

## 2.3. Перенос излучения в среде и формирование спектра

Перейдем к описанию распространения излучения в среде. Взаимодействие излучения и вещества можно рассматривать на различных физических уровнях. Для наших целей будет достаточно введения макроскопических коэффициентов излучения и поглощения света, хотя расчет самих коэффициентов в зависимости от частоты фотона и физических характеристик среды представляет самостоятельную задачу и проводится классическими электродинамическими и квантовыми методами. Отметим, что фотоны из пучка, распространяющегося в определенном направлении, могут выбывать не только из-за поглощения, но и за счет рассеяния. Например, рассеяние на свободных электронах очень важно для высокотемпературной плазмы (горячие короны звезд, ранняя Вселенная до рекомбинации). Здесь мы подробно рассмотрим случай, когда рассеяние отсутствует. Некоторые вопросы о влиянии рассеяния на перенос излучения описаны в Приложении.

### 2.3.1. Коэффициент излучения

Коэффициентом излучения называется энергия, излучаемая единицей объема среды за единицу времени в интервале частот  $\nu, \nu + d\nu$  в направлении, характеризуемом элементом телесного угла  $d\Omega$ :

$$dE_\nu = j_\nu dV d\Omega dt. \quad (2.18)$$

Размерность  $j_\nu$  – [эрг/(см<sup>3</sup>·с·стер·Гц)]. Для изотропных излучателей  $j_\nu = P_\nu/4\pi$ , где  $P_\nu = dE_\nu/(dtdV)$  – излучаемая единицей объема мощность.

В излучающей среде без поглощения в заданном направлении за время  $dt$  фотоны проходят путь  $ds = cdt$ , и добавка к интенсивности из элементарного объема  $dV = cdt dA$  (здесь  $dA$  – единичная площадь сечения пучка) будет  $dI_\nu = j_\nu ds$ . Таким образом, уравнение переноса приобретает вид

$$\frac{dI_\nu}{ds} = j_\nu. \quad (2.19)$$

С математической точки зрения  $dI/ds$  есть просто производная поля  $I$  по направлению, вдоль которого отсчитывается аффинный параметр  $s$ .

В важном частном случае теплового излучения объемный коэффициент излучения пропорционален квадрату плотности среды, т. к. все элементарные процессы излучения и в непрерывном спектре, и в линиях (свободно–свободное, свободно–связанное, связанно–связанное) — бинарные, т. е. требуют наличия двух взаимодействующих частиц (электронов и ионов). Действительно, выделение энергии в единице объема будет при этом пропорционально частоте столкновений частиц, то есть произведению их концентраций:  $\Delta E/(\Delta t \Delta V) \sim n_e n_i \sim \rho^2$ . Коэффициент пропорциональности является функцией температуры газа и подробнее будет обсуждаться в главе 4 «Межзвездная среда».

### 2.3.2. Коэффициент поглощения и оптическая толщина

**Коэффициент поглощения.** При прохождении пути  $ds$  в поглощающей среде часть фотонов выбывает из пучка (поглощается), и таким образом феноменологически можно записать  $dI_\nu = -\alpha_\nu I_\nu ds$ , где  $\alpha_\nu$  [см<sup>-1</sup>] — коэффициент поглощения, зависящий от физических параметров среды. Интенсивность пучка уменьшается после прохождения расстояния от точки  $s_0$  до точки  $s$  по экспоненциальному закону

$$I_\nu(s) = I_\nu(0) \exp \left[ - \int_{s_0}^s \alpha_\nu ds' \right]. \quad (2.20)$$

Иногда вводят коэффициент поглощения на грамм пройденного вещества,  $\alpha_\nu = \rho \kappa_\nu$ . В этом случае коэффициент  $\kappa_\nu$  с размерностью [см<sup>2</sup>/г] называется *коэффициентом непрозрачности*. Физический смысл коэффициента поглощения прост. Отнесенный к одному атому, этот коэффициент  $\alpha_\nu/n \equiv \sigma_\nu$  зависит только от свойств самого атома. Его величина имеет размерность [см<sup>2</sup>] и носит название *эффективного сечения поглощения*. Поглощение можно представить себе так, будто каждый атом заменен неким малым непрозрачным диском, перпендикулярным к направлению пучка. Попадая в диск, квант «застревает» (поглощается). Если площадь каждого диска  $\sigma_\nu$ , а их число в единице объема  $n$ , то полная площадь всех дисков в слое газа с площадью 1 см<sup>2</sup> и толщиной  $ds$  равна  $n\sigma_\nu ds$ . Отсюда непосредственно получаем  $dI_\nu = -n\sigma_\nu I_\nu ds$ .

