

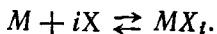
Для физического понимания взаимодействия гем — гем и связанных с ним событий, наряду с молекулярной картиной явления, необходимо общее феноменологическое рассмотрение. Оно проводится с помощью теории связанных функций, развитой Уайманом (см. ниже), и общей теории кооперативного кинетического поведения белков (см. § 7.5).

## § 7.2. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАВНОВЕСНЫХ СВОЙСТВ ГЕМОГЛОБИНА

Рассмотрим теорию связанных функций Уаймана [28]. Допустим, что макромолекула  $M$  имеет  $q$  центров, способных связывать лиганд  $X$ . Общая концентрация связанного лиганда равна

$$X = M_0 \sum_{i=0}^q i K_i x^i, \quad (7.5)$$

где  $M_0$  — концентрация свободных макромолекул,  $x$  — активность лиганда и  $K_i$  — кажущаяся макроскопическая константа равновесия  $i$ -й реакции



Очевидно, что  $K_0 = 1$ . Полная концентрация макромолекул во всех их формах равна

$$M = M_0 \sum_{i=0}^q K_i x^i. \quad (7.6)$$

Количество лиганда, связанного молем макромолекул  $M$ , равно

$$\bar{X} = X/M = \sum_i i K_i x^i / \sum_i K_i x^i = \frac{d \ln \sum_i K_i x^i}{d \ln x}. \quad (7.7)$$

Если связываются два различных лиганды, причем в молекуле имеется  $r$  центров для лиганда  $Y$ , то

$$M = M_0 \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^r K_{ij} x^i y^j, \quad (7.8)$$

где  $K_{ij}$  — константа равновесия для реакции



Функции насыщения равны

$$\bar{X} = \frac{\partial \ln \sum_i \sum_j K_{ij} x^i y^j}{\partial \ln x}, \quad \bar{Y} = \frac{\partial \ln \sum_i \sum_j K_{ij} x^i y^j}{\partial \ln y}. \quad (7.9)$$

Отсюда следует основное уравнение Уаймана, связывающее функции  $\bar{X}$  и  $\bar{Y}$ ,

$$\left( \frac{\partial \ln \bar{X}}{\partial \ln y} \right)_x = \left( \frac{\partial \ln \bar{Y}}{\partial \ln x} \right)_y. \quad (7,10)$$

Если число лигандов равно  $n$ , то понадобится  $n(n - 1)/2$  таких уравнений. Напишем далее

$$d\bar{X} = \left( \frac{\partial \bar{X}}{\partial \ln x} \right)_y d \ln x + \left( \frac{\partial \bar{X}}{\partial \ln y} \right)_x d \ln y, \quad (7,11)$$

$$d\bar{Y} = \left( \frac{\partial \bar{Y}}{\partial \ln x} \right)_y d \ln x + \left( \frac{\partial \bar{Y}}{\partial \ln y} \right)_x d \ln y. \quad (7,12)$$

Из последних трех уравнений следует ряд дифференциальных соотношений, в частности

$$\left( \frac{\partial \bar{X}}{\partial \bar{Y}} \right)_x = - \left( \frac{\partial \ln y}{\partial \ln x} \right)_{\bar{Y}}, \quad (7,13)$$

$$\left( \frac{\partial \ln x}{\partial \bar{Y}} \right)_{\bar{X}} = \left( \frac{\partial \ln y}{\partial \bar{X}} \right)_{\bar{Y}}. \quad (7,14)$$

Этот формализм был развит Уайманом также применительно к системам, содержащим различные типы макромолекул, и к системам, в которых макромолекулы полимеризуются или участвуют в химических реакциях. При этом выясняется влияние лигандов на соответствующие константы равновесия. Здесь мы ограничимся случаем одного вида макромолекул и двух видов лигандов.

Для равновесной системы при постоянных температурах и давлении термодинамика дает

$$\left( \frac{\partial \mu_1}{\partial n_2} \right)_{n_1} = \left( \frac{\partial \mu_2}{\partial n_1} \right)_{n_2}, \quad (7,15)$$

где  $\mu_1, \mu_2$  — химические потенциалы,  $n_1, n_2$  — количества лигандов. С учетом равенств  $d\mu_1 = RT d \ln x$ ,  $d\mu_2 = RT d \ln y$  и при замене  $n_1, n_2$  на  $\bar{X}$  и  $\bar{Y}$  мы вновь получаем основное уравнение (7,10).

