Заключительный, третий, этап творчества Вариньона (1719–1722) составляет подготовка к публикации «Новой механики» [319], «Введения в анализ бесконечно малых» [317], «Элементов математики» [320], «Трактата о движении и измерении текущих вод» [318] — трудов итогового характера, обобщающих не только научные достижения, но и богатый преподавательский опыт исследователя.

В истории механики период XVII–начала XVIII в. стал эпохой перехода от механики отдельных явлений конкретных тел (механика начального периода) к механике произвольных движений любых тел (теоретическая, аналитическая механика). Это был этап смены методологии, универсализации научных доктрин. И Пьер Вариньон был одним из первых представителей новой эпохи.

4.4. Публикации по механике конца XVII – начала XVIII века

Творчество Вариньона, давшее мощный импульс дальнейшему развитию механики, опиралось на работы его предшественников и современников, также находившихся под влиянием идей Галилея, Декарта, Гюйгенса, Лейбница и Ньютона.

4.4.1. Имя маркиза де Лопиталя — автора одной из первых[1] книг по математическому анализу «Анализ бесконечно малых» [203], изданной в Париже в 1696 г., известно благодаря «правилу Лопиталя», автором которого И. Бернулли считал самого себя. Выходец из знатного рода[2], сын генерал-лейтенанта королевской армии, Лопиталь получил хорошее образование и рано проявил любовь к математике. По причине сильной близорукости Лопиталь вынужден был оставить военную службу в чине капитана кавалерии и, таким образом, получил возможность посвятить себя любимому делу. В 1691 г. Мальбранш познакомил Лопиталя с приехавшим в Париж И. Бернулли. Благодаря этому знакомству Лопиталь получил первое представление о работах Лейбница и Я. Бернулли по дифференциальному исчислению. В возрасте 32 лет Лопиталь был избран (1693) академиком Парижской академии наук.

[1] Bernard Nieuwentyt (1654–1718) был автором книг «Analysis infinitorum» (1695), «Considerationes cecundce circa differentiolis principia» (1696).

[2] Полное имя — Guillaume-Francois-Antoine de l'Hopital, chevalier, marquis de Sainte-Mesme, comte d'Entremont, seigneur d'Ouques, de Chaise, de Brean.

Сфера его научных интересов во многом совпадала с направлениями работ Гюйгенса, Ньютона, Лейбница, Вариньона и братьев Бернулли.

Судьба привычного ныне дифференциального исчисления была достаточно сложной. Вскоре после издания книги Лопиталя появились выступления противников новой математики. В Парижской академии наук стан оппозиции возглавил известный аббат Галуа. Его поддерживали Ролль, аббат Биньон и Гоние. Одно из возражений Ролля состояло в том, что если $y^2 = ax - x^2$ является уравнением окружности, а его дифференциальное выражение, по Лопиталю, — $-2y\,dy = a\,dx - 2x\,dx$, то так как координаты $x + dx$ и $y + dy$, также должны удовлетворять уравнению окружности, получается, что $dx^2 + dy^2 = 0$ для dx и dy отличных от нуля [278]. По форме Ролль был прав, но по сути он пользовался понятием дифференцирования вместо производной, тогда как понятие предела тогда еще не существовало. В 1700 г. эта тема поднималась на нескольких заседаниях Академии. И неизменно (в том числе и против претензий И.Бернулли) в защиту Лопиталя выступали Вариньон и его друг Сорен (Saurin). Вскоре после смерти (2.2.1704, в возрасте 42 лет) Лопиталя Ролль снял свои замечания. Претензии же И. Бернулли на авторство первой книги по дифференциальному исчислению оказались небеспочвенными. Неизданная книга И. Бернулли, содержание которой во многом совпадало с книгой Лопиталя, позднее была обнаружена в библиотеке Базельского университета [260, с. 210]. Можно предположить, что в 1691 г., в поместье Лопиталя (Ouques), они работали над книгой совместно.

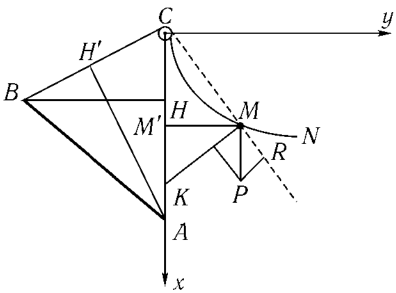

Рис. 4.4.1

Из малоизвестных работ Лопиталя по механике остановимся на статье «О кривой равновесия», опубликованной в «Acta eruditorum» за 1695 г. Задача состоит в нахождении «кривой равновесия» CMN, на которой должен находиться груз P, поддерживающий в равновесии подъемный мост AB (рис. 4.4.1). Невесомая нить BCM, скользящая без трения через блок C, привязана к точке B подъемного моста AB и удерживает мост в положении равновесия грузом P, привязанным к точке M. Вес моста равен Q.

Сила натяжения нити (T) на участках BC и CM будет одинаковой. Вес груза P автор раскладывает на две составляющие, проектируя его на прямую CM (нить) и на нормаль MK к кривой CMN в точке M. Очевидно, что треугольники CMK и MRP будут подобны. Этот факт во времена Лопиталя записывался следующим образом:

$$CM\,.CK :: MR\,.MP.$$

В современных обозначениях

$$\frac{CM}{CK} = \frac{MR}{MP} = \frac{T}{P}, \qquad (*)$$

где $CM = \sqrt{x^2 + y^2}$; $CK = CM' + M'K = x + y\dfrac{dy}{dx}$.

