

Механика Ньютона еще далека от современной классической механики. Но своим творчеством Ньютон подвел итог многовековых поисков всеобщих законов движения и взаимодействия тел, заложив, тем самым, основы дальнейшего развития научного естествознания и техники в русле математического моделирования.

Важную роль в формировании основ механики играли и идеи современника Ньютона – Лейбница. Научное наследие Ньютона и Лейбница стало основой для дальнейшего развития классической механики в трудах Вариньона, Я., И. и Д. Бернулли, Мопертюи, Эйлера, Даламбера и Лагранжа.

3.2. Теория сил в философии Г. В. Лейбница

Бурные политические (буржуазные революции), экономические, научные события XVII в. нашли отражение в формировании целого ряда новых философских доктрин, претендовавших на роль теоретической основы нового мировоззрения. Англичане Фрэнсис Бэкон и Томас Гоббс, французы Рене Декарт, Пьер Гассенди и Блез Паскаль, нидерландец Барух Спиноза, англичане Джон Локк, Исаак Ньютон, немец Готфрид Вильгельм Лейбниц стали основоположниками философских течений, захвативших умы просвещенной Европы и получивших дальнейшее развитие в следующих столетиях.

Формирование науки нового времени, естественно, происходило в рамках популярных философских концепций. Таким образом, теоретический аппарат новой механики создавался не только параллельно с рождением новой математики переменных величин и не только для утилитарного решения актуальных естественно-научных и технических проблем, но и под влиянием философских позиций ее создателей. Это наглядно подтверждается вкладом в механику Лейбница — одного из выдающихся философов конца XVII – начала XVIII вв., основоположника дифференциального и интегрального исчисления.

Лейбница нельзя исключать из списка основоположников теоретической механики хотя бы потому, что он является одним из родоначальников математики непрерывных величин и теории дифференциальных¹ уравнений, ставших основным аппаратом новой механики. Но его вклад не исчерпывается только этим. Теории движений и сил, ди-

¹Термин, введенный Лейбницем.



Готфрид Вильгельм Лейбниц

намическая концепция механики, многолетний спор о «живых силах» и борьба с картезианским сохранением количества движения, обсуждение проблем механики с Гюйгенсом, Мальбраншем, Уоллисом, Я. и И. Бернулли, Лопиталем не остались без внимания выдающихся математиков, механиков и астрономов следующего столетия — Клеро, Мопертюи, Эйлера, Даламбера, Лагранжа, Лапласа.

Одной из сложностей в изучении научного наследия Лейбница является изменчивость его философской позиции по мере его последовательного проникновения в мир идей Аристотеля, Бэкона, Галилея, Декарта, Гоббса, Гюйгенса. Диапазон этой изменчивости — от принятия некоторой концепции до ее полного отвержения, включая попытки примирения, сближения крайностей. Второй особенностью теоретических построений Лейбница является их метафизичность, проистекающая из убежденности в примате мира Идей над миром Природы.

В 1671 г. Лейбниц представил Парижской академии наук эссе «Теория абстрактного движения». Эта была первая часть сугубо философского сочинения «Новая физическая гипотеза», в котором тело представляется как триединство геометрических, механических¹ и физических свойств; пространство — бесконечно делимая на реальные части протяженность, в которой существуют и «неделимые» или точки, не имеющие возможности расширяться, но состоящие из частей, между которыми нет расстояний; движение протяженно, непрерывно², и покой — это не некоторое его положение в пространстве, а нуль на бесконечности (времени); источником начала и окончания движения является *conatus* (усилие, напряженность, стремление), играющий в протяженности движения роль точки пространства, единичного усилия, измеряющегося расстоянием, пройденным за неделимый³ отрезок времени; конатус в теле может быть не один, и они могут взаимодействовать; два конатуса могут быть заменены одним; все происходящее имеет причины.

Изучение движения, реальной скорости Лейбниц заменяет изучением тенденции к движению, виртуальной (возможной) скорости. Он формулирует законы соударения тел как правила изменения скорости

¹Способность перемещаться.

²Гассенди считал движение дискретной последовательностью «покоев».

³Лейбниц использует понятие «неделимых» Кавальери, которое позднее привело его к понятию дифференциала. Понятие конатуса заимствовано у Гоббса.

после удара (игнорируя понятие количества движения), объясняет причину целостности тела взаимодействием конатусов его частей, а давление — «конатусом проникновения» одного тела в другое.