Уравнения (7,5) или (7,7) описывают равновесие между макромолекулой и лигандом в терминах  $q$  констант равновесия  $K_i$ . Мы можем написать выражение для разности химических потенциалов лиганда в равновесии с макромолекулой и в стандартном состоянии в виде

$$\mu_x - \mu_0 = RT \ln x = -RT \ln K_x = \Delta F_x, \quad (7,16)$$

где  $\Delta F_x$  — изменение свободной энергии при взаимодействии с макромолекулой. Если

$$\left( \frac{\partial \bar{X}}{\partial \ln x} \right) > q,$$

то взаимодействие является положительным, или стабилизующим.

Удобно представить кривую равновесия лиганда не величиной  $\bar{X}$  или величиной парциального насыщения  $\bar{x} \equiv \bar{X}/q$ , но в виде зависимости  $\ln [\bar{x}/(1 - \bar{x})]$  от  $\ln x$  и ввести параметр  $n$ , определяемый следующим образом

$$n = \frac{d \ln (\bar{x}/(1 - \bar{x}))}{d \ln x} = \frac{1}{\bar{x}(1 - \bar{x})} \frac{d \bar{x}}{d \ln x}. \quad (7,17)$$

Если все центры идентичны и независимы друг от друга, то график имеет вид прямой с  $n = 1$ , как и следует из простого закона действия масс. При наличии сильных стабилизирующих взаимодействий  $n > 1$  и график прямолинеен в широкой области с центром  $x = 1/2$ . Это соответствует уравнению Хилла (7,2), которое можно переписать в виде

$$\bar{x} = \frac{Kx^n}{1 + Kx^n} \quad \text{или} \quad \ln \frac{\bar{x}}{1 - \bar{x}} = \ln K + n \ln x.$$

Поэтому Уайман называет график зависимости  $\ln [\bar{x}/(1 - \bar{x})]$  от  $\ln x$  графиком Хилла. Параметр Хилла  $n$  связан со средней свободной энергией взаимодействия центров. Из (7,16) и (7,17) следует, что

$$\frac{d \Delta F_X}{d \bar{x}} = RT \frac{d \ln x}{d \bar{x}} = \frac{RT}{n \bar{x}(1 - \bar{x})} \equiv \Delta F'_X. \quad (7,18)$$

Если центры идентичны и независимы,  $n = 1$ . Для этого случая парциальные свободные энергии при связывании первого и второго лигандов X одинаковы  $\Delta F'_X = \Delta F'^{(1)}_X$ . Разность  $\Delta F'_X - \Delta F'^{(1)}_X \equiv \Delta F_{XX}$  есть энергия стабилизации системы, приходящаяся на центр. Считая ее положительной при  $n > 1$ , получаем

$$\Delta F_{XX} = \frac{RT}{\bar{x}(1 - \bar{x})} \left( 1 - \frac{1}{n} \right). \quad (7,19)$$

$n$  не может быть больше  $q$  — общего числа центров. В случае независимых, но не идентичных центров  $n < 1$ .

Интеграл

$$\int_0^1 \Delta F_{XX} d\bar{x} = RT \int_{x=0}^{\infty} (n - 1) d \ln x \quad (7,20)$$

выражает минимальное значение полной энергии взаимодействия, приходящейся на центр, при насыщении макромолекулы лигандом. Интеграл не обращается в бесконечность, если  $n$  стремится к 1, когда  $x$  стремится к 0 или  $\infty$ , т. е. когда  $\bar{x}$  стремится к 0 или 1.

Применим, вслед за Уайманом, этот метод исследования к гемоглобину. На рис. 7.9 приведен график Хилла для насыщения Нб лошади кислородом ( $0,6\text{ M}$  фосфатный буфер, pH 7,0,  $19^\circ\text{C}$ ). Полная свободная энергия взаимодействия  $2,6\text{ ккал/моль}$ ,  $n = 2,95 \pm 0,05$  при  $\bar{Y} = \frac{1}{2}$ .