Рассматривая треугольник ABC, автор записывает: $BC \cdot AH' = CA \cdot BH$. Считая далее, что вес моста Q можно прикладывать не только к его центру тяжести, но и к точке B, Лопиталь выписывает уравнение равновесия моста: $Q \cdot BH = T \cdot AH'$. Сравнение двух последних равенств приводит его к выводу, что можно считать $Q = CA$, $T = BC$. Если длина нити $BCM = a$, то $T = BC = a - CM = a - \sqrt{x^2 + y^2}$. Переобозначая $P = b$, равенство (*) в итоге приводится к уравнению:

$$\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x + y\dfrac{dy}{dx}} = \frac{a - \sqrt{x^2 + y^2}}{b},$$

последовательное преобразование и интегрирование которого приводит к решению задачи.

Это решение не безупречно. В нем физическая ошибка — перенос силы Q в точку B. Не очень корректно сформулирована и сама задача, где речь фактически идет о поиске геометрического места точек приложения вертикальной силы P, поддерживающей мост в положении равновесия. Но постановка задачи о поиске геометрического места точек абсолютно нова. Это открытие нового класса задач статики, решение которых возможно только методами математического анализа[1]. Эта математическая задача имела и ясное практическое значение. В качестве примеров практической направленности работ Лопиталя можно сослаться на статьи: «Простой метод нахождения круглого тела, которое при опускании в покоящуюся воду параллельно его оси, встречает наименьшее сопротивление из всех тел, имеющих одинаковую длину, ширину и скорость опускания» [204] и «Решение одной физико-математической задачи» [205]. Последняя из этих работ содержит и решение задачи о брахистохроне И. Бернулли.

4.4.2. Задачи, поставленные учеными XVI – XVII вв., продолжают оставаться в центре внимания и в начале XVIII в. Это проблемы движения снаряда[2] (тела, брошенного под углом к горизонту), движение небесных тел, удара тел, центра колебаний. Одним из инициаторов работ по внешней баллистике в Парижской академии наук был Николь Франсуа Блондель — член Парижской академии наук (с 1669), профессор Королевского коллежа, профессор и директор Академии архитектуры (с 1671), маршал Франции, один из основоположников строительной механики[3]. В 1677 г. он предложил задачу о нахождении угла, под которым необходимо произвести выстрел из пушки для достижения снарядом заданной высоты. Различные решения этой проблемы предложили Бюо, Рёмер и Делаир. Сам Блондель проблемам внешней баллистики посвятил книгу «Об искусстве бросания бомб» [141], ставшую основой для дальнейшего развития этого направления. Обращаясь к этой проблеме в «Анализе бесконечно малых», Лопиталь нашел огибающую семейства парабол, получаемых при переменном угле вылета снаряда.

Аналогичные проблемы обсуждаются и в работах ученика Вариньона — Гисне[4]. В «Мемуарах» за 1704, 1705 и 1707 гг. он опубликовал работы: «Общий метод геометрического определения фокусов . . . »,

---

[1]Подобные задачи можно встретить в некоторых задачниках по теоретической механике.

[2]Тарталья в XVI в. установил, что траектория движения снаряда — кривая, дающая наибольшую дальность при угле 45°. Галилей, Марци, Роберваль в XVII в. показали, что эта кривая — парабола.

[3]Работал над планом перестройки Парижа.

[4]Член Парижской академии наук (с 1702 г. — адьюнкт, с 1711 г. — пансионер-механик), королевский профессор и инженер, профессор математики Торгового коллежа (College de La Marché, Paris), учивший Мопертюи.

«Обзор методов максимумов и минимумов . . . » и «Теория бросания тел или бросание бомб по гипотезе Галилея». В 1705 г. им издан «Трактат о приложениях алгебры к геометрии» [198]. Все работы Гисне получили высокую оценку его коллег (трактат дважды переиздавался, третье издание — в 1753 г.) как развитие вклада Лопиталя и Блонделя. В публикации 1707 г. он пишет: «Теория бросания тел, которую я здесь предлагаю, не является абсолютно новой. Это развитие теории и более простые доказательства того, что есть в книге «Об искусстве бросания бомб» Блонделя и его последователей» [260, с. 201].

4.4.3. Идеи нового анализа позволили Лопиталю вернуться к теории центральных сил Гюйгенса и построить свою теорию для случая кругового движения тела. Эта теория была опубликована в «Мемуарах» за 1700 г. Как уже упоминалось, в это же время аналогичными проблемами активно занимался Вариньон. В 1707 г. доктор теологии, аббат Филипп Вильмо издал в Лионе книгу «Новая система или новое объяснение движения планет» [322], вызвавшую неоднозначную реакцию. Теорию центральных сил автор использовал для описания движения планет. При этом закон Кеплера считался не a priori заданным, а его предстояло определить. В качестве физической причины возникновения центральных сил используется гипотеза вихрей Декарта, развитая позднее Мальбраншем и Гюйгенсом. В 1707 г. Фонтенель и Боми[1] в статье «О центробежных и центростремительных силах, рассматриваемых в общем случае для любых видов кривых и, в особенности, для круга» [141] высказали критические замечания в адрес книги Вильмо.

