предельный случай весьма малых волновых чисел. В пределе $\mathbf{q} \to 0$ все диссипативные эффекты исчезают; в самом деле, исключив h_{kk} из (15.10.51) и (15.10.52), можно показать, что энтропия при этих возмущениях остается постоянной и, следовательно,

$$p_1 = v_s^2 \rho_1. \tag{15.10.54}$$

Кроме того, удобно использовать (15.1.21) для того, чтобы представить уравнение (15.10.51) в виде

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{h_{kk}}{R^2}\right) = \frac{1}{\rho+p}\left[\dot{\rho}_1 - \frac{\dot{\rho}(1+v_s^2)}{\rho+p}\rho_1\right] =$$

$$= \frac{1}{\rho+p}\left[\dot{\rho}_1 - \frac{(\dot{\rho}+\dot{p})}{\rho+p}\rho_1\right] = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho_1}{\rho+p}\right).$$

Добавление не зависящего от времени члена к h_{kk}/R^2 соответствовало бы простому координатному преобразованию вида (15.10.36), и, следовательно, решение существенно единственное:

$$h_{kk} = -2R^2\delta, \tag{15.10.55}$$

где δ определяется теперь равенством

$$\rho_1 = (\rho + p)\,\delta. \tag{15.10.56}$$

Используя равенства (15.10.54) — (15.10.56) в уравнении (15.10.56), получим дифференциальное уравнение второго порядка

$$\ddot{\delta} + \frac{2\dot{R}}{R}\dot{\delta} - 4\pi G(\rho+p)(1+3v_s^2)\,\delta = 0. \tag{15.10.57}$$

Теперь мы наконец можем вычислить скорость роста в фазе A, т. е. в тот ранний период, когда масса Джинса очень мала и в плотности энергии доминирует излучение и нейтрино. В этом случае мы имеем

$$R \sim t^{1/2}, \quad \rho = \frac{3}{32\pi G t^2}, \quad p = \frac{\rho}{3}, \quad v_s = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

и уравнение (15.10.57) принимает вид

$$\ddot{\delta} + \frac{1}{t}\dot{\delta} - \frac{1}{t^2}\delta = 0 \tag{15.10.58}$$

Снова имеем растущее решение δ_+ и убывающее δ_-:

$$\delta_+ \sim t, \qquad \delta_- \sim t^{-1}, \tag{15.10.59}$$

но экспоненциального роста нет.

§ 11. Очень ранняя Вселенная

В § 6 этой главы температурная история Вселенной прослежена в прошлое вплоть до эры, когда температура была около 10^{12} К. В этот ранний период Вселенная была заполнена частицами — фотонами, лептонами и антилептонами, взаимодействующими, к счастью, достаточно слабо, чтобы их можно было трактовать как более или менее идеальный газ. Однако если мы погрузимся еще дальше в прошлое, к первой 0,0001 секунды космической истории, когда температура была выше 10^{12} К, то мы сталкиваемся с теоретическими проблемами, трудности которых уводят за пределы современной статистической механики. При таких температурах в тепловом равновесии будет большое число сильно взаимодействующих частиц — мезонов, барионов и антибарионов со средним расстоянием между частицами меньше типичной комптоновской длины волны. Эти частицы будут находиться в состоянии непрерывного взаимодействия между собой, и нет оснований ожидать, что они будут подчиняться какому-нибудь простому уравнению состояния.

Однако нельзя преодолеть искушение попытаться все-таки построить хоть какую-то модель очень ранней Вселенной. В последние годы обсуждаются, по существу, две простейшие модели, крайне отличающиеся друг от друга и отражающие две различные точки зрения на природу сильно взаимодействующих частиц. Хотя ни одну из этих моделей нельзя воспринимать всерьез в деталях, есть надежда на то, что та или другая из них может оказаться близкой к реальности настолько, чтобы принести некоторую пользу в понимании очень ранней Вселенной.

