

Для доказательства следует взять выражение (2.1) (определение интенсивности), разделить на скорость света c и учесть, что $cdtdA = dV$ есть элементарный объем, проходимый светом за время dt .

2.1.5. Понятие спектра

Спектр — это распределение интенсивности излучения по длинам волн I_λ или частотам I_ν . Очень часто вместо интенсивности используют пропорциональные ей (для данного источника) единицы — световые потоки F_ν или F_λ , или же выражают спектр в относительных (безразмерных) единицах. Последнее обычно имеет место, если интересуются в первую очередь формой спектра, профилем или относительной интенсивностью линий, а не энергетическими характеристиками источника. Иногда спектры характеризуют величиной νI_ν или νF_ν (в зависимости от ν или λ), которая показывает, сколько энергии выделяется в логарифмическом интервале частот; максимум этой величины соответствует характерным частотам, на которых происходит основное энерговыделение.

2.2. Излучение абсолютно черного тела

2.2.1. Тепловое излучение

По физическому смыслу тепловое излучение — это излучение среды, в которой энергия хаотического движения частиц тем или иным способом переходит в энергию фотонов. Примером может служить свободно-свободное (тормозное) излучение электронов в поле положительных ионов, ударное возбуждение атомных уровней с последующим высвечиванием и т. д. Характерная особенность любого типа теплового излучения заключается в том, что при усреднении коэффициента излучения по максвелловскому распределению частиц по скоростям $f(v) \sim v^2 \exp(-mv^2/2kT)$, начиная с энергий $h\nu \sim kT$, в спектре непрерывного излучения возникает экспоненциальный завал.

Иная ситуация для нетеплового излучения: его спектр может простирается в область очень высоких энергий и не иметь никакого отношения к температуре среды. Примеры нетеплового излучения — рекомбинационное излучение (свободно-связанные переходы), которое идет за счет выделения внутренней энергии системы электрон-ион, синхротронное излучение релятивистских электронов в магнитном поле, обратное комптоновское рассеяние «мягких»

фотонов на «горячих» электронах, мазерное излучение, черенковское излучение заряженных частиц в среде и т. д. Некоторые важные примеры нетеплового излучения будут рассмотрены ниже.

2.2.2. Понятие термодинамического равновесия и локального термодинамического равновесия

Термодинамическое равновесие (ТР) — состояние, при котором устанавливается детальный баланс (прямые и обратные процессы идут с одинаковыми скоростями) всех элементарных физических процессов: излучения и поглощения, ионизации и рекомбинации и т. д. При ТР существует только одно значение температуры, которое определяет физическое состояние среды. В природе ТР нигде не выполняется строго. Локальное ТР (ЛТР) означает, что в каждой бесконечно малой области детальное равновесие существует и поддерживает ТР, но температура является функцией координат и времени. При ТР выполняются: а) закон Больцмана распределения атомов по энергиям, б) закон Максвелла распределения свободных частиц по скоростям (энергиям), в) закон Планка распределения энергии фотонов, г) закон Кирхгофа (см. ниже и Приложение).

2.2.3. Спектр абсолютно черного тела

Важнейшим примером теплового излучения является излучение абсолютно черного тела (АЧТ). Излучение АЧТ находится в *полном термодинамическом равновесии* со средой и потому называется *равновесным излучением*. Спектр АЧТ описывается функцией Планка $I_\nu = B_\nu(T)$ и зависит только от температуры T . Поле равновесного излучения строго изотропно (т. е. полный поток через произвольно ориентированную площадку строго равен нулю). Излучение АЧТ неполяризовано.

Напомним основные свойства функции Планка для равновесного излучения. Эта функция может быть записана в виде удельной интенсивности в единичном интервале частот $d\nu$ с размерностью [эрг/(см²·с·Гц·стер)]

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} (e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)^{-1}, \quad (2.6)$$

или длин волн $d\lambda$ с размерностью [эрг/(см³·с·стер)]

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} (e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1)^{-1}. \quad (2.7)$$

Отметим, что $|d\nu| = c/\lambda^2|d\lambda| = \nu/\lambda|d\lambda|$. Функция Планка для разных температур изображена на рис. 2.3. Рассмотрим предельные случаи и важнейшие следствия, вытекающие из функции Планка.