В своей статье Боми писал о книге Вильмо: «Насколько мне известно, господин Гюйгенс был первым, кто нам дал идею центробежных и центростремительных сил в своей отличной книге «Маятниковые часы». Господин Ньютон после него изучил эти силы еще глубже. После них господин Вариньон дал очень общие методы, касающиеся этого материала и опубликованные в различных статьях «Мемуаров» этой академии. «Новая система или новое объяснение движения планет» полностью основано на этой идее и рассмотрение этих видов сил дает автору книги возможность искусного объяснения движения небесных тел». «Господин Ньютон в IV теореме второго раздела первой книги «Начал» доказывает отношение центростремительных сил для двух

[1]Член Парижской академии наук. В [260] он упоминается как Бури (Bourie), в «Мемуарах» — Боми (Bomie).

разных кругов. Как мне кажется, это доказательство имеет много общего с принципом «новой системы» и, таким образом, теорема господина Ньютона и фундаментальный принцип господина Вильмо имеют важные последствия и в физике, и в астрономии, и я надеюсь с удовольствием увидеть, что оба этих заключения являются естественными следствиями одного более общего и более простого предположения».

Суть этого предположения Боми сводится к следующему. «Если тело движется по некоторой кривой APG таким образом, что постоянно стремится к бесконечно малому удалению по касательной PQ, то при действии некоторой силы, направленной к произвольному центру C, оно будет обязано описывать бесконечно малую часть PQ кривой; я утверждаю, что центростремительная сила, которую я обозначаю f, будет относиться к некоторой постоянной a, как маленький отрезок GQ к квадрату времени» [260, с. 60].

Рассматривая далее два круга с окружностями C и c, центростремительными силами F и f, скоростями V и v, как следствие общего предположения, Боми получает пропорцию

$$\frac{V^2}{v^2} = \frac{C}{c},$$

которая и составляет суть общего предположения «новой системы».

Установив эту пропорцию, Боми пишет: «Очевидно, что этот принцип можно естественно получить из теоремы Ньютона и что эта теорема есть не что иное, как следствие предположения, которое я доказал». «В силу того, что автор «новой системы» предполагает только $F = f$, но пытается доказать это равенство, я считаю возможным выразить сомнение по поводу правильности его доказательства» [260, с. 61].

Далее Боми отмечает противоречие и в физических представлениях Вильмо: «Этот автор (Вильмо) считает (флюид) «жидкость» однородной, то есть имеющей всюду одинаковое сопротивление. Он считает, что все части «жидкости» покоятся, и взяв две точки, одну ближе к центру, другую дальше от него, он заставляет их двигаться вокруг центра. В этом случае он доказывает, что центростремительные силы одинаковы, и вот лемма, которую он пытается доказать: «Центростремительные силы нескольких тел, движущихся по окружности в однородной «жидкости» с разными скоростями, равны». «Тела, вращаясь по окружностям, стремятся удаляться в направлении касательном к окружностям; таким образом, «жидкость» оказывает сопротивление только касательному движению; но такое сопротивление не влияет на центростремительную силу, какой бы ни была плотность среды («жидкости»); то есть однородность «жидкости» ничего не добавляет такого, что могло бы приближать или удалять тело от центра» [260, с. 436–437].

В «Мемуарах» за 1712 г. Боми опубликовал оригинальную работу «Свойства трактрисы» [143], получившую дальнейшее развитие в работах его соотечественников Буге и Мопертюи и публикациях современных авторов. Речь идет о движении связки двух тел A и B. «Если на горизонтальной плоскости представить груз A, привязанный к концу нерастяжимой нити AB, и если конец B нити движется по произвольной прямой BC, то груз A описывает в своем движении трактрису AM». Так автор определяет трактрису, доказывая далее шесть свойств этой кривой. Используя циркуль и линейку, он приводит и доказывает способ построения отрезка прямой, составляющей часть произвольной трактрисы. Аналогичными построениями, но без необходимого доказательства, ранее пользовался Гюйгенс. Автор отмечает и интересные перспективы использования трактрисы. В публикациях Буге и Мопертюи трактриса называлась «кривой преследования» или «кривой погони» в предположении, что тело A преследует тело B. Эту задачу далее рассматривал Г. К. Суслов [77], а в нашем веке ее развитие легло в основу целого раздела теории оптимального управления — *теории дифференциальных игр*[1], *изучающей задачи стыковки и преследования, поражения и защиты движущихся объектов.*

4.4.4. Уже отмечалось, что механика как наука зародилась из потребности изучения машин. Ученые, философы, изобретавшие первые механизмы и описывавшие их работу, и были первыми механиками. На протяжении всей истории изобретательский талант человечества расширял ассортимент применяемых механизмов и машин. Вместе с ним возрастали количество и сложность задач механики. Важность этой прикладной сферы научной деятельности в конце XVII – начале XVIII вв. подтверждается включением в состав Парижской академии наук академиков-механиков. В их числе можно назвать Совера[2], Парана, Амонтона, Лефевра, Трюше. В Англии работал бывший ученик Гюйгенса и Бойля — Дени Папен.

---

[1]Работы Айзекса Р., Красовского Н. Н., Понтрягина Л. С., Осипова Ю. С., Куржанского А. Б., Петросяна Л. А. и других.

[2]Задолго до Эйлера сформулировал и решил задачу «О трении нити вокруг неподвижного цилиндра» [281].