Первая из этих двух моделей может быть названа *моделью элементарных частиц*. Предполагается, что все частицы составлены из небольшого числа элементарных частиц, скажем фотонов, лептонов, «кварков», и их античастиц. Далее, предполагается, что при очень высокой температуре силы, связывающие элементарные частицы, становятся пренебрежимо малыми, аналогично тому как сила, связывающая нейтрон и протон, становится космологически несущественной при температуре выше температуры диссоциации дейтерия. Пусть имеется $\mathcal{N}$ различных сортов элементарных частиц, считая отдельно различные спиновые состояния и античастицы, а также считая фермионы за $^7/_8$ частицы [см. (15.6.32)]. (Например, если в число элементарных частиц включаются только уже известные нам фотоны, лептоны и антилептоны плюс три сорта кварков и актикварков со спином $^1/_2$, то мы получим $\mathcal{N} = 26$.) Тогда, если kT больше массы самой тяжелой из элементарных частиц, все содержимое Вселенной будет вести себя, как если бы оно состояло из $N/2$ различных видов излучения черного тела с давлением, плотностью энергии и удельной энтропией, которые определяются уравнениями

$$3p \approx \rho \approx \frac{1}{2}\mathcal{N}aT^4, \tag{15.11.1}$$

$$\sigma \approx \frac{\rho+p}{n_B kT} \approx \frac{2aT^3}{3n_B k}\mathcal{N}, \tag{15.11.2}$$

где n_B — барионное число единицы объема (число барионов минус число антибарионов в единице объема); дополнительный множитель $^1/_2$ введен сюда, чтобы скомпенсировать множитель 2 в постоянной Стефана — Больцмана, возникающий из-за двух состояний поляризации фотона. При адиабатическом расширении $\sigma = \text{const}$, и поскольку современное значение σ дается формулой (15.5.18), то температура в очень ранней Вселенной определяется равенством

$$\frac{T}{T_{\gamma 0}} = \left(\frac{2n_B}{\mathcal{N} n_{B0}}\right)^{1/3} = \left(\frac{2}{\mathcal{N}}\right)^{1/2} \frac{R_0}{R}. \qquad (15.11.3)$$

Связь между плотностью энергии ρ и временем t здесь такая же, как в (15.6.44), и поэтому

$$t \approx \left(\frac{32\pi G\rho}{3}\right)^{-1/2} \approx \left(\frac{16\pi G \mathcal{N} a T^4}{3}\right)^{-1/2} \approx$$
$$\approx \left(\frac{32\pi G a T_{\gamma 0}^4}{3}\right)^{-1/2} \left(\frac{\mathcal{N}}{2}\right)^{1/6} \left(\frac{R}{R_0}\right)^2. \qquad (15.11.4)$$

В *модели составных частиц*, наоборот, предполагается, что нет каких-либо по-настоящему элементарных сильно взаимодействующих частиц, но вместо этого все адроны должны рассматриваться как составные части друг друга. Теперь перед нами встает принципиальный вопрос: что следует рассматривать в качестве «частиц» в термодинамических вычислениях, можно ли ограничиться только одним абсолютно стабильным адроном — протоном или же нужно включить в число «частиц» медленно распадающиеся адроны вроде нейтрона и π-мезона или, быть может, следует рассматривать *все* адронные резонансные состояния, включая такие быстро распадающиеся резонансы, как ρ-мезон и резонанс «3—3» в системе $\pi - N$? Весьма привлекательно предположение, что при включении всех резонансов в наши термодинамические вычисления в первом приближении, возможно, не понадобится учитывать взаимодействие этих частиц (§ 9 гл. 11). Если бы это было верно, то можно было бы трактовать раннюю Вселенную как смесь множества идеальных газов с $\mathcal{N}(m)\,dm$ сортами газа в интервале масс $(m, m + dm)$. Но какова функция $\mathcal{N}(m)$? Наибольший возможный контраст с моделью элементарных частиц достигается при распределении, растущем настолько быстро, насколько это вообще допустимо, т. е.

$$\mathcal{N}(m) \to A m^{-B} \exp\left(\frac{m}{kT_M}\right) \quad \text{при} \quad m \to \infty, \qquad (15.11.5)$$