Коэффициент поглощения может быть как положительным (истинное поглощение), так и отрицательным, т. к. среди элементарных процессов испускания и поглощения света атомами всегда присут-

ствует вынужденное (индуцированное) излучение, пропорциональное, как и поглощение, интенсивности падающего излучения. Известный пример из оптики — квантовый генератор света (лазер). В космических условиях также возможно образование инверсной заселенности уровней, когда на более высоком уровне находится больше электронов, чем на нижних (космические мазеры). Мы обсудим этот вопрос подробнее в главе, посвященной межзвездной среде.

**Оптическая толщина.** Это безразмерная характеристика, определяющая поглощение вдоль луча распространения света:

$$d\tau_\nu = \alpha_\nu ds, \quad (2.21)$$

или в пределах от  $s_0$  до  $s$

$$\tau_\nu = \int_{s_0}^s \alpha(s') ds'. \quad (2.22)$$

Иногда отсчет расстояния ведется в обратном направлении, от наблюдателя к источнику, тогда в определении оптической толщи появляется знак минус. С учетом (2.21) изменение  $I_\nu$  в среде с поглощением выразится простым соотношением  $I_\nu = I_\nu(0) \exp(-\tau_\nu)$ . Если  $\tau_\nu \gg 1$ , то реализуется случай оптически толстой среды (среда непрозрачна для излучения); если  $\tau_\nu \ll 1$  — случай оптически тонкой среды (среда прозрачна для излучения).

Важность понятия оптической толщи вытекает из ее связи с длиной свободного пробега фотона. Рассмотрим однородную среду без излучения. Средняя длина свободного пробега фотона  $\langle l_\nu \rangle$  определяется из условия  $\langle \tau_\nu \rangle = \alpha_\nu \langle l_\nu \rangle = 1$ ,

$$\langle l_\nu \rangle = \frac{1}{\alpha_\nu} = \frac{1}{n\sigma_\nu}, \quad (2.23)$$

т. е. фактически это обратный коэффициент поглощения! Таким образом, можно сказать, что если оптическая толщина на пути от наблюдателя до источника меньше единицы, то принимаемые фотоны — это исходные фотоны, испущенные источником. Если оптическая толщина становится равной единице, то по пути от источника до наблюдателя фотон с большой вероятностью хотя бы раз испытывает взаимодействие со средой. Если в среде кроме поглощения есть рассеяние, то смысл оптической толщи по рассеянию связан с числом рассеяний фотона, которые он претерпит, прежде чем покинет

рассматриваемую область (подробнее см. в Приложении). Например, фотоны реликтового излучения проходят без взаимодействия с веществом расстояние более 10 млрд. световых лет. Так как основным взаимодействием излучения и вещества на ранних стадиях расширения Вселенной было именно рассеяние на свободных электронах, говорят, что существует «поверхность последнего рассеяния» реликтовых фотонов  $r_{ls}$ , определяемая из соотношения  $\tau(r_{ls}) = 1$ . Эта воображаемая «поверхность» находится на красных смещениях  $z_r \simeq 1100$  и соответствует «эпохе рекомбинации» излучения и вещества в расширяющейся Вселенной. Более подробно реликтовое излучение будет обсуждаться в главе 12, посвященной космологии.

### 2.3.3. Уравнение переноса при наличии поглощения и излучения

Если среда способна и излучать, и поглощать свет, то, полагая коэффициенты излучения  $j_\nu$  и поглощения  $\alpha_\nu$  известными функциями координат и времени, зависящими от физического состояния вещества (температуры, плотности, химического состава и т. д.), в стационарном случае можем записать уравнение переноса:<sup>2</sup>

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu + j_\nu. \quad (2.24)$$

Как отмечалось выше, фотоны из пучка могут исчезать не только из-за истинного поглощения, но и из-за рассеяния (во многих реальных условиях, например, в солнечной короне, преобладает рассеяние на свободных электронах). Тогда ситуация значительно усложняется, поскольку рассеяние изменяет траектории фотонов, и уравнение переноса превращается в интегро-дифференциальное уравнение, которое решается, как правило, численными методами.

