На Академию возлагалась ответственность за сертификацию новых машин, изобретений. В этом мнение академиков (кроме адъюнктов) было решающим. Дважды в году Академия устраивала открытые ассамблеи, на которых могли присутствовать все желающие[1].

В регламенте определяются обязанности президента, секретаря и казначея. Первого января каждого года король называл имя президента Академии. Но это не означало, что это имя обязательно будет новым. Секретарь и казначей оставались неизменными, исполняя свои обязанности под контролем президента. Государство оказывало ученым помощь в издании их трудов, организации экспериментов, материально поощряло наиболее выдающихся ученых.

В феврале 1699 г. в числе первых академиков из старого состава Академии, предложенных Понтшартреном и одобренных королем, Биньон назвал маркиза де Лопиталя, капитана Рено, отца Мальбранша (почетные академики); аббата Галуа, Ролля, Вариньона, Кассини, Делаира, Лефевра, Купле (пансионеры); Лейбница, Чирнхауза (иностранные члены), Маральди, Режи, Кассини-сына, Делаира-сына, Ланьи (ассоциированные); в новый состав Академии были избраны аббат де Лувуа и маршал Вобан (почетные академики); братья Я. и И. Бернулли, Ньютон, Вивиани (иностранные члены); Паран, Амонтон (адъюнкты).

Таким образом, Парижская академия наук конца XVII в.[2] была не клубом почетных представителей науки, а скорее походила на современный многопрофильный НИИ, подчиненный высшим представителям государственной власти. Деятельность Академии была ясно нацелена на развитие как теоретических, так и чисто прикладных исследований. Четкая регламентация ее деятельности стала залогом процветания французской и европейской науки.

4.2. Развитие статики в творчестве П. Вариньона

Имя Вариньона в курсе теоретической механики ассоциируется с теоремой о моменте равнодействующей системы сходящихся сил:

«*Момент результирующего вектора системы сходящихся векторов относительно некоторой точки O равен геометрической сумме моментов составляющих векторов*» [1, с. 27].

[1] В остальных случаях нечлены Академии допускались на ассамблеи только с позволения секретаря.

[2] Следующий регламент Академии был принят в 1716 г.

Сейчас этот результат представляется практически очевидным, но мнение современников и последователей автора этой теоремы было совершенно иным. В 1687 г. это был далеко не очевидный, безусловно, очень важный и, естественно, не единственный результат трактата «Проект новой механики» [297], автором которого был П. Вариньон.

Биографические сведения о Пьере Вариньоне достаточно скупы. Он родился в 1654 г. в семье обычного архитектурного подрядчика. Поначалу Пьер избрал духовную карьеру и поступил в иезуитский коллеж своего родного горда Каэна (Caen) в Нормандии. Увлеченно занимаясь философией, случайно наткнулся на «Начала» Евклида, и эта книга с первых страниц захватила его. Ясность геометрических образов и истин оказалась привлекательнее туманных философских размышлений, и он стал целенаправленно искать книги по математике. После знакомства с работами Декарта, выбор в пользу математических наук стал окончательным, несмотря на неодобрительное отношение к этому родителей.

Продолжая образование по классу теологии, Вариньон блистал безукоризненной аргументацией в диспутах, проводимых учащимися по классу философии, среди которых был не менее замечательный эрудит Шарль де Костель — будущий аббат де Сен-Пьер. Общая любовь к поиску истины, стремление доказать правоту своих взглядов не только в философии, но и математике, физике сблизило молодых людей и стало основой их многолетней дружбы. Зная о материальных затруднениях Вариньона, Шарль выделил другу 300 ливров из получаемой им ренты в 1800 ливров.

В 1686 г. друзья переехали в Париж и поселились в небольшом домике в пригороде столицы. Фонтенель — будущий секретарь Парижской академии наук — вспоминал, что он часто навещал друзей, порой оставаясь у них на 2–3 дня. Вариньон был полностью погружен в математику, все дни проводил за работой, которая прерывалась далеко за полночь. Он быстро познакомился с видными учеными (Duhamel, du Verney, de Lahire), которые признавали не только его природный талант, но и прекрасную эрудицию. Особенно в сфере механики.

Выход в 1687 г. книги «Проект новой механики», посвященной Академии наук, «был встречен всеми геометрами с аплодисментами и дал возможность ее автору занять два важных места: в 1688 г. он стал геометром-пансионером Академии наук и профессором математики Коллежа Мазарини» [260, с. 414–415]. Эта книга, ставшая важным

Пьер Вариньон

событием в истории классической механики и сделавшая Вариньона знаменитым, была второй его публикацией. Первая работа, посвященная полиспастам, была опубликована в том же 1687 г. в периодическом издании П. Белье «Nouvelles de la république des lettres».