где A, B и T_M — неизвестные постоянные. В термодинамические величины будут всегда входить интегралы по $\mathcal{N}(m)\,dm$ с весовыми множителями, ведущими себя как $e^{-m/kT}$ при $m \to \infty$, поэтому эти величины не будут сходиться, если функция распределения будет расти быстрее, чем (15.11.5); сходимости не будет даже при распределении (15.11.5), если $T > T_M$. Таким образом, модель идеальных газов с числом сортов, задаваемым выражением (15.11.5), характеризуется *максимальной температурой* T_M. Анализ рождения вторичных частиц в реакциях при очень высоких энергиях [288, 289] (см. также [290]) и предложенная недавно Венециано модель взаимодействия адронов [291—294] независимо приводят к числу сортов адронов, определяемому выражением (15.5.11) с B примерно от 2 до 4 и T_M около $1{,}7\cdot 10^{12}$ К. Если отвлечься на время от мезонов, лептонов и фотонов, то полная плотность энергии, давление и плотность барионного числа определяются обычным распределением Ферми:

$$\rho = h^{-3}\int \mathcal{N}(m)\,dm \int d^3pE\,\{[e^{(E-\mu)/kT}+1]^{-1}+[e^{(E+\mu)/kT}+1]^{-1}\}, \tag{15.11.6}$$

$$p = \frac{1}{3}h^{-3}\int \mathcal{N}(m)\,dm \int d^3pE^{-1}\mathbf{p}^2\,\{[e^{(E-\mu)/kT}+1]^{-1}+[e^{(E+\mu)/kT}+1]^{-1}\}, \tag{15.11.7}$$

$$n = h^{-3}\int \mathcal{N}(m)\,dm \int d^3p\,\{[e^{(E-\mu)/kT}+1]^{-1}-[e^{(E+\mu)/kT}+1]^{-1}\}, \tag{15.11.8}$$

где $E \equiv (\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}$ — энергия частицы, μ — химический потенциал, ассоциированный с барионным числом. Безразмерная энтропия на один барион σ определяется вторым началом термодинамики как интеграл от полного дифференциала

$$d\sigma = \frac{1}{kT}\left\{d\left(\frac{\rho}{n}\right)+p\,d\left(\frac{1}{n}\right)\right\},$$

откуда непосредственным интегрированием получаем

$$\sigma = \frac{\rho+p-\mu n}{nkT}. \tag{15.11.9}$$

При адиабатическом расширении ρ и p убывают, начиная с предположительно бесконечных значений, в то время как σ должна оставаться постоянной. Единственная возможность для того, чтобы ρ и p могли стремиться к бесконечности, а σ_B в то же время оставалась постоянной, состоит в том, чтобы химический потенциал μ становился бесконечным при стремлении T к некоторому конечному значению T_1, *меньшему*, чем T_M. В этом пределе интегралы (15.11.6) — (15.11.8) стремятся к значениям [295] [1])

$$\rho \to A' e^{\mu/kT_M} \mu^{5/2-B} kT_1 \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi T_1}{T_M}\right) \times$$
$$\times \left\{1 + \frac{\pi k T_1}{\mu}\left(B - \frac{5}{2}\right) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi T_1}{T_M}\right) + \frac{3kT_M}{2\mu}\left(B - \frac{1}{4}\right) + O\left(\frac{1}{\mu^2}\right)\right\}, \tag{15.11.10}$$

$$p \to A' e^{\mu/kT_M} \mu^{5/2-B} kT_1 \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi T_1}{T_M}\right)\left\{\frac{kT_M}{\mu} + O\left(\frac{1}{\mu^2}\right)\right\}, \tag{15.11.11}$$

$$\mu n \to A' e^{\mu/kT_M} \mu^{5/2-B} kT_1 \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi T_1}{T_M}\right) \times$$
$$\times \left\{1 + \frac{\pi k T_1}{\mu}\left(B - \frac{3}{2}\right) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi T_1}{T_M}\right) + \frac{3kT_M}{2\mu}\left(B - \frac{1}{4}\right) + O\left(\frac{1}{\mu^2}\right)\right\}, \tag{15.11.12}$$

