M_\odot$, т. е. 10^{17} — $10^{19} M_\odot$, до момента рекомбинации водорода; в этот момент кривая M_J резко обрывается вниз до значения (15.8.24) порядка $10^6 M_\odot$, после этого она идет вниз по закону $R^{-3/2}$. Если проследить конкретную флуктуацию с массой $M_G \approx 10^{11} M_\odot$, т. е.

с массой, типичной для современной галактики средних размеров, то можно различить три последовательные фазы ее роста.

А. Масса Джинса (15.8.19) будет меньше M_G до тех пор, пока температура не упадет до значения

$$T_A = \left(\frac{9M_\odot}{\sigma M_G} \right)^{1/3} \frac{m_H}{k} \approx 10^7 \text{ К.} \quad (15.8.25)$$

В течение этого периода амплитуда флуктуации будет иметь шанс расти под влиянием собственного тяготения. Поскольку в полной плотности энергии в эту раннюю фазу доминировало излучение, то эта задача релятивистская и для вычисления скорости роста нужно применять общерелятивистский формализм. В § 10 этой главы мы покажем, что наиболее быстро растущие нормальные моды имеют относительные изменения плотности, растущие как t .

Б. С момента, когда T становится ниже T_A (15.8.25), и до рекомбинации водорода при $T_R \approx 4000 \text{ К}$, масса Джинса больше массы галактики и протогалактическое возмущение ведет себя подобно пакету обычных звуковых волн. Сколько-нибудь заметный рост в этой фазе невозможен. При относительно высокой современной плотности, скажем порядка $3 \cdot 10^{-29} \text{ г/см}^3$, имеется длительный период до рекомбинации, когда $\sigma kT < m_H$, т. е. когда в полной энергии доминирует масса покоя водорода и протогалактические звуковые волны можно рассматривать в рамках ньютоновской механики (§ 9 этой главы). При относительно низкой современной плотности, например порядка 10^{-30} г/см^3 , $\sigma kT > m_H$ фактически в течение всей фазы Б, и поэтому необходим релятивистский подход (§ 10 этой главы).

В. С момента рекомбинации до настоящего времени масса Джинса много меньше M_G и амплитуда флуктуации опять может расти. Полную энергию в этой фазе в основном определяет масса покоя водорода, и задача становится нерелятивистской, так что показатель роста можно вычислить ньютоновскими методами. В § 9 этой главы будет показано, что относительные изменения плотности $\delta\rho/\rho$ растут примерно, как $t^{2/3}$.

У этой общей картины есть одна неприятная черта. Она не указывает пока никакого подхода к вопросу о том, с чем связано наблюдаемое распределение масс галактик. (Масса Джинса непосредственно перед рекомбинацией намного больше массы любой галактики, тогда как сразу после рекомбинации она соотносится скорее с массой шарового скопления, а не галактики [261].) Такой подход появился недавно в виде расчетов затухания протогалактических флуктуаций, когда они испытывают акустические колебания в фазе Б [262—268]. Диссипация становится существенной всякий раз, когда время свободного пробега некоторых частиц слишком велико, чтобы могло установиться полное тепловое равновесие. Главным механизмом столкновения фотонов в фазе Б

является рассеяние нерелятивистскими электронами, и соответственно среднее время свободного пробега фотонов равно

$$\tau_\gamma = \frac{1}{n\sigma_T}, \quad (15.8.26)$$

где σ_T — томсоновское сечение:

$$\sigma_T \equiv \frac{8\pi e^4}{3m_e^2} = 0,6652 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2.$$

Среднее время пробега для электронов или протонов при учете только кулоновских столкновений будет иметь порядок

$$\tau_e \approx \left[n \left(\frac{kT}{m_e} \right)^{1/2} \frac{e^4}{(kT)^2} \right]^{-1},$$