Проблема притяжения тел, несмотря на теории Декарта, Гюйгенса, Ньютона, Лейбница и их сторонников, в конце XVII в. продолжала оставаться актуальной. Этой теме была посвящена следующая большая работа Вариньона «Новые предположения о тяжести» [298].

В своих математических работах Вариньон всегда стремился к наиболее общим постановкам проблем. Его внимание, естественно, привлекли работы Лейбница, Я. и И. Бернулли, Лопиталя, Уоллиса по основам зарождающегося тогда дифференциального и интегрального исчисления. Он стал активным сторонником нового анализа. В период выступлений Ролля в Академии наук с критическими замечаниями в адрес дифференциального исчисления Вариньон эффективно использовал новый математический аппарат применительно к задачам о движении точки в центральном поле сил, внешней баллистики, гидродинамики.

В 90-х гг. Вариньон стал членом редакции «Journal des Sçavants», а с 1704 г., после отставки Ж.-Б. де Гамеля, — профессором кафедры греческой и латинской философии Коллеж де Франс (тогда College Royal). Но интенсивная научная и педагогическая деятельность имели не только положительные последствия. В 1705 г. Вариньон тяжело заболел. В течение шести месяцев его жизнь была в опасности[1], и следующие три года он страдал апатией и нервным истощением. Однако и в этот период, судя по публикациям, он не прекращал работу.

Вариньон много консультировал ученых, приезжавших к нему из Франции и других стран, вел активную переписку с крупнейшими математиками и механиками Европы[2] (Лейбниц, И. Бернулли). В последние годы жизни (умер в 68 лет, в ночь с 22 на 23 декабря 1722) он готовил к публикации свои учебные курсы по математике и трактат по механике, проект которого так блестяще начал его научную карьеру. В соответствии с завещанием Вариньона, все бумаги и рукописи после его смерти были переданы Секретарю Академии наук Фонтенелю, ко-

[1]По свидетельству Фонтенеля, во время прогулок по лесу Вариньону казалось, что все листья деревьев покрыты алгебраическими формулами.

[2]Был корреспондентом Лондонского Королевского общества, Берлинской академии наук.

торый привлек к изучению и изданию научного наследия Вариньона академика Бофорта и аббата Декамю. Так, в 1725 г. появились трактаты «Новая механика или статика, проект которой был опубликован в 1687», «Введение в анализ бесконечно малых», в 1731 г. — «Элементы математики». Это были последние из более 80 работ, написанных Вариньоном за 35 лет плодотворной научной и преподавательской деятельности, поставившей его имя в один ряд с именами самых выдающихся математиков той эпохи.

Следуя традиции своего времени, под статикой или механикой Вариньон понимал, говоря современным языком, *теорию механизмов*. Но вопрос об условиях равновесия механизма (рычага, клина, блока, наклонной плоскости, ...) в этой теории был одним из важнейших. Поэтому проблемы, обсуждаемые в «Новой механике» [319], в большинстве своем являются задачами современной статики.

Одно из основных понятий современной физики и механики — понятие силы — прошло многовековой процесс формирования от осознания фактов взаимодействия тел природы до возможности точного описания этого взаимодействия по величине, направлению и месту приложения. Понятие вектора, возникшее в математике в XIX в. как геометрический образ комплексного числа, безусловно, формировалось и в недрах механики[1]. Еще в Древней Греции было установлено, что и взаимодействие тел и их движение всегда имеют некоторую величину и направление. Таким образом, свойства вектора как математического объекта были известны давно, но потребовалось более 20 веков для осознания необходимости расширения понятия числа, для геометризации этого понятия и построения теории векторов.

Впервые изображение силы направленным отрезком встречается в главном труде по механике С. Стевина «*Начало статики*». Здесь мы встречаемся с понятием *силового треугольника* и *законом сложения двух перпендикулярных сил*. Далее идея сложения двух сил была использована французским ученым Ж. П. Робервалем в «*Трактате по механике грузов, удерживаемых силами на наклонных плоскостях; о силах, поддерживаемых груз, висящий на двух веревках*», вышедшем в 1636 г., через два года после издания книги Стевина на французском языке. Роберваль не дает полного определения силы, но определяет

[1] Даламбер в работах по небесной механике пользовался выражением «радиус-вектор».

линию действия силы, говорит о возможности перенесения силы вдоль линии ее действия и дает доказательства правила сложения сил для случая произвольного угла между ними (правило параллелограмма).