Гемоглобин может связывать  $O_2$  и CO. При насыщении коэффициент распределения  $A$  не зависит от парциального давления обоих газов (первый закон Холдейна)

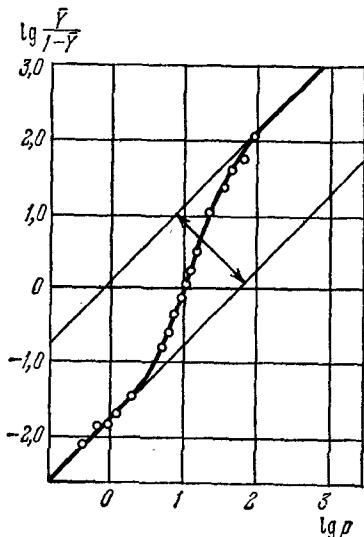


Рис. 7.9. График Хилла для насыщения гемоглобина лошади кислородом.

$$\frac{\text{Нб}(\text{CO})_4}{\text{Нб}(\text{O}_2)_4} = A \frac{p_{\text{CO}}}{p_{\text{O}_2}}. \quad (7.21)$$

Согласно второму закону Холдейна насыщение при взаимодействии со смесью  $O_2$  и CO есть функция  $p_{O_2} + Ap_{\text{CO}}$ . Второй закон следует из первого. Пусть  $X = O_2$ ,  $Y = \text{CO}$ . Введем обозначения  $\sigma_x = \bar{X}/x$  и  $\sigma_y = \bar{Y}/y$ . Согласно (7.21)  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ . Уравнение связи (7.13) дает

$$\left( \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)_y = \left( \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right)_x. \quad (7.22)$$

Интеграл этого уравнения есть функция  $x + Ay$

$$\sigma = \phi(x + Ay).$$

Для полного насыщения имеем

$$\bar{X} + \bar{Y} = (x + Ay) \sigma = f(x + Ay). \quad (7.23)$$

И наоборот, первый закон следует из второго.

Уравнения связи хорошо описывают эффект Бора. Здесь мы имеем дело вновь с двумя лигандами  $O_2$  и  $H^+$ . Уравнение (7.13) дает ( $H^+$  и  $\bar{Y}$  — количества связанных  $H^+$  и  $O_2$  на гем-эквивалент,  $\alpha_H$  — активность протонов,  $p$  — парциальное давление  $O_2$ )

$$\left( \frac{\partial \bar{H}^+}{\partial \bar{Y}} \right)_{\alpha_H} = - \left( \frac{\partial \ln p}{\partial \ln \alpha_H} \right)_{\bar{Y}}, \quad (7.24)$$

и уравнение (7.14) —

$$\left( \frac{\partial \ln \alpha_H}{\partial \bar{Y}} \right)_{\bar{H}^+} = \left( \frac{\partial \ln p}{\partial \bar{H}^+} \right)_{\bar{Y}}. \quad (7.25)$$

Допустим, что протоны вводятся в систему с анионом  $A^-$  сильной кислоты, и пусть ее активность равна  $\alpha$  и количество,

отнесенное к количеству гема,  $\bar{c}$ . Если отождествить  $H^+$  с  $\bar{c}$ , то (7,25) примет вид

$$\left( \frac{\partial \ln a}{\partial \bar{Y}} \right)_{\bar{c}} = \left( \frac{\partial \ln p}{\partial \bar{c}} \right)_{\bar{Y}}. \quad (7,26)$$

Введем соотношение

$$a = a_H a_A = a_H \gamma_A \bar{c},$$

где  $a_A$  — активность аниона,  $\gamma_A$  — доля аниона, оставшегося в растворе. Тогда уравнение (7,26) запишется следующим образом:

$$\left( \frac{\partial \ln a_H}{\partial \bar{Y}} \right)_{\bar{c}} + \left( \frac{\partial \ln \gamma_A}{\partial \bar{Y}} \right)_{\bar{c}} = \left( \frac{\partial \ln p}{\partial \bar{c}} \right)_{\bar{Y}}, \quad (7,27)$$

или

$$\left( \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{Y}} \right)_{a_H} = - \left( \frac{\partial \ln p}{\partial \ln a_H} \right)_{\bar{Y}} + \left( \frac{\partial \ln \gamma_A}{\partial \bar{Y}} \right)_{\bar{c}} \left( \frac{\partial \bar{c}}{\partial \ln a_H} \right)_{\bar{Y}}. \quad (7,28)$$