#### Простейшие частные случаи уравнения переноса.

1. Среда только излучает,  $\alpha_\nu = 0$ ,  $dI_\nu/ds = j_\nu$ ,

$$I_\nu(s) = I_\nu(s_0) + \int_{s_0}^s j_\nu(s') ds', \quad (2.25)$$

где  $I_\nu(s_0)$  — интенсивность излучения перед входом в среду.

<sup>2</sup>Непревзойденный по ясности и физической глубине вывод уравнения переноса и обсуждение его важнейших свойств можно найти в монографии Я. Б. Зельдовича и Ю. П. Райзера «Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений», М., Наука, 1966, гл. II.

2. Среда только поглощает,  $j_\nu = 0$ ,  $dI_\nu/ds = -\alpha_\nu I_\nu$ ,

$$I_\nu(s) = I_\nu(s_0) \exp \left[ - \int_{s_0}^s \alpha_\nu(s') ds' \right] = I_\nu(s_0) \exp(-\tau_\nu). \quad (2.26)$$

**Функция источника.** С учетом того, что  $d\tau_\nu = \alpha_\nu ds$  уравнение переноса (2.24) можно переписать в виде:

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + S_\nu, \quad (2.27)$$

где  $S_\nu \equiv j_\nu/\alpha_\nu$  — *функция источника*. Целесообразность введения этой функции связана с тем, что часто она находится или вычисляется проще, чем коэффициенты излучения или поглощения по отдельности. Для теплового излучения функция источника представляет собой функцию Планка для равновесного излучения.

**Закон Кирхгофа.** Закон Кирхгофа, выполняющийся в условиях ЛТР, устанавливает связь между коэффициентами излучения и поглощения и справедлив для любого *теплового* излучения.

$$S_\nu = B_\nu(T), \quad j_\nu = \alpha_\nu B_\nu(T). \quad (2.28)$$

Подчеркнем разницу между излучением АЧТ и тепловым излучением: для АЧТ *интенсивность* равна планковской,  $I_\nu = B_\nu(T)$ , а для теплового излучения *функция источника* равна функции Планка  $S_\nu = B_\nu(T)$ , но сам спектр может иметь иную форму! Отметим, что для нетеплового излучения функция источника не равна функции Планка.

### 2.3.4. Решение уравнения переноса для простейших случаев

Умножив уравнение (2.27) на интегрирующий множитель  $e^{\tau_\nu}$ , получаем формальное решение:

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} e^{-(\tau_\nu - \tau'_\nu)} S_\nu(\tau'_\nu) d\tau'_\nu. \quad (2.29)$$

Здесь  $\tau_\nu$  — полная оптическая толщина вдоль луча зрения,  $\tau'_\nu$  — ее текущее значение. Физический смысл этого решения прост. 1-е слагаемое: начальная интенсивность излучения уменьшена в  $e^{-\tau_\nu}$  раз из-за поглощения; 2-е слагаемое: интенсивность рожденного в среде излучения проинтегрирована с учетом поглощения вдоль луча зрения.

Это решение показывает важность определения функции источника как функции оптической толщи. Если она известна, то решение имеет вид (2.29). Однако во многих реальных ситуациях функция источника заранее неизвестна, поэтому решение уравнения переноса является сложной задачей.

Рассмотрим важный частный случай. Пусть функция источника в среде не зависит от оптической толщины,  $S_\nu = const$ . Это реализуется, например, когда излучение проходит сквозь среду, находящуюся в ЛТР (слой с постоянной температурой). Тогда

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}) = S_\nu + e^{-\tau_\nu}[I_\nu(0) - S_\nu]. \quad (2.30)$$

Это решение имеет простой физический смысл:

1) В пределе больших оптических толщин,  $\tau_\nu \rightarrow \infty$ , интенсивность излучения становится равной функции источника,  $I_\nu \rightarrow S_\nu$ . Для теплового излучения (и только) спектр в этом случае является планковским и соответствует температуре среды. (Осторожнее! Если в среде есть рассеяние, то излучение само дает вклад в функцию источника, и картина сильно усложняется).

2) Если  $I_\nu > S_\nu$ , то  $dI_\nu/d\tau_\nu < 0$ ,  $I_\nu$  уменьшается вдоль луча (среда поглощает больше, чем излучает сама).

3) Если  $I_\nu < S_\nu$ , то  $dI_\nu/d\tau_\nu > 0$ ,  $I_\nu$  возрастает вдоль луча (среда больше излучает, чем поглощает).