В 1687 г. правило параллелограмма появилось сразу в трех трактатах — «*Началах*» Ньютона, «*Новый способ доказательства основных теорем механики*» [223] Лами[1] и «*Проекте*» Вариньона[2]. По-видимому, каждый из авторов пришел к правилу параллелограмма своим путем, но это совпадение не было случайным. Оно отражало главный итог многовекового развития понятия силы как меры взаимодействия между телами, связанного с общепринятыми ныне свойствами сил: наличие величины, направления, места приложения, правил геометрического сложения и разложения. До векторизации понятие силы, которое в разных ситуациях именовалось «мощностью», «импульсом», «импетусом», «моментом», «давлением», «притяжением», «отталкиванием», «сопротивлением», «весом», оно, выражая только интенсивность действия на тело, было сопоставимо с современными понятиями кинетической энергии или мощности. Поэтому иными (алгебраическими) были правила операций над силами и, как следствие, нельзя было сформулировать правила замены одной системы сил другой (в том числе простейшей), ввести современные понятия момента силы, пары сил, работы, мощности. Введение векторных свойств взаимодействия тел — чрезвычайно важное событие в истории механики, приведшее к «материализации» абстрактного понятия силы в виде направленного отрезка и построению в XIX в. на этой основе векторного анализа и теоретической механики.

Свой первый трактат Вариньон не случайно назвал «Проектом новой механики». Он планировал продолжить разработку основных идей механики и фактически занимался этим всю свою жизнь. Окончательная редакция трактата под названием «Новая механика или статика, проект которой был опубликован в 1687» была подготовлена к печати и издана Ф.-Ж.Декамю в двух томах уже после смерти Вариньона.

---

[1]Бернар Лами — видный французский механик, математик, археолог и теолог. Автор изданных в Париже книг: «Трактат по механике, о равновесии твердых тел и жидкостей» (1679), «Элементы математики» (1680), «Элементы геометрии» (1685) и других.

[2]Следует иметь в виду, что доказательством этого правила активно занимались Чирнхауз, Фатио де Дюилье, Гюйгенс, Лейбниц и многие другие ученые.

Первый том «Новой механики»[3] [319] начинается с основных определений, обозначений и аксиом. Машина или механизм определяется как приспособление для передвижения тел. Силой Вариньон называет то, что приводит машину в движение, или все то, что способно сдвинуть тело при помощи машины или без нее. Силы рассматриваются как геометрические величины (измеряются не фунтами, а футами и туазами), оцениваются по отношению к весу (тяжести) тела и изображаются отрезками (нитями), натягиваемыми рукой в определенную сторону.

Аксиомы сводятся к следующим утверждениям:

1. Действия всегда пропорциональны причинам, или силам, так как последние являются причинами первых.

2. Равные силы, или сопротивления, вызывают равные, или одни и те же, действия, и, следовательно, сила, заменяющая равную себе по величине и имеющая то же направление, вызывает то же самое действие.

3. Когда на тело действуют две равные противоположные силы, оно должно быть неподвижным, то есть в состоянии покоя. Это же верно, если одна из сил будет силою сопротивления.

4. Если тело под действием двух сил пребывает в покое (без всяких других препятствий), то силы должны быть равны и противоположно направлены. Одна из сил может быть силой сопротивления.

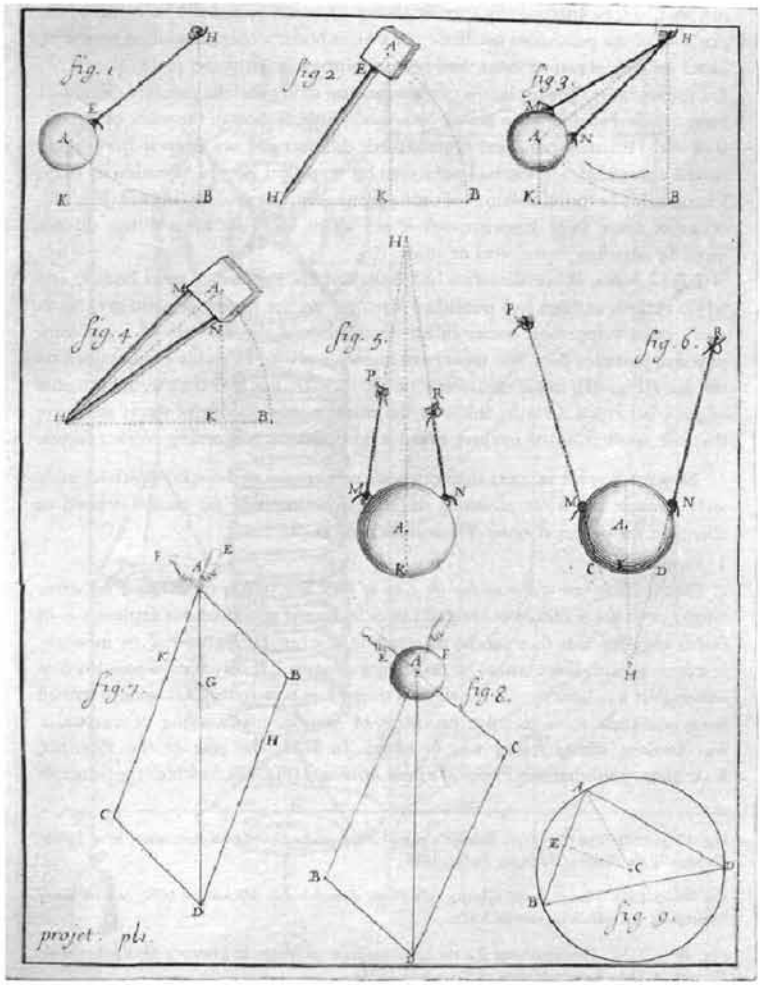
5. Тело, на которое действуют две противоположно направленные силы, будет двигаться в сторону большей силы, как если бы на него действовала одна сила в том же направлении, равная разности этих сил. Одна из сил может быть силой сопротивления (меньшая).