что меньше τ_γ в $(kT/m_e)^{3/2}$ раз. Таким образом, преобладающие диссипативные явления в фазе Б обусловлены нарушением полного теплового равновесия между веществом и излучением, а не диссипацией в самом веществе. Далее, при любом разумном значении современной плотности барионов флуктуация массы $10^{11} M_\odot$ будет в течение всей фазы Б иметь радиус $2\pi/|k|$, который много больше средней длины пробега фотонов. Поэтому при рассмотрении взаимодействия вещества и излучения можно ограничиться первым порядком по τ_γ . В этом приближении среда, состоящая из протонов, электронов и фотонов, подобна неидеальной жидкости (§ 11 гл. 2) с коэффициентами вязкости сдвига, объемной вязкости и теплопроводности, которые соответственно равны [268]

$$\eta = \frac{4}{15} aT^4 \tau_\gamma, \quad (15.8.27)$$

$$\zeta = 4aT^4 \tau_\gamma \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_n^2 \right], \quad (15.8.28)$$

$$\chi = \frac{4}{3} aT^3 \tau_\gamma. \quad (15.8.29)$$

Общее выражение для коэффициента затухания звуковой волны в неидеальной жидкости имеет вид [268]

$$\Gamma = \frac{k^2}{2(\rho+p)} \left\{ \zeta + \frac{4}{3} \eta + \chi \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_n^{-1} \times \right. \\ \left. \times \left[\rho + p - 2T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_n + v_s^2 T \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_n - \frac{n}{v_s^2} \left(\frac{\partial p}{\partial n} \right)_T \right] \right\}. \quad (15.8.30)$$

Пользуясь формулами (15.8.14), (15.7.15) и (15.8.26) — (15.8.29), получаем

$$\Gamma = \frac{k^2 a T^4}{6n\sigma_T \left(nm_H + \frac{4}{3} aT^4 \right)} \left[\frac{16}{15} + \frac{n^2 m_H^2}{aT^4 \left(nm_H + \frac{4}{3} aT^4 \right)} \right], \quad (15.8.31)$$

причем два слагаемых в скобках соответствуют влиянию вязкости сдвига и теплопроводности. [Объемная вязкость сюда не входит,

так как при пренебрежении давлением и тепловой энергией вещества $(\partial p / \partial \rho)_n = 1/3$.] Поскольку $k^2 \sim M^{-2/3}$, затухание амплитуды звуковой волны будет определяться множителем вида

$$D \equiv \exp \left\{ - \int_{t_A}^{t_R} \Gamma dt \right\} = \exp \left[- \left(\frac{M_{\text{кр}}}{M} \right)^{2/3} \right], \quad (15.8.32)$$

где $M_{\text{кр}}$ — некоторая критическая масса (здесь и далее индекс R означает, что значение данной величины берется в момент рекомбинации водорода). При относительно *высокой* современной плотности в течение длительного периода до рекомбинации преобладающий вклад в плотность энергии вносит масса покоя водорода, так что

$$t \approx (6\pi n m_H G)^{-1/2},$$

$$\Gamma \approx \frac{k^2}{6\sigma_T n} \sim t^{2/3},$$

а критическая масса в (15.8.32) равна

$$M_{\text{кр}} \approx \frac{32\pi^4}{3} \left(\frac{m_H}{40\sigma_T} \right)^{3/2} (6\pi G)^{-3/4} (n_R m_H)^{-5/4}. \quad (15.8.33)$$

Например, при современной плотности масс $3 \cdot 10^{-29}$ г/см³ критическая масса равна $5 \cdot 10^{12} M_\odot$. При относительно низкой современной плотности в плотности энергии почти всю фазу Б доминировало излучение (включая нейтрино), и поэтому

$$t \approx (15,5\pi a T^4 G)^{-1/2}$$

$$\Gamma \approx \frac{2k^2}{15\sigma_T n} \sim t^{1/2},$$

а критическая масса равна

$$M_{\text{кр}} \approx \frac{32\pi^4}{4} \left(\frac{4m_H}{45\sigma_T} \right)^{3/2} (15,5\pi a T^4 G)^{-3/4} (n_R m_H)^{-1/2}. \quad (15.8.34)$$

Если же современная плотность равна 10^{-30} г/см³, то критическая масса составляет $2 \cdot 10^{14} M_\odot$. По-видимому, флуктуация затухает в фазе Б, если экспонента от $(M_{\text{кр}}/M)^{2/3}$ больше величины порядка 10, но тогда можно прийти к заключению, что флуктуации, выживающие к моменту рекомбинации, имеют минимальную массу от $1,6 \cdot 10^{11} M_\odot$ до $6 \cdot 10^{12} M_\odot$, как раз порядка массы большой галактики.