К концу XVII в. было осознано, что важную роль в работе машин и механизмов играет явление трения при взаимодействии тел. Возникла необходимость в количественной оценке возникающих между телами взаимодействий. Одним из первых к этой проблеме обратился французский механик и физик-экспериментатор[1] Гильом Амонтон. Во втором томе «Мемуаров» за 1699 г. опубликованы три его статьи: «Удобный метод установления действия огня на силу людей и лошадей для движения машин», «О сопротивлении, возникающем в машинах как в результате трения их составляющих частей, так и из-за жесткости использования ремней (шкивов) и способы вычисления тех и других», «Таблица сопротивлений, возникающих в машинах». Наибольший интерес для механики представляет вторая из публикаций, где впервые обобщаются результаты экспериментов, связанных с трением. Не претендуя на развернутую теорию трения, автор формулирует некоторые из открытых им закономерностей. В частности, он указывает, что величина трения пропорциональна взаимному давлению между телами. Следующий важный вклад в теорию сухого трения скольжения внес соотечественник Амонтона — Шарль Огюст де Кулон[2].

4.4.5. Видным математиком и механиком конца XVII – начала XVIII вв. был ученик Вариньона, член Парижской академии наук Луи Карре. Он родился 26 июля 1663 г. в местечке Клифонтен недалеко от Нежье-ан-Бри. Его отец — земледелец — мечтал видеть своего сына священником, и сын покорно изучал теологию в течение трех лет. Однако после окончания учебы он отказался от вступления в орден, и отец прекратил оказывать ему помощь, необходимую для жизни в Париже. Эта неприятность судьбы сослужила Карре хорошую службу.

Поиск пристанища привел Карре к Мальбраншу, взявшему его в качестве секретаря. Под руководством этого виднейшего ученого конца XVII в. Карре семь лет изучал математику, метафизику, сформировался его глубокий интерес к исследовательской деятельности. Покинув Мальбранша, он начал преподавать математику и философию, в 1697 г. был избран членом Академии наук, на него обратил внимание Вариньон, отличавшийся особой скрупулезностью в выборе своих учеников.

[1] Автор многих экспериментов с клепсидрами, термометрами, барометрами, трением.

[2] Член Парижской академии наук (с 1781 г.), Национального института (с 1795 г., в 1801 г. его президент), генеральный инспектор народного образования (1802–1806).

Первое крупное сочинение Карре, опубликованное в 1700 г., было посвящено механике и интегральному исчислению [167]. Поддержка Вариньона позволила ему из адъюнктов (с 1699 г.) вскоре перейти в ассоциированные члены Академии, а позднее занять и почетную должность академика-пансионера. Став пансионером-механиком, Карре увлекся сферой музыки и музыкальных инструментов, теорией звука. Но вскоре ухудшилось состояние его здоровья. Это ухудшение продолжалось последние шесть лет его жизни, и 11 апреля 1711 г. он скончался[1], оставив после себя, кроме указанной книги, мемуар о распространении звука (Jounal des Sçavans, 1707 г.) и около десяти статей по различным вопросам механики и математики, опубликованных в «Мемуарах» Академии наук.

Одна из этих статей — «О законах движения» [168], опубликованная в 1706 г., наилучшим образом характеризует не только вклад и личные воззрения автора, но и состояние науки о движении в начале XVIII в. Убежденный последователь Мальбранша (а значит, — Декарта), Карре считает, что движение может передаваться от одного тела другому только в результате непосредственного взаимодействия, одним из способов которого является удар. Поэтому законы удара, передачи движения и являются центральными в теории движения тел. По-видимому, этой же логике следовали и организаторы конкурса Парижской академии наук 1724 г., и один из конкурсантов — И. Бернулли.

«В физике нет вопросов, которые бы занимали философов и математиков прошедшего века больше, чем законы движения. Действительно, эти законы являются самыми интересными и самыми важными для этой науки» — пишет Карре в предисловии к своему мемуару. Не останавливаясь на оценке работ предшественников, Карре предлагает свое общее правило («Предложение»), следствиями которого являются известные законы, открытые до него. При этом автор пользуется понятиями *массы, скорости, силы, законом равенства действия и противодействия.* Обратимся к некоторым его определениям.

«1. Масса тела является количеством собственного вещества, содержащегося в занимаемом телом пространстве, и это пространство называется *объемом.*

2. Скорость тела является отношением пути ко времени, или это пройденный путь, деленный на время его прохождения.

3. Сила тела — это произведение его массы на его скорость».

---

[1]Его место академика-пансионера занял другой ученик Вариньона — Гисне.

Казалось бы, автор пользуется языком знакомых ныне понятий. Но его «скорость» — это современная средняя скорость, его «сила» — это нынешнее количество движения, точнее, его модуль. Обозначения же для массы и скорости (m и v) одного из тел вполне современны. В основу своей *теории соударения* тел Карре полагает четыре очевидных, с его точки зрения, аксиомы:

«Очевидно, 1) что если два неравных тела движутся с равными скоростями, то их силы относятся как их массы или количества материи; 2) если эти тела одинаковы и движутся с неравными скоростями, то их силы относятся как их скорости; 3) если эти тела различны по их массам и скоростям, то отношение их сил сложным образом зависит от их масс и скоростей; 4) если два неравных тела имеют одинаковые силы, их скорости обратно пропорциональны их массам» [168].

Удар считается упругим и прямым. Под последним понимается, что центры тяжести тел и их общий центр тяжести всегда лежат на одной прямой или, если тела являются шарами, то линия, соединяющая их центры, проходит через точку соприкосновения в момент удара. Обозначив v и r — скорости соударяющихся тел до удара, m и n — их массы, Карре формулирует следующее «общее предложение»: «Я говорю, что сумма этих тел относится к удвоенному одному или другому, как сумма их скоростей к скорости, которая, будучи отнятой от той или другой скорости до удара, дает скорости этих тел после удара; или, что аналогично, скорость каждого из тел после удара будет равна разности скорости до удара и произведения удвоенного второго тела на сумму скоростей тел, деленную на сумму их масс» [168].