6. Скорости одного и того же тела или тел равной массы относятся как движущие силы, приложенные к телам, вызывающие эти скорости. Если скорости имеют указанное отношение, то они относятся либо к одному телу, либо к телам равной массы.

7. Расстояния, проходимые телом или телами равной массы с постоянной скоростью за равные промежутки времени, относятся как скорости и, наоборот, скорости пропорциональны расстояниям.

8. Расстояния, проходимые за равные промежутки времени одним телом или телами равной массы, относятся как силы, которые вынуждают их двигаться.

[3] Детальный анализ содержания трактата приводится в работах Тюлиной И. А. [80, 81].



Фрагмент «Проекта новой механики» П. Вариньона

Принцип геометрического сложения сил выделен Вариньоном в особую аксиому, названную «Основным принципом»: каково бы ни было число действующих на тело (предполагается — в одной точке) сил, направленных произвольным образом, это тело либо совсем не будет двигаться, либо будет двигаться по единственному пути вдоль линии, которая будет такой же, как если бы на тело действовала лишь одна сила в этом направлении и равная результирующей всех этих сил.

Отметим, что, говоря о величине силы, эквивалентной заданной системе сил, Вариньон не определяет ее, но постулирует лишь сам факт эквивалентности, то есть возможности замены нескольких сходящихся сил одной результирующей. А сам принцип сложения и разложения сил (леммы I и II) Вариньон доказывает в несколько этапов. Идея доказательства правила параллелограмма для двух сходящихся сил, изображаемых отрезками AB и AC, сводится к утверждению, что перемещение тела, на которое подействовали две силы, произойдет по некоторому отрезку AD, по которому оно передвигалось бы под действием одной результирующей силы. По существу, рассуждение идет о сложении двух перемещений, или скоростей, с которыми двигалось бы тело в первое мгновение под влиянием каждой из сил в отдельности. Согласно 6, 7 и 8-й аксиомам сила, скорость и путь, проходимый телом под действием силы, находятся в прямой пропорциональной зависимости друг от друга. Если 7-я аксиома не вызывает вопросов, то 6-я и 8-я требуют комментариев. Возможно, автор имеет в виду силы импульсного характера и соответствующие им мгновенные скорости, возможно, говоря о скорости, он подразумевает величину ее изменения, возможно, это дань популярному еще тогда картезианству.

Важные свойства силового параллелограмма устанавливаются в следствиях лемм I и II. Например, показывается пропорциональность составляющих и их результирующей двум сторонам и диагонали (соответственно) параллелограмма, построенного из любой точки диагонали AD силового параллелограмма, подобного ему. Автор приводит геометрическое построение для нахождения результирующей многих сходящихся сил. Фактически он находит замыкающую сторону их силового многоугольника и указывает на возможность переноса отрезка, изображающего силу в твердом теле, по его линии или по линии действия силы.

Лемма XVI, называемая теперь *теоремой Вариньона*, состоит в следующем. Если выбрать произвольную точку S и построить три

треугольника с вершинами в этой точке, на двух сторонах параллелограмма $ABCD$ и на его диагонали AD, то сумма (если точка S лежит вне угла BAC) или разность (если точка S лежит внутри основного угла BAC) площадей треугольников, построенных на сторонах, равна площади диагонального треугольника SAD. Доказательство этого положения сводится к тому, что указанным свойством обладают высоты трех треугольников, имеющих общее основание AS. Если точка S лежит на диагонали или ее продолжении, то площади треугольников, построенных на сторонах AB и CD, равны.

Далее вводится понятие момента силы относительно точки S как произведение силы на «плечо» (кратчайшее расстояние от точки S до линии действия силы). В таком случае можно дать иную формулировку теоремы Вариньона (чего он, однако, не сделал): момент равнодействующей двух сходящихся сил относительно некоторой точки плоскости сил, равен алгебраической сумме моментов составляющих относительно той же точки. Первая теорема трактата, называемая теперь «теоремой о трех силах», доказывается пока для частного случая.