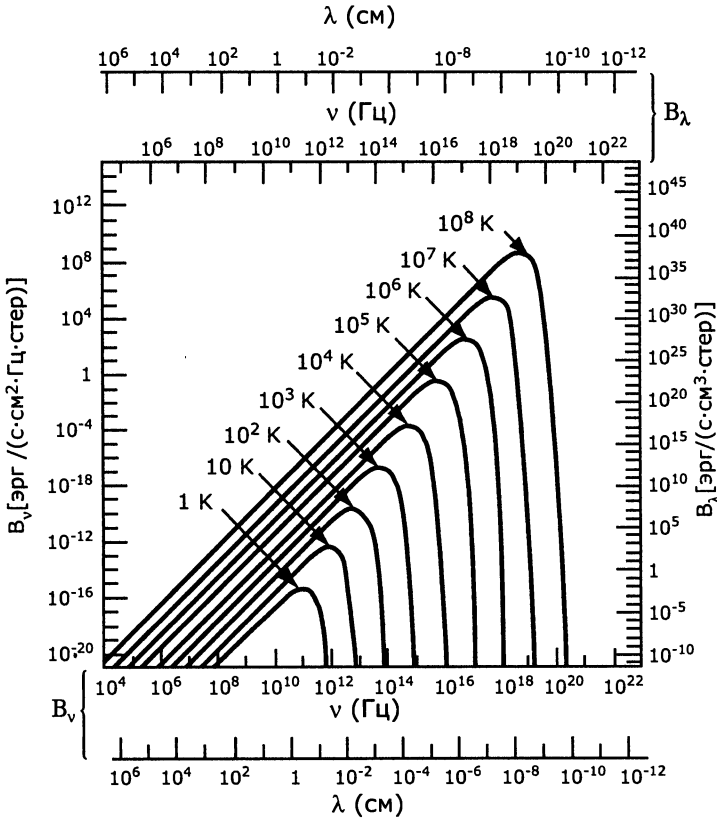


Рис. 2.3. Спектры абсолютно черных тел различной температуры.

1. Закон Рэлея–Джинса (при $h\nu \ll kT$) получается разложением в ряд (2.6) по малому параметру $h\nu/kT$:

$$B_\nu^{RJ}(T) = \frac{2\nu^2}{c^2} kT. \quad (2.8)$$

Обратим внимание на то, что в выражение для интенсивности в этом случае не вошла постоянная Планка, т. е. в этом пределе формула

описывает чисто классическое излучение. Попытка экстраполировать закон Рэлея–Джинса в область более высоких частот приводит к расходимости, $\int I_\nu^{RJ} d\nu \sim \int \nu^2 d\nu \rightarrow \infty$ («ультрафиолетовая катастрофа»).

2. Закон Вина (при $h\nu \gg kT$):

$$B_\nu^W = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}. \quad (2.9)$$

3. Монотонное изменение интенсивности с температурой:

$\frac{\partial B_\nu}{\partial T} > 0$ для всех ν . Это означает, что кривые функции Планка для разных температур нигде не пересекаются друг с другом, планковская кривая с температурой $T_2 > T_1$ целиком лежит выше кривой с температурой T_1 .

4. Закон смещения Вина. Определим максимум в спектре АЧТ. Для интенсивности на единичный интервал частот $B_\nu(T)$ имеем:

$$\frac{\partial B_\nu}{\partial \nu} = 0 \rightarrow h\nu_{max} \approx 2.82kT.$$

Максимум функции $B_\lambda(T)$ для интенсивности на единичный интервал длин волн будет иным:

$$\frac{\partial B_\lambda}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow \lambda_{max} \approx 0.29 \text{ (см)}/T. \quad (2.10)$$

Ввиду того, что $|d\nu| = c/\lambda^2 |d\lambda|$, т. е. $|d\nu| \neq |d\lambda|$, для максимумов функций B_λ и B_ν имеем $\lambda_{max}\nu_{max} \neq c$!

5. Закон Стефана–Больцмана. Полный поток энергии с площадки, излучающей как АЧТ по всем направлениям (в полусфере), пропорционален четвертой степени температуры.

$$F = \iint B_\nu \cos \theta d\Omega d\nu = \pi \int_0^\infty B_\nu d\nu = \sigma_B T^4, \quad (2.11)$$

где $\sigma_B = \frac{2\pi^5 k}{15c^5 h^3} \approx 5.67 \cdot 10^{-5}$ [эрг/(см²·с·град⁴)] — постоянная Стефана–Больцмана.

6. Плотность энергии и давление равновесного излучения. Плотность энергии АЧТ

$$u_{bb} = \frac{1}{c} \int_0^\infty B_\nu(T) d\nu d\Omega = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty B_\nu d\nu, \quad (2.12)$$

или пользуясь результатом (2.11),

$$u_{bb} = \frac{4\sigma_B}{c} T^4 = a_r T^4, \quad (2.13)$$

где $a_r \equiv 4\sigma_B/c \approx 7.565 \cdot 10^{-15}$ [эрг/(см³·град⁴)] — постоянная излучения. При этом давление равновесного излучения

$$p_{bb} = \frac{a_r T^4}{3}, \quad (2.14)$$

где множитель 1/3 учитывает равномерное распределение энергии фотонов по трем пространственным координатам.

7. Средняя энергия «чернотельного» фотона. По определению, средняя энергия — это величина $\langle \epsilon_\gamma \rangle = u/\langle n_\gamma \rangle$, где u — плотность энергии, $\langle n_\gamma \rangle$ — средняя концентрация квантов. Для АЧТ плотность энергии описывается уравнением (2.12), а средняя концентрация квантов

$$\langle n_\gamma \rangle = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \frac{B_\nu(T)}{h\nu} d\nu \sim T^3. \quad (2.15)$$

Делая замену переменных $x = \frac{h\nu}{kT}$ в интегралах, приходим к

$$\langle \epsilon_\gamma \rangle = kT \frac{\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1}}{\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1}} \simeq 2.7kT. \quad (2.16)$$

Удобное приближение для плотности числа фотонов чернотельного излучения получается с использованием приближения Вина для спектра АЧТ и закона смещения Вина (2.10):

$$\langle n_\gamma \rangle \simeq \frac{1}{2} \frac{1}{\lambda_{max}^3}, \quad (2.17)$$

где λ_{max} — длина волны, соответствующая максимуму в спектре АЧТ (2.10). Например, для реликтового излучения в современную эпоху $T \approx 2.7$ К, $\lambda_{max} \simeq 0.1$ см, поэтому среднее число реликтовых фотонов в единице объема $n_\gamma \sim 500$ см⁻³.