

ГЛАВА 5

РАБОТЫ ФРАНЦУЗСКИХ УЧЕНЫХ ВТОРОЙ ЧЕТВЕРТИ XVIII ВЕКА

5.1. Шевалье де Лувиль и дискуссия о «живой силе»

Жак-Эжен Даллувиль де Лувиль родился в родовом замке де Лувиль в провинции Эр э Луар 14 июля 1671 г. В возрасте 12 лет он самостоятельно познакомился с «Началами» Евклида и с той поры сохранил глубокий интерес к математике. Взрослая жизнь Жака-Эжена началась с военной службы. Сначала на флоте, затем в сухопутных войсках. Служил не только во Франции, но и четыре года в Испании (по протекции его старшего брата, служившего у испанского короля). В 1708 г. он попал в плен и два года провел в Голландии. После возвращения во Францию шевалье де Лувиль оставляет военную службу (в чине полковника) и начинает новую — научную карьеру.

Он ведет астрономические наблюдения, участвует в экспедициях по определению географических долгот, конструирует и изготавливает собственные астрономические инструменты. В 1714 г. его избирают членом Парижской академии наук, а позднее и членом Лондонского Королевского общества. Круг его научных интересов был обширен и включал не только математику и механику, но и геодезию, физику, философию, астрономию. Основные его работы опубликованы в «Acta Eruditorum», «Mercure» и «Memoires». Умер Эжен де Лувиль 10 декабря 1732 г. в местечке Карре недалеко от Орлеана.

Из работ по механике наибольший интерес представляют две публикации из «Мемуаров»: «Объяснение одной трудности статики, предложенной в Академии» [232] и «О теории переменных движений, то есть таких, которые непрерывно ускоряются или непрерывно замедляются. С учетом способа оценки силы тел в движении» [233].

Первая из работ разъясняет парадокс, ранее замеченный Параном, связанный с несогласованностью результатов Галилея и Гюйгенса

в задаче о траектории падающих тел. Независимо от Парана и Сорена¹ Лувиль показывает² согласованность решений Гюйгенса и Галилея, получив при этом важный математический результат. Он нашел разложение функции $F(p, q, x) = \frac{1}{\sqrt{p^2 - 2qx - x^2}}$ в ряд $\sum_{n=0}^{n=\infty} f_n(p, q) \cdot x^n$, где коэффициенты $f_n(p, q)$ являются функциями, позднее введенными в анализ Эйлером и Лежандром и названными *сферическими функциями первого рода*.

Вторая из названных работ начинается с определения механики. Заметим, что *механика* уже определяется не как *теория механизмов*, а как *теория движения*. «Наука о движении в общем случае является частью Математики, получившей название Механика, которая рассматривает законы, которым следует и которые соблюдает Природа при передаче движений; иначе говоря, тот общий и незабываемый закон, по которому тело, получившее движение, передает его полностью или частично другому телу, которое его уже имело или совсем не имело» [233].

Далее автор определяет основные понятия. Прежде всего он утверждает, что обсуждение причин, приведших в движение изначально покоящиеся тела Вселенной, находится вне рамок механики («с'est une chose hypermécanique»). В механике речь идет «только о материи (телах), протяженности и времени». «Так как покоящееся тело не может привести в движение другое тело или само себя, необходимо, чтобы другое движущееся тело передало ему нечто, способное привести его из состояния покоя в движение; и это нечто, каким бы оно ни было, получило название *движущая сила* или просто *сила*» [233].

Основными понятиями считаются *сила*, *тело*, *пространство* (путь) и *время*. Производным от этих понятий называется понятие *скорости*, которая определяется либо как отношение силы к массе³, либо как отношение пути ко времени. Все общие теоремы механики, лежащие в ее основе, посвящены установлению отношений между этими пятью величинами. Введя обозначения для величин (f — сила, m — масса или количество вещества в теле, e — пройденный путь, t — за-

¹Член Академии наук с 1707 г., математик, физик, друг Вариньона, Лопиталья, Мальбранша, один из редакторов «Journal des Sçavants».

²Этому был посвящен и его доклад в Академии в апреле 1720 г.

³Геометрические размеры тела в расчет не принимаются, и величина тела ассоциируется с его массой.

траченное время, u — скорость), автор приводит первую теорему: «Чем больше будет сила, приводящая в движение тело, тем больше будет его скорость; и если одна и та же сила заставляет двигаться два тела с разными массами, то чем больше масса движущегося тела, тем меньше будет его скорость, и наоборот, чем меньше будет его масса, тем больше будет скорость . . . , таким образом, всегда $u = f/m$. . . или иначе $f = m \cdot u$ ». Эту формулу, кажущуюся некоторым известным «геометрам» сомнительной, Лувиль считает несомненной. Заметим, что с момента публикации «Начал» Ньютона уже прошло более 40 лет. И то, что ныне называется *вторым законом Ньютона*, оказывается, еще не стало общепринятым, несомненным. Трактовка же Лувилья вполне соответствует второму закону [65, с. 40]. А если предположить, что под *силой* автор подразумевал *кратковременное взаимодействие тел* (то, что ныне называется *импульсом силы*), то логика его рассуждений вполне современна.