Техника веревочных машин, а также действие ветровой нагрузки на парус — вот две технические предпосылки, под влиянием которых в XVII в. возникла идея веревочного многоугольника Вариньона. Форма невесомой нерастяжимой веревки, закрепленной по краям и несущей в некоторых точках один, два и более грузов, напоминала форму паруса, вздутого ветром (в профиле). Еще более тесной становилась аналогия, когда число грузов увеличивалось бесконечно, или попросту веревка становилась весомой, с равномерно распределенным по ее длине весом. Задача о равновесии такой веревки аналогична задаче о равновесии тяжелой цепи, закрепленной по концам. Вероятно, метод графической статики — оперирование двумя взаимными плоскими многоугольниками — зародился из размышлений ученого над этой аналогией.

Сущность метода графостатики излагается в теоремах VIII, IX, X и их следствиях в конце II раздела. Последовательно, от простого случая двух параллельных, направленных в одну сторону сил, до любой плоской системы сил, не приводящей к паре, Вариньон доказывает справедливость оперирования двумя взаимными фигурами — веревочным многоугольником, напоминающим веревку, в узлах которой приложены силы по различным направлениям, и силовым многоугольником. В этой связи следует отметить, что первый многоугольник в графо-

статике начала XX в. был назван *шарнирным многоугольником*, или *многоугольником Вариньона* [42].

В первом следствии теоремы X дается метод нахождения условия равновесия четырех параллельных сил K, L, M, N. Суть метода Вариньона состоит в следующем. Даны грузы K, L, M, N и их линии действия CK, DL, PM, QN; через точки C, D, P, Q надо протянуть абсолютно нерастяжимую нить $AC \ldots B$ и считать, что будет иметь место равновесие такой системы. Из произвольной точки S плоскости (все силы расположены в одной плоскости, а так как это силы веса, они параллельны) проводятся лучи SE, SF, SG, SH, SR параллельно сторонам веревочного многоугольника AC, CD, DP, PQ, QB соответственно. На прямой OJ, параллельной заданным силам (веса), эти лучи отрежут куски EF, FG, GH, HR. Равновесие будет иметь место тогда и только тогда (по теореме X), когда заданные силы пропорциональны отрезкам EF, FG, GH, HR соответственно.

Терема XI распространяет этот метод построения взаимосвязанных веревочного и силового многоугольника на случай непараллельных сил на плоскости. Графостатика нового времени возродила метод Вариньона, сохранив его основу и дополнив его учение существенно новыми интереснейшими построениями и теоремами. Следствия теоремы XI раскрывают свойства цепной линии, то есть тяжелой однородной нерастяжимой цепи, или веревки, закрепленной по концам и предоставленной свободному провисанию.

Третий и четвертый разделы книги посвящены учению о равновесии сил в блоках, полиспастах и во́ротах. Последовательно усложняются рассматриваемые задачи.

Элементы фундаментальной теории вновь обсуждаются в пятом разделе, называющемся «Рычаги всех родов, различных форм и размеров под действием всевозможных сил и грузов». Здесь обстоятельно обсуждается вопрос о величине и направлении силы реакции опоры рычага. В определении XXI речь идет об обобщенном рычаге, представляющем собой невесомое твердое тело произвольной конфигурации с неподвижной горизонтальной осью B. Если слева и справа от точки опоры B в произвольных местах приложены две силы E и F, то реакция опоры B поддерживает совместное действие двух названных сил.

Современная теорема о трех силах, представленная теоремой XXI, устанавливает условие равновесия трех произвольных непараллельных

сил в плоскости. Вместо третьей силы может быть рассмотрена реакция опоры. Необходимым условием равновесия трех таких сил является пересечение линий их действия в одной точке. Теорема XXII устанавливает способ нахождения третьей (неизвестной) силы из правила геометрического сложения и разложения 3 сходящихся сил. Сейчас неизвестная сторона (сила) находится из условия замкнутости силового треугольника. Вариньон же, в силу сложившихся традиций, пользуется построением параллелограмма.

Для перехода от двух сходящихся сил к двум параллельным весьма важны следствия II и III теоремы XXI. Первое из них утверждает, что две произвольные (не параллельные) силы E и F, приложенные к концам коромысла прямого неравноплечного рычага первого рода, то есть с точкой опоры в промежутке между приложенными силами, при равновесии относятся между собой обратно пропорционально кратчайшим расстояниям их линий действия от точки опоры B рычага. Иначе говоря, при равновесии моменты этих сил относительно точки опоры равны. Утверждается и обратное: при равенстве моментов сил E и F относительно точки B рычаг останется в равновесии (следствие III).