Автор записывает этот результат в виде

$$m + n\,.2n :: v + r\,.\frac{2n \times \overline{v + r}}{m + n},$$

$$m + n\,.2m :: v + r\,.\frac{2m \times \overline{v + r}}{m + n},$$

что в современных обозначениях эквивалентно записи:

$$\frac{m+n}{2n} = \frac{v+r}{\dfrac{2n(v+r)}{m+n}}.$$

Скорости тел после удара будут равны соответственно $v - \dfrac{2n(v+r)}{m+n}$ и $r - \dfrac{2m(v+r)}{m+n}$.

Доказательство этого предложения основано на законе равенства действия и противодействия, экспериментальных данных и рассуждениях о физической природе соударения и последующей деформации тел. Физические же представления автора полностью соответствуют картезианской теории эфира и с современной точки зрения не могут быть признаны безупречными.

Далее автор приводит 35 следствий «общего предложения», иллюстрируемых конкретными числовыми примерами. Среди этих следствий встречаются, например, такие. «Центр тяжести соударяющихся тел движется с одной и той же скоростью до и после удара; и если центр тяжести покоился до удара, то он также будет покоится и после удара». «Если два тела столкнутся повторно с теми же скоростями, которые они приобрели после первого удара, то они приобретут те же скорости, какие имели до первого соударения». «В соударяющихся телах не сохраняется одно и то же количество движения, оно может увеличиться или уменьшиться». «Если два одинаковых тела сталкиваются с одинаковыми или различными скоростями, то они обмениваются скоростями после удара и отскакивают». «Если два неравных тела соударяются при встречных движениях, а их скорости обратно пропорциональны их массам, то они отскочат после удара с прежними скоростями». «Если два неравных тела соударяются при встречных движениях, после чего оба движутся в одну сторону, или одно остается неподвижным, то сумма их количества движения после удара будет равна разности их количества движения до удара».

Следствие под номером 13 повторяет результат Гюйгенса и Лейбница о сохранении «живых сил»: «Если два тела соударяются, то сумма произведений масс на квадраты скоростей до и после удара сохраняется». Далее Карре показывает, что сколь угодно малое тело ударом может привести в движение сколь угодно большое тело и даже целую систему тел. При этом соответствующим подбором масс системы последовательно соударяющихся тел на выходе можно получить любую, в том числе и значительно превосходящую начальную, скорость. Полученные результаты автор сопоставляет с выводами Лопиталя, Гюйгенса и Сорена. Имя Ньютона и «Начала» не упоминаются, хотя трудно представить, что они не известны ученику Вариньона.

Анализ этой публикации показывает, как по-разному относятся к механике два современника — Ньютон и Карре. Первый ставит перед собой задачу построения новой методологии механики (по заданным силам найти движение, и наоборот), второй, как приверженец традиционной методологии, рассматривает, безусловно, важную, но частную проблему. С современной точки зрения вклад в механику Карре не представляется значительным. Но с точки зрения истории науки этот вклад интересен. Интересен тем, что в начале XVIII в. были уже близкими к современным понятия *скорости* и *массы*, понятие же *силы*, как и во времена Декарта, включало в себя нынешнее понятие *количества движения*. Все понятия имеют ясное математическое выражение, позволяющее совершать необходимые операции. Этого, кстати, не хватает ньютоновскому определению силы, которое, как мера взаимодействия тел, в силу своего физического содержания[1] может быть записано и как $\vec{F}$ и как $\vec{F} \cdot t$. Только сравнительная характеристика результатов деятельности ученых определенного периода позволяет дать объективную с современной точки зрения оценку их заслуг.

4.4.6. Заметим, что эта оценка может не совпадать с оценкой современников автора. В «Истории Королевской академии наук» за тот же 1706 г. можно прочесть обстоятельную рецензию «О законах удара тел» [293] на названную работу Карре. В первом же абзаце этой статьи автор называет постыдным тот факт, что философия так поздно обратила внимание на существование определенных правил или законов передачи движения между телами. Он подчеркивает, что с момента появления идеи таких законов, «которые должны быть первейшими основами физики», прошло порядка ста лет. Самые известные философы обращались к поиску этих законов и в том числе великий Декарт, сформулировавший их ошибочный вариант. Карре, обобщив опыт своих многочисленных предшественников, привел «универсальную формулу, из которой следуют все полученные результаты, ранее получаемые длинными и сложными способами» [293].

Рецензент обнаруживает ясное понимание идей механики XVII в. и в том числе теории удара, различая прямой и косой удар, удар абсо-

[1] Взаимодействие тел может быть кратковременным, как в случае удара, так и протяженным во времени.

лютно упругих и деформируемых тел. Он пишет: «Движение совершает определенная сила, и эта сила должна быть тем больше, чем больше приводимое в движение тело или чем больше его скорость. Если она постоянна и действует вся полностью, то она дает наименьшую скорость наибольшему телу и наибольшую скорость — наименьшему, и эти скорости обратно пропорциональны массам или тяжестям тел. Таким образом, *сила*, под действием которой приводится в движение тело, *или*, что одно и то же, *количество движения*, является произведением массы или тяжести на скорость, и это произведение может оставаться постоянным, в то время как эти две входящие в него величины могут варьироваться бесконечным количеством способов, в чем и состоит великий Принцип Механики. Таким образом, для определения скорости тела, количество движения и масса которого известны, достаточно разделить количество движения на массу и результатом будет скорость. Если предполагается, что масса будет возрастать при сохранении количества движения, то скорость будет убывать, так как одно и то же количество движения делится на бóльшую величину».