Итак, теперь мы знаем, что любая малая флуктуация с массой между $10^{11} M_\odot$ и $10^{17} M_\odot$ будет расти в фазе А, испытывать затухающие колебания в фазе Б, но, «выживши», снова начнет расти в фазе В. Все же удивительно, почему имеется довольно четкий верхний предел галактических масс порядка $10^{12} M_\odot$ — $10^{13} M_\odot$, а не гладкое распределение от $10^{11} M_\odot$ к более высоким

значениям. Один из возможных ответов основан на известном свойстве нелинейных явлений (см., например, [269]) «перекачивать» энергию от длинных волн к самым коротким из тех, которые не подавляются диссипативными эффектами. К сожалению, применение теории турбулентности к проблемам роста галактик пока только начинается [270—279].

Теория возникновения галактик представляет не только академический интерес, поскольку в ближайшем будущем, возможно, удастся наблюдать относительное изменение плотности в момент рекомбинации $(\delta n/n)_R$ [280, 281] (см. также [141]). Для приближенно-адиабатических флуктуаций плотность частиц пропорциональна кубу температуры, и поэтому температура флуктуаций к моменту начала рекомбинации определяется уравнением

$$\left(\frac{\delta T_\gamma}{T_\gamma}\right)_R = \frac{1}{3} \left(\frac{\delta n}{n}\right)_R. \quad (15.8.35)$$

Если с этого времени Вселенная осталась оптически тонкой, то эти флуктуации должны быть заметны в космическом микроволновом фоне как угловые флуктуации наблюдаемой температуры космического излучения. (Заметим, однако, что томсоновское рассеяние могло бы сгладить эти неоднородности без изменения планковского вида функции распределения [282] (см. § 4 этой главы, а также [143—145]). Согласно (15.5.35) — (15.5.37) и (15.8.12), флуктуация массы M будет иметь видимый угловой масштаб

$$\frac{\theta}{2} \approx q_0 H_0 (1 + z_R) \left(\frac{2\pi}{|k|_R}\right) \approx q_0 H_0 (1 + z_R) \left(\frac{3M}{4\pi n_R m_H}\right)^{1/3},$$

или, ввиду того что $n \sim R^{-3}$,

$$\frac{\theta}{2} \approx q_0 H_0 \left(\frac{3M}{4\pi n_0 m_H}\right)^{1/3}. \quad (15.8.36)$$

Например, при $q_0 = 1/2$, $H_0^{-1} = 13 \cdot 10^9$ лет и современной плотности $n_0 m_H = 1,1 \cdot 10^{-29}$ г/см³ флуктуация, соответствующая образованию галактики с массой $10^{11} M_\odot$, должна иметь угловой масштаб $\theta = 30''$. Как было отмечено в § 5 этой главы, измерение даже малых флуктуаций такого углового масштаба современной аппаратуре вполне доступно. Поэтому представляет определенный интерес вычислить, насколько сильна должна быть флуктуация в момент рекомбинации, чтобы вырасти в галактику к настоящему времени. К этой проблеме мы обратимся в следующем параграфе.

§ 9. Ньютонская теория малых флуктуаций

Мы рассчитаем здесь поведение малых флуктуаций, основываясь на ньютонских уравнениях (15.8.1) — (15.8.4), но теперь будем учитывать также и расширение Вселенной. Как было отмечено, мы можем спокойно применять ньютонскую механику