Вариньон отмечает, что этот результат не нов, что он был известен Роберваль, Ферма и Паскалю. Только в их рассуждениях точка пересечения сил совпадала с центром Земли, и силы веса были фактически параллельными. Для перехода к названному случаю Вариньон вводит воображаемый круговой рычаг из дуги окружности, концентрической Земле. Позднее Лагранж заменит этот криволинейный рычаг коленчатым. Когда на твердое тело с точкой опоры действуют две параллельные силы, Вариньон предлагает точку схода сил E и F удалять в бесконечность, делая угол между прямыми сил бесконечно малым. В этом случае сохраняется равенство моментов сил относительно точки опоры, а отсюда легко вывести обратное отношение величин сил и соответствующих плеч. Кроме этого, Вариньон находит, что величина реакции опоры равна сумме величин приложенных сил. В теории равновесия рычага Архимеда–Стевина этого доказательства нет.

Первые три раздела 2-го тома «Новой механики» продолжают рассмотрение важных практических проблем статики чисто геометрическими методами. В разделе 6-м рассматриваются равновесия грузов, поддерживаемых наклонными поверхностями (в частных случаях — плоскостями). Теорема XXVI и ее следствия впервые четко разъясняют возможность замены силы реакции (сопротивления) гладкой

поверхности активной силой, аналогичной тяге, направленной по перпендикуляру к плоскости (точнее, к касательной плоскости в данной точке поверхности). Следующий, 7-й, раздел посвящен *червячным передачам* и *винту*. Изложение основ геометрической статики, построенной на принципе сложения и разложения сил, завершается в 8-м разделе «О клине».

В последних двух разделах второго тома Вариньон последовательно излагает теорию равновесия уже рассмотренных механизмов, а также гидростатику, на основе принципа виртуальных скоростей. «Общие следствия предыдущей теории» (раздел 9) начинаются с цитаты из письма И. Бернулли Вариньону (от 26.01.1717), где дается формулировка принципа виртуальных скоростей как обобщения «золотого правила механики». Вариньон дает количественное определение понятия «энергии» как произведения величины силы на перемещение (с учетом знака!) точки ее приложения вдоль линии действия силы. В понятие «энергия» ныне вкладывается совсем иной смысл, а в определении Вариньона (точнее, И. Бернулли) легко угадывается современное понятие *работы силы*. Под виртуальными скоростями понимаются величины, пропорциональные малым перемещениям точек.

Как уже упоминалось, Декарт не привел словесного описания принципа возможных перемещений. Он формулировал его в числовом выражении. Аналогичным образом поступает и Вариньон, формулируя в десятом разделе книги законы гидростатики Паскаля, объясняя действие сифонов, сообщающихся сосудов и других устройств. «Однако указанные применения принципа виртуальных скоростей были еще слишком гипотетичными и, если можно так выразиться, слишком робкими, чтобы послужить основой для разработки строгой теории равновесия жидкостей», — писал Лагранж о гидростатических работах Декарта и Паскаля [53, Т. 1, с. 137]. «Этот вывод в значительной степени верен и в отношении гидростатики Вариньона. Однако настойчивый поиск нового подхода, нового пути построения статики, охватывающей более широкий круг актуальных проблем техники и естествознания, свидетельствует об огромном творческом потенциале Вариньона» [81].

«Проект» или «Новая механика» — это не единственная работа Вариньона по статике. Его первая работа, о которой уже упоминалось, «*Новое общее доказательство использования блоков в полиспастах*» (1687), была посвящена равновесию груза, укрепленного на веревке, переброшенной через блок, обе части которой не параллель-

ны. Ссылаясь на работы Парди[1] и Дешаля, Вариньон сводит задачу к проблеме рычага (точки схода веревок с блока натягиваются обеими частями веревки, поддерживающей блок).

В статье «*Общее отношение сил, используемое применительно к винтам*» [301], опубликованной в 1699 г., рассматривается задача о работе пресса для получения виноградного сока. Вариньон заметил, что предположения, используемые при анализе винтов (нагрузка на винт параллельна его оси, а прикладываемая сила лежит в плоскости, перпендикулярной оси винта, и направлена перпендикулярно прямой, проходящей через ось и точку приложения силы), не выполняются для пресса, который он наблюдал (силы были приложены несколько иначе). Для этого случая автор нашел соотношение между прикладываемой силой и нагрузкой. При этом он неявно пользуется принципом возможных перемещений (виртуальных скоростей, работ), через 26 лет изложенным во втором томе «*Новой механики*».