Обращаясь к законам бесконечных величин, автор пишет, что, в этом случае, тело бесконечно большой массы должно иметь бесконечно малую скорость, то есть фактически оно должно покоиться. И если сила бесконечно мала или равна нулю, то для любой и даже самой малой конечной массы будет самая малая конечная скорость. Отсюда следует, что сила удара бесконечна по сравнению с простой тяжестью и бесконечно малая масса, двигающаяся с наибольшей конечной скоростью, будет иметь бесконечно малую силу. Именно эти метафизические рассуждения, а не эксперимент, и являются, по мнению рецензента, обоснованием закона равенства действия и противодействия.

Рассмотрев варианты поведения тел после удара, автор приходит к выводам: 1) количество движения тел не может увеличиться в результате удара, 2) оно может уменьшиться и даже уничтожиться, 3) скорость убывает всегда. Это приводит его к заключению о том, что движение во Вселенной в каждый момент времени должно уничтожаться, и Природа постепенно должна приходить в состояние апатии, изнеможения, стремясь в итоге ко всеобщему покою, гибельному для всех существ, если для восстановления движения не будут использоваться постоянные ресурсы. Один из ресурсов — это *упругость тел*.

Избегая физических гипотез природы упругости тел, автор указывает только на то, что она связана с изменением и восстановлением их формы. При этом он пользуется идеей переноса силы вдоль линии ее действия и в само понятие силы вкладывает привычный нам смысл меры взаимодействия тел (а не количества движения): «...если я сжимаю руками два упругих тела, например два шара, их упругости действуют одна на другую с силой, равной давлению рук, и это аналогично тому, что упругость одной силы, равной давлению моих рук, приложена между шарами и стремится их разъединить, направляя один в одну, а другой — в другую сторону» [293]. И далее рецензент пишет, что если сжимаемые шары не равны, то есть их массы различны, то сила упругости, приложенная к меньшему телу, вызовет большую скорость, чем скорость, приданная той же силой бóльшему телу. Упругая сила шаров стремится их разделить, но если после удара шары движутся в одном направлении, с одинаковыми скоростями (как одно тело), то «сила этой упругости есть не что иное, как их обоюдная скорость». Следует заметить, что автор ясно различает и использует абсолютное, относительное движение и соответствующие скорости.

Эта рецензия неизвестного автора[1] замечательна не столько своей оценкой работы Карре[2], сколько в качестве самостоятельного мемуара по теории удара. Обстоятельность изложения понятий, законов, понимание физической сущности явления удара свидетельствуют о хорошем владении автором излагаемой теорией и историей ее создания. Она интересна и потому, что здесь впервые понятие бесконечно малой величины используется не только применительно к традиционным геометрическим и кинематическим понятиям (перемещение, изменение скорости), но и применительно к физической величине массы тела, что является очередным шагом в адаптации идей анализа бесконечно малых в механике.

4.4.7. Одним из авторитетнейших ученых конца XVII – начала XVIII вв. был Н. Мальбранш[3]. Последовательный сторонник философии Декарта, он известен как автор двухтомного философского трак-

[1] Возможно это были Сорен или Паран.

[2] Автор дает высокую оценку «общей формулы» Карре, как теоретического итога развития теории удара и как эффективного метода решения множества практических задач.

[3] Никола Мальбранш — родился в Париже (6.8.1638), получил философское (college de Marche) и теологическое (Sorbonne) образование, видный философ, теолог, физик, геометр, член Парижской академии наук. Умер 13.10.1715 г. в Париже. Его взгляды существенно повлияли на воззрения Лейбница и других ученых конца XVII – начала XVIII в.

тата «Поиск истины» [241], за три года до смерти дополненного и переизданного автором в трех томах под общим названием «Поиск истины, где говорится о природе человеческого разума и о его использовании для избежания ошибок в науке» [242]. Одной из важнейших задач этого издания было изложение новой физической картины Природы. По своей сути эта теория не была принципиально новой. Это была очередная попытка популяризации картезианской философии природы, основанной на гипотезе эфирных вихрей. Составной частью физики Мальбранша была «общая теория законов движения», развитие которой мы видим в работах Лейбница, Карре и И. Бернулли. Заметим, что для понимания законов движения Мальбранша от читателей требовалось не только знание философии, но и очень хорошая математическая подготовка.

4.4.8. Имя Бернара Лами[1] упоминается Лагранжем в «Аналитической механике»: «Для того, чтобы не упустить чего-либо, относящегося к истории открытия сложения сил, я должен здесь вкратце упомянуть о маленькой работе, которую в 1687 г. опубликовал Лами под заглавием «Новый способ доказательства основных теорем элементов механики». Автор отмечает, что когда тело испытывает на себе действие двух сил, заставляющих его двигаться по двум различным направлениям, оно необходимо идет по среднему направлению, так что, в случае, если бы путь по этому направлению оказался для него закрытым, оно осталось бы в покое, и обе силы уравновесили бы друг друга. Среднее же направление он определяет путем сложения двух движений, которые приобрело бы тело в первое мгновение под влиянием каждой из обеих сил, если бы последние действовали отдельно одна от другой, и таким образом получает диагональ параллелограмма, стороны которого составляют пути, которые были бы пройдены в течение одного и того же времени под действием обеих сил и которые, следовательно, пропорциональны этим силам. Отсюда он тотчас же выводит теорему, что обе силы относятся друг к другу обратно отношению синусов углов, которые их направления образуют со средним направлением, по которому двигалось бы тело, если бы оно не было задержано какими-либо препятствиями; эту теорему он применяет к наклонной плоскости и к рычагу, на концы которого действуют силы тяги, направления ко-

[1] Родился в июне 1640 в Мане (Mans), умер 29.01.1715 г. в Париже. В книге [260] он упоминается не как Lamy, а как Laury.