Последний сомножитель в правой части (7,28) дает наклон кривой титрования гемоглобина при степени оксигенации  $\bar{Y}$ . Последние два уравнения совпадают с (7,24) и (7,25), если  $\gamma_A$  не меняется при изменении  $\bar{Y}$ , т. е. если доля связанного аниона не зависит от степени оксигенации. Опыт показывает, что действительно нет расхождения между эффектом Бора, измеренным как изменение сродства к  $O_2$  при изменении pH, с одной стороны, и освобождением протонов при оксигенации, с другой. Опыт дает

$$\left( \frac{\partial \bar{c}}{\partial \text{pH}} \right)_{\bar{Y}} = 3; \quad \left| \left( \frac{\partial \lg p}{\partial \text{pH}} \right)_{\bar{Y}} \right| = 0,6; \quad \left| \left( \frac{\partial \lg \gamma_A}{\partial \bar{Y}} \right)_{\bar{c}} \right| < 0,01.$$

Метод связанных функций устанавливает общий термодинамический смысл кооперативности поведения Hb, конкурентных взаимодействий лигандов и эффекта Бора.

Уайман обобщил свою теорию, введя так называемый связывающий потенциал  $\Lambda$  [29], соответствующий любому термодинамическому потенциальному. Пусть  $F$  — любая непрерывная функция  $p$  переменных  $n_i$ , причем непрерывны и ее первая и вторая производные. Имеем

$$\mu_i = \frac{\partial F}{\partial n_i}, \quad i = 1, 2, \dots, p. \quad (7,29)$$

Связывающий потенциал определяется соотношениями

$$n_i = \frac{\partial \Lambda}{\partial \mu_i}. \quad (7,30)$$

Например, если  $F = n_1 n_2 + n_2^3$ , то  $\mu_1 = n_2$ ,  $\mu_2 = n_1 + 3n_2^2$  или

$n_1 = \mu_2 - 3\mu_1^2$ . Соответственно  $\Lambda = \mu_1\mu_2 - \mu_1^3$ , что не совпадает с  $F = \mu_1\mu_2 - 2\mu_1^3$ . Общее выражение для связывающего потенциала имеет вид

$$\Lambda = \Lambda_{\mu} + \sum_{i=1}^p \Lambda_{\bar{\mu}_i}, \quad (7.31)$$

где  $\Lambda_{\mu}$  — функция всех  $\mu$ , а  $\Lambda_{\bar{\mu}_i}$  — функция всех  $\mu$ , кроме  $\mu_i$ . Это выражение показывает, что присоединение любой компоненты системы связано с присоединением другой ее компоненты. Таким образом, компоненты образуют *группу связывания*. Если одна из компонент — полифункциональная макромолекула, то ее способность связывать каждый из лигандов мы вправе называть *функцией связывания*. Можно также говорить не о связывании компонент, но о связывании функций и пользоваться термином *связанные функции*.

Если речь идет об одном лиганде, присоединяемом макромолекулой, то потенциал  $\Lambda$  можно представить в виде

$$\Lambda = RT \ln(1 + K_1x + K_2x^2 + \dots + K_qx^q), \quad (7.32)$$

где  $x$  — активность лиганда  $X$ ,  $K_i$  — константы,  $q$  — число связывающих центров. Этот полином факторизуется, т. е.

$$\Lambda = RT \ln(1 + k_1x)(1 + k_2x)\dots(1 + k_qx), \quad (7.33)$$

если все  $q$  центров независимы друг от друга. Считая, что на каждый гем в  $\text{Hb}$  приходится два кислотных центра, ответственных за эффект Бора и ионизующихся независимо друг от друга, получим полином для  $\text{Hb}$ . Он должен выражаться произведением двух полиномов — одного четвертой степени по  $p$  (активность  $\text{O}_2$ ) и восьмой по  $\text{H}^+$  (активность  $\text{H}^+$ ) и другого степени ( $q = 8$ ) по  $\text{H}^+$ , где  $q$  — общее число ионизуемых групп в молекуле. Первый из этих полиномов должен иметь вид

$$N_1 = (1 + \alpha_0\text{H}^+)^4(1 + \beta_0\text{H}^+)^4 + (1 + \alpha_0\text{H}^+)^3(1 + \beta_0\text{H}^+)^3(1 + \alpha_1\text{H}^+) \times \\ \times (1 + \beta_1\text{H}^+)K_1p + \dots + (1 + \alpha_1\text{H}^+)^4(1 + \beta_1\text{H}^+)K_4p^4. \quad (7.34)$$