Очень красивая статическая задача решается в статье, опубликованной в [312]. Это не традиционная проблема определения сил, углов и расстояний, а задача на определение геометрического места точек, обеспечивающего равновесие системы. В современных обозначениях и понятиях ее суть состоит в следующем. Если нить неопределенной длины ABP привязана одним концом к гвоздю A (рис. 4.2.1), перекинута через блок, и к другому ее концу привязан груз P, то нить (груз) будет в равновесии, и участок AB будет прямой. Если на участке AB в точке C к нити подвесить другой груз Q, то:

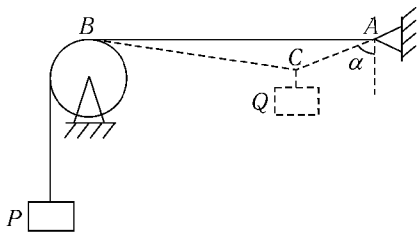


Рис. 4.2.1

1) если Q бесконечно мал — нить AB останется горизонтальной прямой;

2) если Q бесконечно велик (по сравнению с P), то он перетянет P через блок, и нить AP будет вертикальной прямой;

[1] В работе [262] подчеркивается мысль, разделявшаяся Роберваль и Гюйгенсом, о том, что центр тяжести является не только точкой приложения веса, но и своеобразным динамическим эквивалентом всего тела. Книга Игнаса-Гастона Парди оказала существенное влияние на формирование научных взглядов и интересов не только Вариньона, но и Лейбница [179, с. 54].

3) во всех остальных случаях равновесия системы участок AB будет ломаной ABC.

Зная отношение P/Q и необходимые геометрические размеры, Вариньон находит положение груза Q (для конкретной точки C) и геометрическое место точек C, для которых система находится в равновесии. Решение основано на подобии силового и геометрического треугольников. При этом реакция связи (естественно, она так не называется) — нити BCA — считается направленной противоположно весу Q и раскладывается по правилу параллелограмма по направлениям CB и CA. В обсуждении задачи явно обнаруживается понимание автором понятия связи и ее реакции, хотя до внедрения этих понятий в арсенал механики остается еще почти сто лет.

Сюжет большой статьи (38 с.) «*Решение одной проблемы статики с указанием метода, приемлемого для решения множества похожих задач*» [315] был предложен известным математиком, имя которого Вариньон не сообщает. Суть проблемы состоит в выяснении возможности и условий равновесия тела под действием четырех или более сходящихся сил (направления которых заданы), позволяющих реализовать равновесие.

Равновесие, или покой тела, определяется как невозможность его движения, неподвижность, осуществляемая при выполнении двух важных условий: равенство сил, стремящихся вызвать противоположные движения тела, и «оппозиционность» этих движений, их уравновешенность[1]. Вариньон опирается на «теорию сложных движений», изложенную в его «Проекте» и ставшую, как утверждает комментатор[2], «ключом ко всей Механике». Сложным называлось движение, рассматриваемое как результат одновременного сложения нескольких движений, происходящих под действием нескольких сил, приложенных в одной точке. Сложение движений по правилу параллелограмма далее использовалось для доказательства правила параллелограмма для сил. Вариньон отмечает, что доказательство правила параллелограмма можно найти не только в его «Проекте», но также «*во многих других более ранних и более поздних работах, в которых обсуждается сложное движение*» [315].

[1] Эти и многие другие представления Вариньона нашли свое дальнейшее развитие в творчестве Даламбера.

[2] Неизвестный автор комментария описываемой работы («История Королевской академии наук», 1714, с. 118).

В основу работы положены три леммы, первая из которых является формулировкой правила параллелограмма. Вторая лемма утверждает, что равновесие плоской системы сходящихся сил, расположенных в одной полуплоскости, невозможно. В третьей лемме говорится о том, что если силы лежат в одной плоскости, сходятся в одной точке, но не принадлежат одному полукругу, то каждая сила, продолженная за общую точку (узел), будет проходить между другими силами, то есть будет пересекать угол между какими-то силами.

На основании этих лемм-аксиом рассматриваются несколько плоских и пространственных случаев расположения 2, 3, 4 и 5 сил, приводятся геометрические доказательства, приводящие к условиям, при которых искомые силы могут быть определены или нет, равновесие тела невозможно. Критерием невозможности равновесия, естественно, является вторая лемма, а условия невозможности определения сил по сути сопоставимы с современными критериями статической неопределимости.

Во всех работах, посвященных статике, Вариньон широко пользовался геометрическими методами. Но как академик-геометр он не мог обойти вниманием проблему вычисления площади поверхности фигуры вращения чисто механическим методом, используя *понятие центра тяжести образующей*. Этому посвящена большая (56 с.) работа — «*Размышления об использовании механики в геометрии*» [314].

Ранее, в 1635 году, идею использования понятия центра тяжести для определения площади поверхности высказал П. Гульден. Далее эта идея получила развитие в работе Лейбница, опубликованной в 1695 г. в «*Acta eruditorum*», где автор без доказательства утверждает, что *площадь тела вращения равна произведению образующей на путь, пройденный ее центром тяжести*. Последовательно рассматривая систему тел, расположенных на покоящемся прямолинейном рычаге, систему произвольно расположенных тел, Вариньон получает формулы для траекторий центров тяжести этих систем тел, в случае их вращения вокруг некоторой оси, и приводит механико-геометрическое доказательство утверждений Гульдена и Лейбница. Таков результат этой работы.