торых образуют между собою некоторый угол; однако для того случая, когда направления этих сил параллельны, он пользуется ненадежными и малоубедительными соображениями» [53, Т. 1, с. 20–21].

Из этой цитаты следует, что Лами считал силу источником движения тела и действие на тело двух сил предлагал заменять одной, определяемой правилом параллелограмма. Здесь же мы видим и условие равновесия тел, сводящееся к «равновесию» сил. Эти идеи перекликались с идеями, изложенными в «Проекте новой механики» Вариньона, изданном в том же году. В связи с этим в апреле 1688 г. в «Histoire des Ouvrages des Sçavants» появилась заметка, обвиняющая Лами в плагиате. В сентябре того же года Лами опубликовал в «Journale de Sçavants» оправдательное письмо. Однако Вариньон не откликнулся на приоритетные претензии, и дискуссия по этому поводу прекратилась.

Следует заметить, что судьба Лами была достаточно сложной. Получив в молодые годы достаточно хорошее образование (учился в Мане, Париже, Жюйи, Сомюре), он начал преподавательскую деятельность в Анжере (Angers), где зарекомендовал себя ярым картезианцем, нажив тем самым врагов из числа профессоров — сторонников Аристотеля. Совет коллежа Анжу сначала запретил ему преподавание картезианских идей, а затем (2 августа 1675 г.) ему было запрещено вести преподавательскую деятельность во Франции. Отец Лами был сослан в монастырь в Дофине. Благодаря расположению к нему епископа Гренобля, он вскоре вернулся в Париж, где его опять ждали неприятности со стороны архиепископа Харлая, связанные с выходом его книги «Евангелическая гармония». Лами был автором книг, посвященных поэзии, теологии и археологии. В 1701 г. он издал в Париже «Трактат о перспективе» [224], позднее высоко оцененный Монтюкла в «Истории математики» [259]. Его книги по математике «Элементы математики» [221] и «Элементы геометрии» [222] не раз переиздавались[1], он вычислил π с точностью до 128 знаков. Механике, кроме упомянутой работы, Лами посвятил «Трактат о механике, о равновесии твердых тел и жидкостей» [220]. Второе издание этой книги вышло в один год с «Началами» Ньютона и «Проектом» Вариньона.

4.4.9. Жак Озанам, ставший членом Парижской академии наук в 61 год в 1701 г., больше известен как математик. Однако четвертый

[1] Книга «Элементы математики», известная еще под названием «Трактат об общей величине» («Traité de la grandeur en général»), была переиздана в 1715 г. «Элементы геометрии» переиздавалась четырежды (4-е издание в 1710 г.).

том его пятитомного сочинения «Курс математики, включающий все части этой науки» [261], изданный в 1693 г. в Париже и переизданный в 1699 г. в Амстердаме, посвящен механике и теории перспективы.

Механике посвящены и некоторые работы Филиппа де Лаира[1] — известного астронома, математика, архитектора и метеоролога, участника экспедиции[2] по уточнению географических координат. В девятом томе «Старых мемуаров» («Anciens Mémoires»), переизданном в 1730 г., опубликован большой «Трактат по механике» [215] и «Трактат об эпициклоидах и их использовании в механике» [216]. В первом из трактатов излагаются не только основные понятия и принципы механики, но и решаются некоторые инженерные задачи[3]. Второй мемуар посвящен изучению кривых, называемых эпициклоидами, и их использованию в конструировании формы зубьев зубчатых колес, используемых в механизмах. Речь идет о том, что при работе механизма основная нагрузка, в том числе и вредное трение, приходится на способ зацепления зубчатых колес. Поэтому форма зубьев шестерен не может быть произвольной, а должна иметь совершенно определенную форму, описанную автором. В «Мемуарах» за 1700 г. им опубликована статья по баллистике «Общий метод бросания бомб во всех возможных случаях . . . » [217], развивающая некоторые идеи уже названной книги Блонделя. А в работе «Замечания о падении тел в воздухе», опубликованной в «Мемуарах» за 1714 г., Лаир сравнивает результаты опытов Мариотта по определению величины сопротивления воздуха с собственными. При этом подробно описываются опыты Мариотта и Галилея, схема его экспериментальной установки (весы с маятником) и приводятся результаты, которые, по оценке автора, соответствуют выводам его предшественников.

4.4.10. После работ Роберваля, Вариньона, Лами, Ньютона правило параллелограмма применительно к силам не вызывало сомнений.

[1] Пансионер-астроном Парижской академии наук (1678), профессор математики в Collége de France, профессор архитектуры в Académie d'architecture. Подготовил к изданию трактат Мариотта о движении жидкостей [246].

[2] Членами экспедиции были Пикар и Кассини.

[3] В «Трактате по механике» и в [218] излагается важная задача строительной механики — расчет арочных конструкций. Автор рассматривает арку как совокупность идеально гладких клиньев, силы взаимодействия которых направлены по нормали к поверхностям соприкасающихся клиньев. Веса клиньев определяются графическим методом. Вторая теория Делаира [219] посвящена определению размеров колонн, необходимых для поддержания арки. Теория Делаира позднее использовалась Белидором в его «Инженерной науке» [131].