где $A' = (kT_M)^{3/2} \hbar^{-3} (8\pi)^{-1/2} A$. При этом энтропия (15.11.9) принимает значение

$$\sigma = \frac{T_M}{T_1} - \pi \operatorname{ctg} \frac{\pi T_1}{T_M}. \tag{15.11.13}$$

Поскольку энтропия σ очень велика, начальная температура T_1 очень близка к максимальной температуре T_M:

$$\frac{T_1}{T_M} \approx 1 - \frac{1}{\sigma} + O\left(\frac{1}{\sigma^2}\right). \tag{15.11.14}$$

При конечном значении начальной температуры вклад мезонов, лептонов и фотонов в плотность энергии и давление в пределе $t \to 0$ пренебрежимо мал по сравнению с барионным вкладом (15.11.10) и (15.11.11), что оправдывает пренебрежение всеми частицами, кроме барионов, в вышеприведенных вычислениях. Плотность барионного числа должна меняться как R^{-3}, и поэтому из (15.11.12) и (15.11.10) следует, что при $R \to 0$

$$\mu \to 3kT_M \mid \ln R \mid \tag{15.11.15}$$

и

$$\rho \to \mu n \sim R^{-3} \mid \ln R \mid. \tag{15.11.16}$$

Уравнение Эйнштейна (15.1.20) тогда имеет решение (при $k = 0$) вида [295—297]

$$R \sim t^{2/3} \mid \ln t \mid^{1/2} \tag{15.11.17}$$

отличие от решения $R \sim t^{1/2}$, которое ожидается в модели элементарных частиц.

---

[1]) Случай нулевой плотности барионного числа и $B = 5/2$ рассмотрен Хагедорном [296]; см. также [297].

Как мы можем выяснить, какая из моделей очень ранней Вселенной лучше? В § 6 этой главы было показано, что большинство составляющих Вселенной было в тепловом равновесии при температуре выше 10^{12} К, так что современное содержимое Вселенной большей частью зависит только от значения энтропии на один барион и, возможно, от отношения лептонного числа к барионному числу в горячей ранней Вселенной. Чтобы узнать что-нибудь относительно эволюции Вселенной до того, как она остыла до 10^{12} К, нужно искать реликтовые частицы, которые могли выйти из теплового равновесия до падения температуры ниже 10^{12} К.

Одной возможной реликтовой частицей является кварк — гипотетическая фундаментальная частица сильных взаимодействий. Если кварки действительно могут существовать как свободные частицы, то по оценке Я. Б. Зельдовича [298] на основе того, что мы здесь называем моделью элементарных частиц, плотность остаточных кварков, избежавших слияния в нуклоны в ранней Вселенной, должна быть того же порядка, что и наблюдаемая сейчас плотность атомов золота. Усилия по обнаружению кварков в природе не увенчались успехом, из чего можно заключить, что либо свободных кварков не существует, либо температурная история очень ранней Вселенной сильно отличается от (15.11.14).

Другая, менее экзотическая реликтовая частица — гравитон. Из формулы (15.10.42) видно, что в неидеальной жидкости с вязкостью сдвига η среднее время свободного пробега гравитона [287]

$$\tau_g = 16\pi G\eta^{-1}. \tag{15.11.18}$$

Если τ_g ненамного больше времени расширения t, то перенос гравитонами импульса будет создавать в среде вязкость

$$\eta = \frac{4}{15} aT^4\tau_g. \tag{15.11.19}$$

Исключая η из этих двух уравнений, получаем [268]

$$\tau_g = \left(\frac{64}{15}\pi GaT^4\right)^{-1/2}. \tag{15.11.20}$$

В модели элементарных частиц из формул (15.11.20) и (15.11.14) следует отношение среднего времени свободного пробега гравитона к времени расширения:

$$\frac{\tau_g}{t} = \left(\frac{4\mathcal{N}}{5}\right)^{1/2}. \tag{15.11.21}$$

Если число $\mathcal{N}$ не слишком велико, τ_g не будет намного больше t, так что формулы (15.11.19), (15.11.20) будут приближенно верны и, следовательно, $\tau_g = O(t)$ при $t \to 0$. Тогда в модели элементарных частиц оптическая толща $\int \tau_g^{-1}\, dt$ очень ранней Вселенной для гравитационного излучения расходится логарифмически при