Продолжая лучшие традиции древнегреческой механики Архимеда, Герона, Витрувия, работы Стевина, дель Монте, Галилея, Гюйгенса, Вариньон создал стройную теорию решения актуальных в кон-

це XVII в. инженерных задач[1] о равновесии тел, аксиоматически построенную на геометрии Евклида и объединенную идеей принципа сложения сил[2]. История физики и механики убедительно доказала полезность современного понятия силы. До Вариньона это понятие не имело столь точно выраженных, зримых «материальных» свойств. Вариньон, как и Ньютон, не назвал силу вектором, но они сделали все для того, чтобы это сделали их последователи.

Самым замечательным достижением Вариньона в создании последовательной системы геометрической статики является успешная попытка увязать два основных принципа геометрической статики предшествующего периода — *принципа сложения сходящихся сил* (правило параллелограмма) и *принципа сравнения моментов сил.* Если статика Роберваля еще основывалась на этих двух независимых друг от друга положениях, то у Вариньона они переплелись в его XVI лемме. Обращает на себя внимание сочетание в творчестве Вариньона абстрактного математического мышления с большой инженерной интуицией и знанием техники своего времени.

С точки зрения математического аппарата, нововведением Вариньона было систематическое оперирование алгебраически записанными равенствами (пропорциями), а также широкое использование тригонометрических функций (и первое, и второе было выражено в весьма своеобразной форме).

Главный механический трактат Вариньона [319] получил высокую оценку выдающихся ученых, в том числе Эйлера, Даламбера и Лагранжа, как итог развития мировой статики до конца XVII в., как упрочение в науке идеи математического моделирования. Эйлер писал: «Что касается статики, то почти полную и во всех отношениях прекрасную работу издал на французском языке Вариньон в двух томах» [92, с. 32]. Еще более выразительной была оценка, данная Лагранжем через 100 лет после выхода «Проекта» Вариньона: «... *простота принципа сложения сил и легкость его применения ко всем проблемам равновесия имели своим результатом то, что все механики приняли его тотчас же после его открытия*; *можно сказать, что он служит основой почти*

[1] Декарт, Ньютон больше внимания уделяли задачам механического естествознания.

[2] Любопытно отметить, что идея написания «Проекта», как об этом писал в предисловии сам Вариньон, была навеяна одной из работ Декарта, в которой утверждалось, что «было бы нелепо строить теорию блока на теории рычага» [260, с. 418]. Вариньон блестяще и решительно развенчал заблуждение своего великого предшественника.

для всех работ по статике, какие появились с тех пор» [53, с. 21]. Столь высокая оценка вполне справедлива, так как большинство практических задач и теоретических проблем механики XVIII в. было связано с движением и равновесием тел под действием простейших систем сил (центральных, плоских, параллельных), для которых подход Вариньона был универсален. Архимедов «принцип рычага» (для покоящегося рычага первого рода — равенство моментов двух перпендикулярных ему сил, приложенных слева и справа опоры) сводится к теореме Вариньона через добавление к рычагу (слева и справа) равных, направленных по рычагу, но в разные стороны сил. При этом система двух параллельных сил приводится к системе двух сходящихся, имеющих равнодействующую.

Использование Вариньоном понятий *силы, момента, момента результирующей силы*, принципа «виртуальных скоростей», идеи сведения системы сил к простейшему виду, геометрических критериев равновесия (работа 1714 г.) и методов определения неизвестных сил (метод графостатики или веревочных и силовых многоугольников), в том числе сил-реакций со стороны опор, позднее названных *реакциями связей*, фактическое владение принципом освобождаемости от связей, получило дальнейшее развитие в прикладных и теоретических трудах его знаменитых соотечественников[1] XVIII – начала XIX в. После осознания младшим современником Лагранжа — Луи Пуансо — ограниченности как «принципа рычага», так и теоремы Вариньона для исследования произвольных систем сил, в частности, скрещивающихся сил, окончательного внедрения в механику декартовой системы координат, принципа виртуальных работ, идеи приведения произвольной системы сил к главному вектору и главному моменту, понятия и свойств *пары сил*, наконец, понятий *вектора* и *его момента* — только в XIX в. статика приобрела современный вид.

4.3. Дифференциальные методы в механике П. Вариньона

В Предуведомлении первого тома «Новой механики» [319] Вариньон определяет механику как науку о движении, его причинах и результатах — обо всем, что имеет отношение к движению тел. Именно проблемам движения тел, а не статики, с которой традиционно связы-

[1] Даламбер, Боссю, Монж, Л. Карно, Лагранж, Пуансо.