В том же 1671 г. Лейбниц направил Лондонскому Королевскому обществу вторую часть упомянутого сочинения под названием «Теория конкретного движения», где движение тел и их свойства объясняются действием эфира¹, заполняющего всю Вселенную. Солнечный шар испускает свет, принимаемый земным шаром. В соответствии с законами абстрактной теории оба шара совершают в эфире вращательное движение, обеспечивающее и их целостность, и их взаимную силу сцепления. Гравитация является следствием вращения эфира, и сила притяжения тела, по взглядам Лейбница, должна возрастать пропорционально квадрату его расстояния до центра Земли. Автор раскрывает природу тел (жидких, твердых, упругих, мягких, вязких и хрупких), объясняет процесс удара упругих тел по правилам Гюйгенса–Рена, законы отражения и преломления, изохронные колебания маятника, циркуляцию крови и физиологическое действие нервов на мускулы. Таким образом, эфир является и источником тяжести тел, и причиной движения планет, и фактором упругости тел.

Дальнейшие размышления приводят Лейбница к необходимости «...прибегнуть к силе, являющейся причиной движения и действующей между телами». «В природе есть нечто большее чисто геометрического, то есть протяженности и ее изменений. И для лучшего ее понимания необходимо связать несколько высших или метафизических понятий, таких как *субстанция*, *действие* и *сила*; и эти понятия приводят к тому, что все, влачащее жалкое существование, должно действовать взаимно, что все действующее должно испытывать некоторую реакцию, и, следовательно, покоящееся тело, приводимое в движение движущимся, изменит его направление и скорость» [187, с. 467].

Широко используемое Лейбницем понятие «протяженности» постепенно приобретает смысл «величины» тела, в которую вкладываются не столько геометрические размеры, сколько его прочие индивидуальные особенности. Внимательный анализ определений «протяженности», данных им в разных работах, убеждает в исключительной близости этого понятия ньютоновской массе. Точнее с массой сравни-

¹ Согласно Лейбницу, эфир пронизывает все тела природы, имеет божественное происхождение, порождает на Земле разнородные элементы (вода, воздух, земля).

вать лейбницеву «первичную материю» (*materia prima*)¹, наделенную «протяженностью», непроницаемостью и сопротивлением или инерцией (в смысле Кеплера). Все эти свойства считаются однородными и равномерно распределенными в теле. Тем самым Лейбниц вводит характеристики *пассивности*² *материи*.

Понятием, противоположным первичной материи, является «вторичная материя» (*materia secunda*) — материя, наделенная активностью. Понятие «сила», обобщающее первичную и вторичную материю, таким образом, включает «пассивную силу» (массу) и «активную силу», аналогичную душе живых существ и придающую движению реальность. В свою очередь «активные силы» подразделяются на «простейшие» (*force primitive*), присутствующие в любой материальной субстанции, и «производящие силы» (*force dérivative*), являющиеся результатом взаимодействия тел, «... что некоторые называют «импетусом», то есть конатусом или стремлением к определенному движению...» [187, с. 471].

Позднее Лейбниц пополнил свою теорию сил еще двумя понятиями — *мертвая сила* и *живая сила*. Мертвая сила — это, например, давление, которое или производит движение, или стремится его произвести. Живая сила существует в движении. Но между этими силами есть взаимосвязь: всем телам присуща собственная сила, между движением и покоем нет качественного различия, живая сила возникает из импульсов мертвой силы³. Но что же является мерой живой силы или каково ее математическое выражение? Для Лейбница очевидна невозможность вечного движения, позднее получившая выражение закона сохранения энергии. В соответствии с галилеевым законом высота и квадрат скорости падения тела пропорциональны. Это означает, что и для подъема тела на высоту h ему нужно придать импульс, пропорциональный квадрату скорости. Таким образом, мера живой силы должна определяться квадратом скорости тела. Но Лейбниц не ограничивается только определением живой силы. Он использует это понятие для формулировки общего закона механического движения — принци-

¹Порой он и называл ее массой (*masse*) [187, с. 469]. Особенно в более поздних работах.

²Пассивность материи, по Лейбницу, необходима для избежания всемирного хаоса, неизбежного при отсутствии сопротивления всем причинам движения.

³Это напоминает «импетус» французских философов и итальянских механиков средневековья.

па сохранения живых сил, впервые изложенного в короткой (6 страниц) работе, опубликованной в «Acta eruditorum» в 1686 г. «Краткое доказательство удивительной ошибки Декарта и других относительно закона природы, согласно которому, как полагают, Господь всегда сохраняет одно и то же количество движения, но который разрушает механику».