$t \to 0$, и современная Вселенная должна содержать остаточное гравитационное излучение черного тела [299—304] с температурой

$$T_{g0} = \frac{(TR)_{t\to 0}}{R_0} = \left(\frac{\mathcal{N}}{2}\right)^{-1/3} T_{\gamma 0}. \qquad (15.11.22)$$

Например, если $\mathcal{N} = 26$ и $T_{\gamma 0} = 2{,}7$ К, то современная температура фона гравитационного излучения около 0,9 К. В модели составных частиц, напротив, $RT \to 0$ при $t \to 0$, и поэтому, даже если Вселенная обладает оптической толщей по отношению к гравитационному излучению, современная температура гравитационного фона будет много меньше, чем значение (15.11.22). Таким образом, наличие или отсутствие фона гравитационного излучения с температурой порядка 1 К дало бы ясные указания о поведении вещества в очень ранней Вселенной. К сожалению, сейчас не видно никакого метода для непосредственного детектирования фона гравитационного излучения при 1 К [299—304]. Его наиболее значительным проявлением было бы некоторое сокращение временного масштаба расширения в эру преобладания излучения, что привело бы к очень небольшому увеличению количества космического гелия.

Возможно, что тепло, соответствующее огромному значению энтропии микроволнового фона, приходящейся на один барион, служит самым подходящим ключом к очень ранней истории Вселенной. Конечно, не исключено, что эта теплота была заложена в самой начальной сингулярности, и мы должны рассматривать σ как такую же безразмерную фундаментальную постоянную, как и постоянная тонкой структуры. Однако гораздо привлекательнее предположить, что современная энтропия на один барион порождена физическими диссипативными процессами, действовавшими в ранней или очень ранней Вселенной.

К одному из таких недиабатических механизмов возникновения энтропии приводит действие второй (объемной) вязкости. В § 10 этой главы было показано, что вязкость сдвига и теплопроводность не играют никакой роли в модели Робертсона — Уокера. Единственный диссипативный эффект, входящий в тензор энергии-импульса при изотропном однородном расширении, представлен в (2.11.21) членом, пропорциональным объемной вязкости ζ, который в произвольных координатах принимает вид

$$\Delta T^{\mu\nu} = -\zeta\,(g^{\mu\nu} + U^\mu U^\nu)\,U^\lambda{}_{;\lambda},$$

где U^μ — вектор 4-скорости жидкости. В модели Робертсона — Уокера $U^\lambda{}_{;\lambda} = 3\dot{R}/R$ и тензор энергии-импульса равен

$$T^{\mu\nu} \equiv \rho U^\mu U^\nu + \left(p - 3\zeta\frac{\dot{R}}{R}\right)(g^{\mu\nu} + U^\mu U^\nu).$$

Весь эффект объемной вязкости, таким образом, состоит в замене давления p на

$$p^* = p - 3\zeta \frac{\dot{R}}{R}. \qquad (15.11.23)$$

Поэтому объемная вязкость никак не проявляется в формуле (15.1.20), выражающей $\dot{R}$ через ρ. Однако она появляется в уравнении сохранения энергии, которое теперь вместо (15.1.21) имеет вид

$$\frac{d}{dR}(\rho R^3) = -3p^* R^2 = -3pR^2 + 9\zeta \dot{R} R. \qquad (15.11.24)$$

Поскольку $n \sim R^{-3}$, удельная энтропия будет в общем случае расти со скоростью

$$\dot{\sigma} \equiv \frac{1}{kT}\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\rho}{n}\right) + p\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{n}\right)\right] = \frac{\dot{R}}{nR^2kT}\left[\frac{d}{dR}(\rho R^3) + p\frac{d}{dR}R^3\right],$$