Видно, что интенсивность выходящего излучения с ростом  $\tau$  всегда стремится к функции источника. Отсюда следует важный вывод: *любое тепловое излучение превращается в излучение АЧТ в пределе больших оптических толщин,  $I_\nu \rightarrow B_\nu(T)$  при  $\tau_\nu \rightarrow \infty$* . Однако непрерывный спектр, близкий к планковскому, может получаться и от оптически тонких сред, если коэффициент поглощения  $\alpha_\nu$  слабо зависит от частоты (см. закон Кирхгофа (2.28)). В частности, такая ситуация реализуется на Солнце в видимой и ИК-области, где основной вклад в поглощение дает отрицательный ион водорода  $H^-$ , коэффициент поглощения для которого слабо зависит от частоты.

### 2.3.5. Образование спектральных линий в условиях ЛТР

Спектральные линии (излучения или поглощения) образуются тогда, когда есть выделенные частоты, на которых микроскопические коэффициенты излучения  $j_\nu$  и поглощения  $\alpha_\nu$  как функции частоты имеют экстремумы. Пусть, например, коэффициент поглощения имеет острый максимум на частоте  $\nu_0$ . Будем для простоты

считать, что функция источника не меняется с глубиной. Возможны несколько вариантов решения уравнения переноса для интенсивности наблюдаемого излучения (см. рис. 2.4).

**А. Излучение оптически тонкой среды.** В этом случае  $\tau_\nu \ll 1$  на всех частотах, и если фоновой подсветки нет ( $I_\nu(0) = 0$ ), то результирующая интенсивность  $I_\nu = S_\nu \tau_\nu$  (поскольку  $1 - e^{-\tau_\nu} \approx \tau_\nu$ ). Из (2.30) следует, что в этом случае наблюдается *линия излучения* на частоте  $\nu_0$ , причем ее максимальная интенсивность меньше функции источника  $I_{\nu_0} < S_{\nu_0}$ . Ничего качественно не меняется в случае наличия фоновой подсветки  $I_\nu(0) < S_\nu$ , т. е. более горячая область располагается над холодной. Интенсивность выходящего теплового излучения оптически тонкой плазмы (как в континууме, так и в линиях) пропорциональна  $n_e n_i$ , то есть квадрату плотности среды.

**В. Излучение оптически толстой (непрозрачной) среды.** Пока газ прозрачен, он излучает в основном в линиях (в них  $\tau$  всегда выше), а непрерывный спектр слаб. По мере роста непрозрачности рост линий замедляется, и непрерывный спектр постепенно «завывает» их, так что спектр абсолютно непрозрачной среды, нагретой до определенной температуры, стремится к планковской функции при  $\tau \rightarrow \infty$ . Никаких спектральных линий в такой среде не будет. Линии возникают лишь при наличии градиента температуры или резкого отличия от ЛТР.

**С. Образование линий поглощения при наблюдении ЛТР** легко объяснить, если считать, что излучаемый звездой свет с интенсивностью  $I_\nu(0)$  и непрерывным спектром проходит через более холодный слой атмосферы с оптической толщиной  $\tau_\nu$  на частоте  $\nu$ . Иными словами, фоновая подсветка больше функции источника ( $I_\nu(0) > S_\nu$ ). Очевидно, что  $I_\nu$  тем ниже, чем выше  $\tau_\nu$ . Последняя величина максимальна на частоте перехода, то есть в центре линии  $\nu_0$ . Поэтому на частотах, соответствующих переходам между уровнями атомов, излучение оказывается максимально ослабленным. Это и является причиной появления темной *линии поглощения* на фоне непрерывного спектра. Механизм образования линий в спектре звезды в условиях ЛТР можно интерпретировать проще: из-за более высокого коэффициента поглощения в линии видны более поверхностные, а следовательно и более холодные слои.

**Д. Случай большой оптической толщи в центре линии,  $\tau_{\nu_0} \gg 1$ .** Картина качественно та же, что и в случае С, за исключением того,