Здесь  $1/\alpha_0$  и  $1/\beta_0$  — константы ионизации двух центров для дезоксиформы,  $1/\alpha_1$  и  $1/\beta_1$  — то же для оксиформы,  $K_i$  — константы равновесия последовательных стадий реакции при  $\text{H}^+ = 0$ . При  $p \rightarrow 0$ , т. е. в дезокси- $\text{Hb}$ , нужно учитывать лишь первый член, при больших  $p$  — только последний. Это дает основу для оценки констант взаимодействия групп, связанных с кислородом. Если бы степени ионизации каждой пары таких групп были не независимы, то вместо  $(1 + \alpha_0\text{H}^+)(1 + \beta_0\text{H}^+)$  и  $(1 + \alpha_1\text{H}^+)(1 + \beta_1\text{H}^+)$  фигурировали бы сомножители типа  $(1 + \alpha'\text{H}^+ + \beta'\text{H}^{+2})$ . Характеристики кривых титрования  $\text{Hb}$  и  $\text{Hb}(\text{O}_2)_4$  показывают, что вто-

рой полином  $N_2$  степени ( $q = 8$ ) по  $H^+$  полностью факторизуется.

Дальнейшее развитие теории применительно к белкам, содержащим очень большое число связывающих центров (эритрохромина), приведено в работе [30].

### § 7.3. ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ

В 1846 г. Фарадей открыл, что при прохождении поляризованного света вдоль направления магнитного поля через вещество, в нем находящееся, плоскость поляризации световой волны поворачивается на угол, пропорциональный толщине слоя вещества  $l$  и напряженности магнитного поля  $H$

$$\varphi = VH, \quad (7.35)$$

где  $V$  — константа магнитного вращения (*постоянная Верде*). Фарадей писал: «...в конце концов мне удалось намагнить и наэлектризовать луч света и осветить магнитную силовую линию» [31]. В действительности речь идет о воздействии магнитного поля не на луч света, а на вещество. В результате этого воздействия электронные оболочки молекул становятся асимметричными и вещество оказывается обладающим круговым двулучепреломлением (см. (5.47)), т. е.

$$\varphi = \frac{\pi}{\lambda} (n_L - n_D) l. \quad (7.36)$$

Как уже сказано, оптические свойства молекул определяются их поляризуемостью. В свою очередь поляризуемость зависит от напряженности магнитного поля. В первом приближении составляющую тензора поляризуемости молекулы можно записать в виде

$$a_{\sigma\tau} = a_{\sigma\tau}^0 + \sum_{\rho} a_{\sigma\tau,\rho} H_{\rho} + \dots \quad (7.37)$$

Здесь  $\sigma, \tau, \rho = \xi, \eta, \zeta$  — координаты в системе, закрепленной в молекуле,  $H_{\rho}$  — компоненты вектора напряженности магнитного поля в той же системе. Так как  $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$  ( $\mathbf{A}$  — вектор-потенциал) — аксиальный вектор, то величины  $a_{\sigma\tau,\rho}$  антисимметричны относительно перестановки индексов  $\sigma, \tau, \rho$ , т. е.

$$a_{\xi\eta, \zeta} \equiv \left( \frac{\partial a_{\xi\eta}}{\partial H_{\zeta}} \right)_{H=0} = \left( \frac{\partial a_{\xi\eta}}{\partial \left( \frac{\partial A_{\eta}}{\partial \xi} - \frac{\partial A_{\xi}}{\partial \eta} \right)} \right)_{H=0} = -a_{\eta\xi, \zeta}.$$

Из закона сохранения энергии следует эрмитовость тензора  $a_{\sigma\tau}$  (см. [32]). Следовательно, величины  $a_{\sigma\tau,\rho}$  мнимые. Если поле  $\mathbf{H}$  направлено вдоль оси  $z$  пространственно неподвижной