Эта публикация стала отправной точкой в затянувшемся на десятилетия «споре о живой силе» или дискуссии о мерах механического движения. Важность этого события в формировании идеологии новой механики подтверждается составом участников дискуссии: Гюйгенс, Папен, Мальбранш, Арнольд, Германн, И. и Д. Бернулли, Мопертюи, Клеро, Кениг, Вольтер, Эйлер, Даламбер¹. Суть полемики состояла в определении математического выражения меры движения. Пользуясь современными обозначениями, $m\vec{v}$ (по Декарту) или mv^2 (по Лейбницу)? Тот или иной ответ на поставленный вопрос определял не только математический облик будущей теории движения тел, круг решаемых ею задач, но и затрагивал фундаментальные философские положения о сущности движения, его причинах, о соотношении физического и метафизического, о познаваемости Природы.

В формулировке Декарта, без определения понятия массы и осознания векторного характера скорости, закон сохранения количества движения был ошибочен. Впервые Лейбниц писал об этом Галуа в декабре 1676 г., затем в январе 1680 г. Филиппи: «В физике Декарта имеется большая ошибка; она состоит в том, что его правила движения или законы природы, которые должны быть фундаментом, в большинстве своем ошибочны. Этому есть доказательство. И его великий принцип о том, что количество движения в мире сохраняется, является заблуждением. То, что я говорю, признано наиболее талантливыми людьми Франции и Англии» [187, с. 474]. В названной работе 1686 г., на смену принципу Декарта, Лейбниц предлагает свой принцип сохранения: «Разумно говорить, что в природе сохраняется одна и та же сумма движущих сил, что эта сумма не убывает, так как мы никогда не видели, чтобы тело потеряло какую-то силу, которая не трансформировалась бы в другую, и тем более, что эта сумма не возрастает, так как вечное движение нереально и никакая машина, а следовательно и весь мир, не может сохранять свою силу без новых импульсов извне» [187, с. 474]. Лейбниц принимает идею сохранения в качестве

¹Любопытные подробности дискуссии изложены во втором издании книги Монтюкла «История математики» [258].

основного принципа механики и ищет истинную величину, определяющую стабильность мира.

Декартова идея сохранения количества движения имеет свои истоки в единстве Бога и «золотом правиле» механики, определяющем условия равновесия рычага. Лейбниц апеллирует к галилеевым законам падения тел и гюйгенсовой теореме о сохранении mv^2 до и после удара абсолютно упругих тел. Гюйгенс, естественно, откликнулся на публикацию Лейбница, но его оценка была весьма осторожной. Оспаривая мнение Лейбница о том, что Декарт вывел свой принцип из эквивалентности¹ количества движения движущим силам, Гюйгенс считает, что «...если допустить эту эквивалентность и таким способом получить его (Декарта) природный закон количества движения, то отсюда не следует, что закон недостаточно доказан или вовсе не доказан. Для утверждения его ошибочности господину Лейбницу необходимы другие доказательства» [187, с. 475]. И далее считает, что Лейбниц может претендовать только на формулировку своего принципа сохранения движущих сил (без доказательства его справедливости).

Все участники дискуссии о мере движения ссылались на авторитет Декарта, Галилея, Гюйгенса, Лейбница, обсуждали результаты экспериментов (в том числе мысленных) в задачах об ударе и падении тел. И после смерти Лейбница его сторонники (Германн, И. и Д. Бернулли, Бильфингер, Вольф) продолжали спор с картезианцами. Но кроме приверженцев одной меры движения появились ученые, стремившиеся занять какую-то промежуточную позицию². Именно этот дуализм, состоящий в том, что выбор меры движения полностью определяется постановкой задачи, укоренился в механике после издания «Динамики» Даламбера и положил конец дискуссии.

Благополучный исход многолетней дискуссии способствовал формированию сторонниками Лейбница новых механических понятий кинетической, потенциальной, полной механической энергии, прочно укоренившихся в механике только в XIX в. И. Бернулли, подкрепляя теоретические результаты экспериментами, использовал закон живых сил

¹До Декарта в «схоластической» механике эквивалентность F и mv рассматривалась как определение движущей силы. Из этой эквивалентности можно сделать вывод о постоянстве количества движения (mv) при постоянстве движущих сил (F). Возможно, это противоречие и привело к необходимости поиска иной связи между F и mv . Связи, впервые высказанной Галилеем, а затем Ньютоном в его втором законе.