а с помощью (15.11.24) отсюда получим [268], что

$$\dot{\sigma} = \frac{9\zeta(\dot{R})^2}{nkTR^2}. \qquad (15.11.25)$$

Например, для жидкости, состоящей из частиц вещества, имеющих очень короткое среднее время свободного пробега, и из фотонов со средним временем пробега τ, объемная вязкость равна [268]

$$\zeta = 4aT^4\tau\left[\frac{1}{3} - \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_n\right]^2, \qquad (15.11.26)$$

и уравнение (15.11.25) приводит к следующему показателю роста энтропии:

$$\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} = \frac{3\tau\dot{R}^2}{R^2}\left[1 - 3\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_n\right]^2 \frac{4aT^3}{3nk\sigma}. \qquad (15.11.27)$$

(Для нейтрино — то же, умноженное на $^7/_8$.) Рост энтропии можно представить себе следующим образом: частота свободного фотона изменяется между столкновениями как R^{-1}, а в то же время температура среды не может меняться как R^{-1}, если $(\partial p/\partial \rho)_n$ не принимает значения $^1/_3$, и поэтому расширение Вселенной все время выводит излучение и вещество из теплового равновесия между ними (см. в связи с этим [305, 306]). Однако в модели элементарных частиц величина $(\partial p/\partial \rho)_n$ в очень ранней Вселенной близка к $^1/_3$, в то время как в модели составных частиц доля фотонов (или нейтрино) в полной энтропии очень мала, так что мал и последний множитель в (15.11.27). Оценки $\dot{\sigma}/\sigma$ не дают оснований считать, что высокая энтропия современной Вселенной может быть приписана объемной вязкости [268].

Если нынешняя энтропия Вселенной не обусловлена объемной вязкостью, тогда есть еще возможность, что она порождена эффектами вязкости сдвига и теплопроводности при первоначальном анизотропном или неоднородном расширении. Возможно даже, что именно эти диссипативные процессы привели к сглаживанию первоначальной анизотропии и возникновению столь высокой изотропии, наблюдаемой в фоне микроволнового излучения. Мизнер [307] (см. также [308—310]) показал, что вязкость нейтрино, действуя до того, как температура упала до $2 \cdot 10^{10}$ К, снизила бы к настоящему времени менее чем до 0,03% анизотропию излучения черного тела, возникшую при первоначально однородном, но анизотропном расширении (см., однако, стр. 563).

Другое возможное объяснение наблюдаемой высокой энтропии на барион состоит в том, что средняя плотность барионного числа действительно исчезающе мала, как в теориях Клейна [311—317] и Альфвена [318—319]. Когда (и если) температура была около 10^{13} К, суммарная плотность нуклонов и антинуклонов могла бы быть порядка

$$n_N + n_{\overline{N}} \sim \frac{aT^3}{k} \sim \sigma n_B \sim \sigma (n_N - n_{\overline{N}}),$$

и если энтропия σ оставалась постоянной, то относительный избыток нуклонов над антинуклонами имел бы весьма малое значение:

$$\frac{n_N - n_{\overline{N}}}{n_N + n_{\overline{N}}} \sim \frac{1}{\sigma} \sim \text{от } 10^{-8} \text{ до } 10^{-9}.$$

В симметричной космологии Клейна и Альфвена этот малый избыток нуклонов интерпретируется как чисто локальное явление — предполагается, что в других частях Вселенной существует небольшой избыток антинуклонов, что к настоящему времени привело к образованию галактик антивещества. Детальные вычисления Онеса [320] показывают, что вполне допустимые физические процессы в симметричной плазме могли бы вызвать требуемое малое разделение вещества и антивещества. К сожалению, наблюдательная астрономия не дает пока какой-либо ясной информации о том, из чего состоят удаленные галактики — из вещества или антивещества. Только гамма-спектры содержат намек [321] на возможность существования антивещества в космологических масштабах.

Раз уж мы имеем смелость фантазировать относительно очень ранней Вселенной, то мы можем позволить себе распространить наши спекуляции вплоть до самого начала. Из решений Фридмана видно, что при $t \to 0$ в модели элементарных частиц $R \sim t^{1/2}$, а в модели составных частиц $R \sim t^{2/3} \mid \ln t \mid^{1/2}$. Из всего, что мы знаем, следует вывод: сингулярность, по-видимому, существует, но при этом естественно стремление узнать, можно ли ее избежать.