Далее Лувиль определяет скорость как путь, пройденный в единицу времени $u = \frac{e}{t}$, и его первая теорема принимает вид $f = m \frac{e}{t}$. Для случая равномерного движения $e = tu$. Как следствие первой теоремы, «если скорости двух тел обратно пропорциональны их массам, то силы тел равны; и наоборот, если силы двух тел равны, то их скорости обратно пропорциональны их массам» [233].

«Любое тело, получившее импульс или силу, приведшую его в движение, будет вечно двигаться с той же скоростью, в том же направлении, если не появится какая-либо причина, которая увеличит или уменьшит его скорость или изменит его направление. Это принцип, который все механики считают аксиомой или неоспоримой истиной, не нуждающейся в доказательствах, . . . ». Но, принимая этот принцип, Лувиль утверждает, что для изменения скорости тела, то есть для того, чтобы движение стало ускоренным или замедленным, необходимо последовательное приложение импульсов (сил), которые не могут быть непрерывными, таких, считает он, нет в природе. Отсюда следует, что изменение скорости движущихся тел может быть только *дискретным, скачкообразным*, а значит, и ускорение нельзя считать величиной непрерывной, оно дискретно. Именно это, утверждает Лувиль, и является причиной того, что иногда скорость убывает, а путь возрастает (пример — тело, брошенное вверх) или того, что скорость и путь изменяются по разным законам (как в случае падения тел по закону Галилея $u \sim t$, $e \sim t^2$). Кстати, закон Галилея для падающих тел Лувиль доказывает

следующим образом. Падающее тело в равные времена получает равное количество импульсов, сообщающих ускорение, то есть изменение (увеличение) скорости. Сумма этих импульсов увеличивается пропорционально их числу и равна скорости. Число импульсов пропорционально времени, тогда скорость также пропорциональна времени, а из $e = ut$ следует, что путь пропорционален квадрату времени, а время — квадратному корню из пройденного пути. Если считать пройденный путь абсциссой некоторой параболы, то скорость движения и будет этой параболой.

Далее Лувиль, дав высокую оценку взглядов Лейбница на механику, усматривает в них противоречие, содержащееся в выдержках из его работы 1689 г. «О сопротивлении среды...»¹. В частности, он приводит определение «абсолютного» и «соответствующего» сопротивления среды, физических причин и математических выражений соответствующих сил. В этих пространственных цитатах автор усматривает противоречие между результатом рассуждений Лейбница о величине силы сопротивления (пропорциональна скорости) и его же принципом, выражающем величину живой силы (пропорциональна квадрату скорости). При этом величина силы сопротивления, как причины замедления, торможения движения, у Лувилья ассоциируется с величиной замедления (отрицательного ускорения) скорости. Это отрицательное ускорение он так и называет — сопротивление. И вывод, к которому приходит автор, состоит в том, что ускорение или сопротивление пропорционально величине импульсов и их количеству или произведению этих величин.

Суть же противоречия состоит в том, что «абсолютное» сопротивление у Лейбница пропорционально не только геометрическим размерам тела, но и вязкости, «липкости» среды, в которой происходит движение, то есть оно (а значит, и сила) пропорционально пройденному пути, в то время как «соответствующее» сопротивление среды пропорционально ее плотности, то есть скорости тела или времени движения.

Для различия этих величин Лувиль вводит понятие «силы каждого импульса», то есть «мгновенной силы или скорости» (*force ou vitesse instantanée*), ею сообщаемой в каждый момент времени, и «актуальной силы или скорости» (*force ou vitesse actuelle*), являющейся произведением силы каждого импульса на число импульсов, получаемых телом в равные промежутки времени. Эти понятия «мгновенных» и «акту-

¹См. параграф 3.3.

альных» сил автор отождествляет с «мертвыми» и «живыми» силами Лейбница. Точнее, считая понятие «живой» силы не достаточно ясным, Лувиль предлагает заменить его своей «актуальной силой», которая, по своему математическому выражению, также пропорциональна квадрату скорости. «Актуальной» силой он называет и «соответствующее» сопротивление Лейбница, имеющее аналогичное математическое выражение.

Для случая движения тела в сопротивляющейся среде Лувиль записывает и дифференциальное уравнение движения

$$-du = \frac{u \, dx}{a},$$

где $-du$ — убывание скорости; сила сопротивления среды пропорциональна скорости (u) тела и пройденному пути¹ (dx), a — константа «для соблюдения закона однородности», то есть для приведения в соответствие величин и их размерностей. Ранее это уравнение было получено И. Бернулли². К обсуждению его результатов в «Рассуждении о законах передачи движения» и переходит Лувиль.

Прежде всего автор пытается осмыслить физическую сущность, природу, механизм взаимодействия тел. Без этого невозможно ясное определение понятия силы, как меры взаимодействия тел, в частности, твердого тела и упругой пружины. Суть взглядов автора сводится к следующему: движение тела может происходить только как результат действия силы; действие на тело любых сопротивлений (среды, пружины, других тел) аналогично; упругость пружины связана с ускоренным движением в ней некой невидимой жидкости; эта невидимая жидкость «действует в пружине не сразу всей своей массой . . . , а как повторяющаяся последовательность импульсов»; эффект от ускоренного движения невидимой жидкости зависит от «скорости или величины каждого импульса и от их количества»; количество импульсов может быть пропорционально времени³.