²Среди них был и молодой Кант.

для решения задач о колебаниях физического маятника, о движении тяжелой точки, об упругом ударе. Д. Бернулли положил этот закон в основу своей знаменитой «Гидродинамики» (1738), а в работе «Замечания о принципе сохранения живых сил, рассматриваемом в общем смысле», опубликованной в трудах Берлинской академии за 1748 г., фактически формулирует закон сохранения механической энергии для системы точек в виде

$$\sum m_k v_k^2 = -2 \sum m_k \int \xi_k dx,$$

где m_k — массы, v_k — скорости, ξ_k — «ускоряющие силы» точек, сумма правой части — сумма работ сил. При этом утверждается, что живая сила системы точек не изменяется при освобождении точек от связей, именуемых ныне *идеальными*. Таким образом, уточнение закона сохранения живой силы стало источником формирования в механике понятия связи и принципа освобождения от связей, положенного позднее в основу механики несвободного движения тел. Утверждение в механике двух выражений меры движения способствовало формированию ее математического аппарата по двум направлениям: с позиций изменения количества движения и с позиций изменения живой силы.

Очень неоднозначное понятие силы в механике Лейбница, как и в физике Аристотеля, было одним из важнейших. Сила — в древнегреческом языке — *dynamis*¹, а *dynamikos* — относящийся к силе или силовой. Поэтому свою механику Лейбниц называл динамикой. Позднее этим термином стали пользоваться многие ученые², а после «Динамики» (1743) Даламбера он окончательно укоренился в механике как название теории движения тел под действием сил. Наиболее полно динамические воззрения Лейбница выражены в работах «Применение динамики к законам движения, где показано, что сохраняется не количество движения, а абсолютная сила или количество движущего действия», «Динамика сил и законов природы тел»³ (1691) и «Образец

¹ *Dynamis* — латинский перевод греческого *δυνάμις*.

² И. Бернулли, Клеро, Монтиньи, Дарси, Куртвирон, Д. Бернулли, Эйлер, Лагранж, Пуассон.

³ Впервые опубликованы в 1860 г., но их содержание было известно при жизни автора, благодаря его обширной переписке с современниками. Здесь Лейбниц дает одно из первых (раньше него Уоллис, 1669) определений скорости: «Скорость в произвольном движении есть аффект движущегося тела, пропорциональный длине,

динамики» («Specimen Dynamicum»), опубликованной в 1695 г. в «Acta eruditorum».

В первой из работ автор указывает, что сомнения в истинности принципа сохранения количества движения закрались даже у таких ярых сторонников Декарта, как Мальбранш. Появились сомнения не только в сохранении количества движения, но и в существовании какой-либо иной величины, способной оставаться неизменной. Далее автор вводит понятие «прогресса» (progres), как количества движения в определенном направлении, пропорционального, по Гюйгенсу, скорости центра тяжести. Понятие «прогресса» позволяет установить, что «более всего повлияло на смешивание силы с количеством движения злоупотребление статической доктриной. В статике известно, что два тела находятся в равновесии, если, в соответствии с их положением, их скорости обратно пропорциональны массам или весам, или когда они имеют одинаковое количество движения» [187, с. 482].

Лейбниц утверждает, что сохранение силы в статике является следствием другого принципа. Для пояснения своего принципа он вводит понятия: «насильственного результата действия» (l'effet violent) как меры абсолютной силы¹; «абсолютной живой силы» (la force vive absolut), которая оценивается производимым ей насильственным результатом действия; «движущего действия» (l'action motrice), определяемого «формальным эффектом» (l'effet formel) или тем, что изменено движением (для равномерного поступательного движения тела, это произведение массы на длину пути ее перемещения), и «энергией» или быстротой его реализации. А сам принцип состоит в том, что «... одно и то же действие сохраняется в равные времена» [187, с. 485].

Для иллюстрации своего принципа Лейбниц обращается к теории удара тел и формулирует три «уравнения удара»:

- 1) выражающее сохранение причин удара или взаимных скоростей (в предположении абсолютной упругости тел);
- 2) выражающее сохранение общего «прогресса» двух тел;
- 3) выражающее сохранение общей абсолютной силы или движущего действия.

которую оно пробежало бы, если бы в течение данного времени его движение продолжалось с тем же аффектом. Аффект же тела остается тем же, если в равные времена оно пробегает равные расстояния; в таком случае движение называется равноскорым» [52, с. 37].