Одна возможность избежать сингулярности в очень ранней Вселенной состоит в том, чтобы плотность энергии ρ обратилась в нуль, например, из-за какой-то весьма короткодействующей силы притяжения, при которой энергия связи перекрывает массы покоя частиц. Если ρ исчезает при некотором критическом значении $R_{\text{кр}}$ масштабного фактора $R(t)$, то $\dot{R}$ также обращается в нуль при $R_{\text{кр}}$ (или при $R \neq 0$ вблизи $R_{\text{кр}}$), так что до начала нынешней фазы роста R могло бы происходить его убывание к $R_{\text{кр}}$. Даже если плотность энергии всегда положительна, можно все же представить, что Вселенная могла избежать общей сингулярности из-за анизотропии или неоднородности, исключающих простые фридмановские решения. Пенроуз [322, 323] и Хоукинг [325] [1]) доказали ряд мощных теорем, из которых следует, что сингулярность неизбежна при весьма общих условиях. Например, одна из теорем Хоукинга утверждает неизбежность сингулярности при условиях, что справедлива общая теория относительности, что каждая точка пространства-времени имеет малую окрестность, которую ни одна времениподобная или изотропная кривая не пересекает более одного раза, что тензор энергии-импульса удовлетворяет условию положительной определенности

$$\left[T_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}T^{\lambda}{}_{\lambda}\right]W^{\mu}W^{\nu}\geqslant 0 \qquad (15.11.27\text{a})$$

для всех векторов W^{μ} с $W^{\mu}W_{\mu}<0$ и что есть точка p, такая, что все направленные в прошлое времениподобные геодезические, проходящие через p, сходятся снова в некоторой компактной области прошлого точки p. Последнее условие удовлетворяется, если материи достаточно для того, чтобы мировые линии, проходящие через p, сходились в прошлом; Хоукинг и Эллис [331] показали, что плотности энергии космического микроволнового фона в прошлом достаточно для того, чтобы удовлетворить этому условию. Однако важно отметить, что теоремы Пенроуза — Хоукинга не утверждают, что имеется сингулярность в прошлом, захватывающая все пространство, как в решениях Фридмана; они утверждают лишь, что где-то имеется какая-то сингулярность. Эта сингулярность может представлять собой просто одну или несколько изолированных точек, ведущих себя как коллапс звезды при обращении времени.

Наконец, может оказаться, что классическая общая теория относительности сама теряет силу в очень ранней Вселенной. Одна из простых возможностей для того, чтобы это случилось,— эффект космологической постоянной — обсуждается в следующей главе. Еще более интригующая идея состоит в том, что могли оказаться важными квантовые эффекты. Такое предположение

[1]) См. также [324, 326—330].

исключало бы любую чисто классическую полевую теорию гравитации. Для системы, состоящей из точечных частиц со средней энергией частицы E, относительный порядок гравитационных «радиационных поправок» будет определяться «гравитационной постоянной тонкой структуры»

$$\alpha_g \equiv \frac{GE^2}{\hbar},$$

аналогичной обычной электромагнитной постоянной тонкой структуры $^1/_{137}$. Квантовые эффекты станут существенными, когда α_g будет порядка единицы или когда E достигнет критического значения (в единицах СГС)

$$E_{\text{кр}} = \left(\frac{\hbar c^5}{G}\right)^{1/2} = 1{,}22 \cdot 10^{28} \text{ эВ}, \qquad (15.11.28)$$

соответствующего температуре $1{,}4 \cdot 10^{32}$ К. В модели составных частиц температура никогда не поднимается так высоко, но в самом начале фридмановской Вселенной, состоящей из конечного числа $\mathcal{N}$ сортов элементарных частиц, kT будет больше, чем $E_{\text{кр}}$. В действительности в это время становится существенным множество других квантовых эффектов (см., например, [332—336]). Например, частота волновой функции типичной частицы при температуре T равна $kT/\hbar$, а в то же время, согласно (15.11.4), относительная скорость расширения Вселенной равна

$$\frac{\dot{R}}{R} = \frac{1}{2t} = \left(\frac{4\pi G \mathcal{N} a T^4}{3}\right)^{1/2}.$$