¹ Сила сопротивления пропорциональна количеству встречаемых телом препятствий, то есть частиц среды. А количество частиц (для однородной среды) пропорционально пройденному пути.

² Параграф 3.4 данной работы («Рассуждение о законах передачи движения»).

³ Именно так представляет Лувиль и природу равновесия тела на плоскости: сила веса тела уравнивается действием импульсов невидимой жидкости, содержащейся в плоскости. В этом, считает он, суть гипотезы Галилея.

Величина импульса, по Лувиллю, и есть «мгновенная» сила («мертвая» сила — по Лейбницу и И. Бернулли). А величина, мера взаимодействия тел — это результат последовательного (во времени) наложения «мгновенных» сил. Поэтому он вводит понятие «актуальной» силы как меры действия на тело за некоторое время t или dt . Но, кроме этих двух, автор вводит и третье понятие — «виртуальной» силы или скорости, суть которого можно пояснить следующим образом. Если представить пружину как последовательность одинаковых упругих элементов, то «виртуальная» сила пружины пропорциональна их числу.

Ссылаясь на выдержки из работы Бернулли и умозрительные эксперименты, Лувиль возражает против полученного Бернулли математического выражения величины «живой» силы¹ и отождествляет ее с двумя (в разных случаях) введенными им силами — «актуальной» и «виртуальной». При этом утверждается, что величина «актуальной» силы определяется величиной и количеством «мгновенных» сил. Общепринятое же мнение о том, что сила определяется величиной импульса и временем его действия, справедливо только в предположении, что время является мерой количества импульсов. Однако, в отличие от И. Бернулли, Лувиль не подкрепил свои теоретические рассуждения решением каких-либо задач.

Гюйгенс установил сохранение величины mv^2 при абсолютно упругом ударе. Лейбниц назвал эту величину «живой» силой. И. Бернулли и Декамю использовали ее для построения своей механики. Но физический смысл «живой» силы оставался неясным. Это обстоятельство и послужило причиной появления публикаций их оппонентов — Лувилля и Мэрана. Первая публикация Мэрана на эту тему «Рассуждение об учете и измерении сил, движущих тела» [238] появилась в «Мемуарах» за 1728 г. Именно здесь высказываются сомнения в полезности понятия «живой» силы и критические замечания в адрес работы И. Бернулли. Теория Лувилля стала естественным продолжением дискуссии, начатой Мэраном² в Парижской академии наук. Даже после выступления в защиту И. Бернулли известной в научных кругах маркизы Дюшателье Мэран продолжал отстаивать свою позицию. Этому

¹Считает, что она должна быть пропорциональна скорости.

²Еще раньше теорию «живых» сил не приняли и последователи Ньютона. По-видимому, все это и помешало И. Бернулли получить премию Парижской академии наук за 1724 г.

были посвящены его работы, опубликованные в Париже в 1741 г. («Рассуждение о силах, движущих тела» [239], «Письмо мадам Дюшателье по вопросу о живых силах» [240]).

Многолетняя дискуссия о физической природе и математическом выражении сил, участниками которой были практически все механики XVII – начала XVIII вв., была чрезвычайно актуальной и важной для истории механики. Это был процесс рафинирования понятия *силы*, без которого невозможно современное построение *теории движения* и *равновесия тел*.

5.2. Вклад П. Л. М. де Мопертюи

Пьер-Луи Моро де Мопертюи родился в городке Сен-Мало на атлантическом побережье Франции 17 июля 1698 г. Его образование началось с частных уроков, а в 1714 г. он переезжает в Париж и поступает в коллеж La Marche, где математику преподавал ученик Вариньона — академик Гисне. Через два года Мопертюи покидает коллеж и уезжает в Голландию. В 1718 г. он поступает на военную службу, вскоре получает звание лейтенанта, но в 1723 г. выходит в отставку и становится ассистентом академика-геометра Ф. Николя. В 1725 г. он избирается¹ в Парижскую академию наук, через три года едет в Лондон и становится членом Лондонского Королевского общества. Из Англии он переезжает в Швейцарию, где вместе с Клеро и Кенигом слушает в Базельском университете лекции И. Бернулли по интегральному исчислению. Вернувшись в Париж, в 1731 г. он становится академиком² Академии наук.

Первые публикации³ Мопертюи были сугубо математическими, но большинство работ 1732–1734 гг. посвящены развитию и популяризации во Франции идей Ньютона, в частности, его *теории гравитации*. Одним из итогов научной активности Мопертюи становится назначение его руководителем лапландской (север Швеции) экспедиции⁴ (июль 1736 – май 1737 г.) по определению длины градуса меридиана. Публикация в 1738 г. результатов экспедиции значительно повысила

¹ Ассоциированный ассистент (adjoint-associé).

² Associé-pensionnaire.

³ 1726–1732 гг.

⁴ В ее состав входили Клеро, Камю и другие.