Но можно ли его применять для сложения скоростей? Бернар Рено[1] Делисагараи в книге «Теория маневра кораблей» [272] на этот вопрос отвечал утвердительно. Ему возразил Гюйгенс, считавший, что силы сопротивления воды пропорциональны не скорости, а квадрату скорости. Поэтому правило для сил не может быть применено для скоростей. Позднее к этой дискуссии (на стороне Гюйгенса) подключились маркиз де Лопиталь и И. Бернулли[2]. Но в 1714 г. в «Трактате маневра кораблей» [139] Бернулли поддержал точку зрения Рено, который еще раз подтвердил ее в работе «О теории, касающейся одного принципа механики жидкости, оспоренного Гюйгенсом» [273], изданным в Париже в 1717 г.

4.4.11. Вполне традиционным по тематике был трактат Антуана Парана[3] «Элементы механики и физики, где геометрически выводятся принципы удара и равновесия для любых типов тел; с естественными приложениями к основным машинам» [263], изданный в Париже в 1700 г. В докладе, зачитанном Параном 24 июля 1700 года в Парижской академии, он впервые использовал систему трех ортогональных координат в пространстве для записи уравнения сферы. По иронии судьбы Академия отказала автору в праве публикации этого доклада. Но в 1702 г. он опубликовал другую работу, посвященную гиперболоиду вращения, где также использовалась пространственная система координат. А в 1703–1705 гг. в Париже был издан трактат «Исследования по физике и математике»[4] [264], в котором вновь используются три пространственные координаты[5]. Здесь же Паран пытается показать ошибочность доказательства Гюйгенса, касающегося траектории изохронного движения маятника[6]. Сорен, а позднее Лувиль и И. Бернулли, вы-

[1]Морской военный инженер, генерал французского и испанского флота, близкий друг маршала Вобана, Мальбранша. В книге [260, с. 376–380] его фамилия названа как Renan (Ренан), в «Memoires» и «Larousse» — как Renau (Рено).

[2]Лейбниц в статье «Общее правило сложения движений» [227] подтвердил точку зрения Рено.

[3]Адъюнкт (с 1699 г.) академика-механика Дебийете, ординарный академик (с 1716 г.) Парижской академии наук, автор многих работ по механике, математике, физике, опубликованных в Journal des Sçavants, Mémoires de Trévoux, Mercure.

[4]Второе (трехтомное) издание вышло в Париже в 1713 г.

[5]Заметим, что равноправные и ортогональные оси координат на плоскости Ньютоном впервые вводятся в 1704 г. в сочинении «Перечисление кривых третьего порядка» [55, с. 88].

[6]Галилей считал, что траектория будет дугой окружности. Гюйгенс доказал, что это циклоида.

разили несогласие с мнением автора. Особенно резок был И. Бернулли, сравнивавший автора с «человеком, чья цель жизни, кажется, состоит в вырывании чужих идей» [260, с. 358].

В «Мемуарах» Академии за 1704 г. Паран опубликовал две работы: «Новая статика с трением и без трения или правила расчета трений машин в состоянии равновесия» [265] и «О наиболее возможном совершенстве машин» [266]. Первая из публикаций, очень созвучная с работами Амонтона, содержит критические замечания по поводу результатов Реомюра и Мариотта. Во второй, используя исчисление бесконечно малых, Паран приводит три парадокса, общая идея которых состоит в том, что усилия, развиваемые машинами, не пропорциональны прилагаемым к ним силам.

Очень интересна работа 1714 г. «О наивысшем совершенстве Машин, приводящихся в движение Животными» [267]. Здесь впервые, говоря современным языком, ставится вопрос о коэффициенте полезного действия двигателя и приводится методика оценки эффективности машины. Эта методика предполагает умение определения сил трения, сопротивления, преодоления препятствий. В частности, рассматривая движение судна, Паран вводит силу сопротивления воды, пропорциональную площади подводной поверхности судна и квадрату относительной скорости движения воды. Эффективность действия машины оценивается отношением движущих сил к силам сопротивления.

4.4.12. Видным механиком начала XVIII в. был Франсуа-Жозеф Декамю[1] — автор «Трактата о движущих силах для практики ремесел» [164] и «О движении, ускоренном с помощью пружин, и о силах, сохраняющихся в движущихся телах» [165]. Конец его жизненного пути оказался трагичным. Выходец из знатного рода, избравший поначалу духовную карьеру, он в зрелые годы увлекся конструированием механизмов (в том числе часов). В 44 года он был избран в Академию наук, а в 60 лет исключен из числа академиков за «недостаточное усердие». Именно в это время он был увлечен созданием составного весла, с помощью которого могли бы передвигаться даже крупные суда. В поисках средств для реализации своего проекта Декамю переезжает в Голландию, затем в Англию, где и умирает в нищете и безвестности.

[1] Родился в Ришоме (недалеко от Сен-Мишеля) в 1672 г., член Академии наук с 1716 г.

В первом из трактатов речь идет о механике машин, и кроме традиционных сведений автор описывает двадцать три новых механизма. Некоторые из них являются занимательными автоматами, но большинство носят чисто практический характер (например, механизм для обработки земли, аппарат для забивания свай). Второй трактат написан в русле современной классической механики — это защита теории живых сил Лейбница–Бернулли от нападок Лувиля и Мэрана. Возможно, что интерес Декамю к чисто теоретическим, математическим проблемам возник у него после завершенного им в 1725 г. издания двухтомной «Новой механики» П. Вариньона.