Вспоминая, что $a = \pi^2 k^4/15\hbar^3$, получаем отношение этих величин:

$$\frac{kT/\hbar}{\dot{R}/R} = \left(\frac{45\hbar}{4\pi^3 \mathcal{N} G (kT)^2}\right)^{1/2} = \left(\frac{45}{4\pi^3 \mathcal{N}}\right)^{1/2} \left(\frac{E_{\text{кр}}}{kT}\right).$$

Следовательно, при температуре выше $T_{\text{кр}}$ волновая функция типичной частицы осциллирует медленнее, чем расширяется Вселенная, и для частиц, находящихся в тепловом равновесии в это время, никакое классическое или полуклассическое описание невозможно [1]).

Рассуждения о том, что происходило в самом начале, естественно, приводят к спекуляциям относительно того, что будет в самом конце (см., например, [339]). Мы видели в § 1 этой главы, что расширение фридмановской Вселенной с $k = +1$ постепенно

---

[1]) На более ранних этапах расширения Вселенной решающее значение могут приобрести процессы квантового рождения пар частиц за счет нестационарности сильного («внешнего») космологического гравитационного поля. Например, такие процессы могут в принципе нарушить условие (15.11.27а) (см., например, [337*, 338*]), являющееся существенной предпосылкой почти всех теорем о существовании сингулярностей.— *Прим. перев.*

прекращается и она начинает сжиматься. Если принимать такие модели буквально, то в них требуется, чтобы через некоторое конечное время в будущем порядка $75 \cdot 10^9$ лет при $H_0 = 75$ км/(с·Мпс) и $q_0 = 1$ достигалась сингулярность $R = 0$. Если все же отрицательная плотность энергии, анизотропия или квантовые эффекты приводят к возможности избежать этой сингулярности в прошлом, то, по-видимому, такая возможность должна быть и в будущем. В этом случае можно было бы предположить, что Вселенная совершает осцилляции с вечно сменяющимися периодами расширения и сжатия. Могут ли эти осцилляции быть периодическими? Иначе говоря, можем ли мы прийти к стационарной картине Вселенной, рассматривая космическую историю в достаточно больших масштабах времени? Одно очевидное возражение состоит в том, что при каждом цикле энтропия, по-видимому, растет, а не убывает. Высказывалась мысль, что энтропия, возможно, убывает в фазах сжатия [340] [1]), поскольку именно расширение Вселенной, вызывая остывание, устанавливает направление времени в термодинамических процессах. Однако нет никакой разработанной модели, которая описывала, как это, хотя бы примерно, может происходить. В частности, трудно представить себе, как это направление времени могло бы измениться на обратное как раз в тот момент, когда $R(t)$ достигает своего максимального значения и когда температура фонового излучения так мала (порядка 1 К), что оно вряд ли может влиять на земные процессы. Если все же каким-то образом второе начало термодинамики может быть обойдено, то любые частицы, которые не приходят в тепловое равновесие в течение фазы сжатия, как (быть может) гравитоны или нейтрино, должны существовать в больших количествах: если в данном сопутствующем объеме в течение каждого цикла рождается N частиц и если вероятность поглощения одной такой частицы в течение цикла равна P, то в этом объеме должно быть в среднем N/P частиц для того, чтобы концентрация их была более или менее постоянной. Поэтому не исключается, что когда-нибудь мы, возможно, обнаружим остатки предыдущих циклов истории Вселенной. Однако в настоящее время подобные вопросы остаются космологическими фантазиями.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА [2])

См. литературу к гл. 11 и 14. Ниже приведены основные книги и статьи по специальным вопросам этой главы.

---

[1]) См. также [341] и статьи в книге [342].

[2]) Здесь и далее работы, отмеченные звездочками, добавлены редактором перевода и переводчиками.— *Прим. ред.*