¹Понятие фактически совпадает с современной потенциальной энергией.

В этих уравнениях, как подчеркивает автор, нет необходимости следить за изменением знаков в связи с изменением направления скоростей, так как в уравнения входят квадраты скоростей. Кроме этого, только два уравнения независимы, а третье является их следствием.

Одним из важнейших свойств тел природы Лейбниц считает эластичность, объясняемую наличием в них очень «легкой жидкости» («эфира»). И вторым основным постулатом природы, после закона сохранения движущего действия, он называет закон непрерывности, продолжаемости (*la loi de la continuité*), в соответствии с которым «все изменения должны происходить непрерывно (*par des passages inassignable*), но не скачками» [187, с. 486].

Возвращаясь к понятиям, следует сказать, что Лейбниц уверенно пользуется понятием *массы*. Он ввел в механику понятие *действия*, определение которого, впрочем, не достаточно конкретно. Но если все-таки обратиться к определениям¹ и логике автора, то, обозначив действие буквой *L*, можно считать, что

$$L = mvs = mv^2t.$$

Несмотря на некоторую неопределенность, понятие действия прочно укоренилось в механике, благодаря публикации Вольфа в первом томе (1726) петербургских «Комментариев» и его развитию в трудах Мопертюи, Дарси, Эйлера, Лагранжа, Гамильтона, где оно рассматривалось не с позиций его стационарности, а как критерий экстремальности движения. Это способствовало появлению нового раздела математики — *вариационного исчисления*, позволившего сформировать новый взгляд на принципы построения механики и методы решения задач.

Прочие его понятия не вошли в арсенал классической механики и их математическое выражение весьма неопределенно. Это обстоятельство делает не достаточно ясной и формулировку самого принципа. В письме Вольфу в начале 1711 г. Лейбниц писал о принципе, что «...его аргументация является чисто метафизической и проникает в природу явлений глубже, чем все доказательства, которые пытались привести физики в области движения» [187, с. 488].

Вторая из названных работ (1695) впервые явно устанавливает связь между живыми и мертвыми (или статическими) силами. Лейб-

¹ «... движущее действие есть то, что получается при умножении формального эффекта на скорость...» [52, с. 37]. Формальный эффект у Лейбница — это произведение массы тела на пройденный путь.

ниц пишет, что древние «из механики знали только *статику* или «науку о мертвых силах», в которой изучается только первый конатус тел между собой, до того как они получают *импетус*, то есть конечное количество движения» [187, с. 489]. К мертвым силам, которые могут быть только побуждением движения, он относит *центробежные*, *гравитационные* (центростремительные) и *силы упругости пружин*. «При ударе, производимом падающим тяжелым телом или натянутым луком, сила является живой и порождается бесконечностью непрерывных влияний мертвой силы» [187, с. 490].

Далее Лейбниц поясняет: «... в случае тяжелого тела, получающего в каждый момент падения увеличение, равное бесконечно малой скорости, можно рассматривать одновременно мертвую и живую силы; скорость увеличивается как время, абсолютная сила¹ — как квадрат времени; по аналогии с нашей геометрией или с нашим анализом, побуждения — это dx , скорость — x и силы — x^2 или $\int x dx$. Итак, закон статики использует дифференциалы, а закон динамики — интегралы. Таким образом, мы обнаруживаем, что природа устроила очень элегантно примирение между законом равновесия противоборствующих тел, которое *относительно*, и законом эквивалентности причин и последствий (эффектов), которое *абсолютно* и осуществляется последовательным переходом причин в последствия с избежанием каких-либо скачков. Этот переход можно получить только непрерывными или бесконечно малыми увеличениями, то есть с помощью мертвых сил» [187, с. 490].

Сейчас можно только догадываться об истинных взглядах Лейбница, но из законов Галилея $v = gt$, $h = g \frac{t^2}{2}$ (в современной трактовке), к которым он апеллировал, легко получить равенство $mgh = \frac{mv^2}{2}$, устанавливающее связь между приложенной к двигающейся точке силой (mg) и кинетической энергией. Именно так И. Бернулли записывал закон сохранения живых сил. Современный закон сохранения полной механической энергии, выражаемый записанным равенством, является эффективным методом математического решения многих задач механики. Его физическая сущность, новая, отличная от ньютоновской, связь движения с порождающими его причинами впервые была сформулирована Лейбницем.

¹В смысле Лейбница, то есть живая сила.