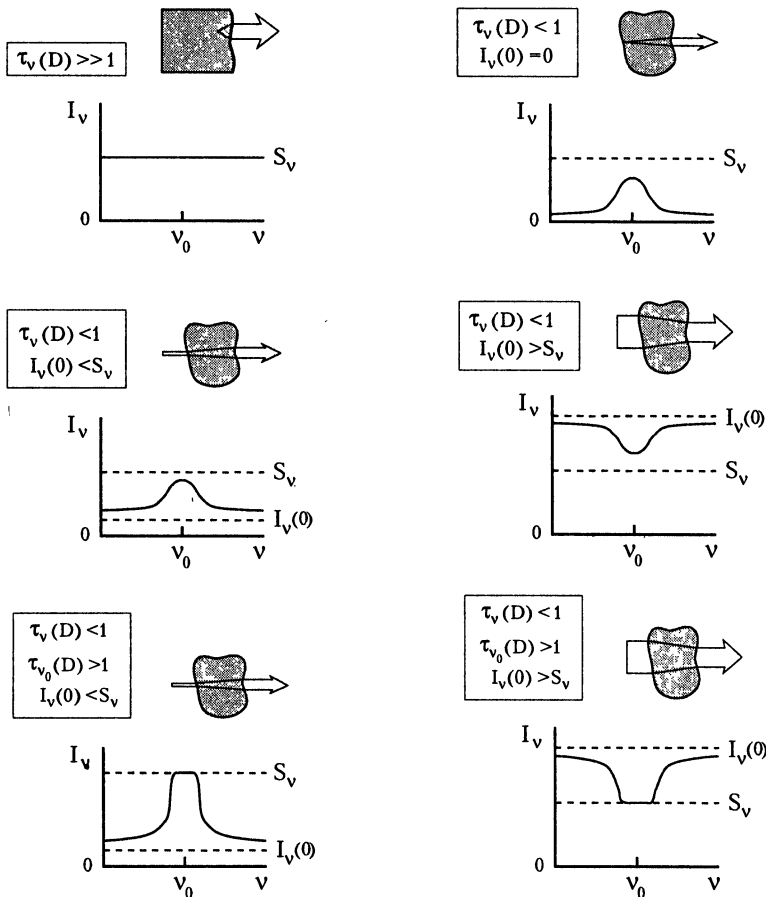


Рис. 2.4. К образованию эмиссионных и абсорбционных линий. Спектр излучения однородной среды для различных значений оптической толщи  $\tau_\nu(D)$  и интенсивности входящего излучения («подсветки»)  $I_\nu(0)$ .

что в максимуме линии интенсивность равна значению функции источника (т. е. планковской интенсивности) на этой частоте.

**Роль рассеяния при формировании сильных линий поглощения в спектре Солнца.** Интересно посмотреть с изложенных позиций на образование сильных линий поглощения в фотосфере Солнца (т. н. фраунгоферовские линии). Линии поглощения возникают из-за уменьшения температуры солнечного вещества вдоль радиу-



са. Видимая фотосфера определяется как поверхность, до которой оптическая толщина в непрерывном спектре для внешнего наблюдателя составляет  $\tau \simeq 1$ . Иными словами, кванты света из фотосферы сравнительно свободно покидают Солнце. Температура фотосферы около 5800 К, а над ней располагается слой более холодной плазмы (а значит, с меньшим значением функции источника), в котором и происходит формирование линий поглощения. Но сильные линии возникают независимо от того, выполняется ли условие ЛТР — за счет рассеяния света на частоте линии. Действительно, поглощенный каким-либо атомом квант непрерывного спектра фотосферы (скажем, с длиной волны линии  $H_{\alpha}$  6563 Å) вновь испускается через короткое время (для разрешенных переходов — за время порядка  $10^{-8}$  с) в произвольном направлении. Здесь существенно, что ниже этого слоя располагается оптически плотная область фотосферы, так что с вероятностью близкой к 1/2 квант переиспускается вниз и поглощается в фотосфере, где его энергия термализуется снова в кванты непрерывного спектра, и с вероятностью  $\sim 1/2$  квант испускается в направлении от фотосферы. Таким образом, можно ожидать, что интенсивность в центре сильной линии поглощения будет существенно меньше, чем в соседнем с линией участке непрерывного спектра. Близкая к этой картина реально имеет место в солнечной фотосфере для сильных линий. Разобранный пример иллюстрирует важность эффекта рассеяния фотона на частоте линии в атмосфере звезды для образования линии поглощения.

**Понятие доплеровского профиля линии.** Если газ оптически тонкий (в линии), то при отсутствии нетепловых механизмов расширения профиль линии отражает максвелловский профиль скоростей излучающих частиц. Ширина линии зависит от температуры газа и турбулентных скоростей. Собственная ширина линии, как правило, пренебрежимо мала. Но в сильных линиях проявляет себя столкновительный механизм уширения. По классической теории излучения это уширение связано с влиянием электрических полей соседних атомов (ионов) на положение энергетических уровней излучающего атома. Этот механизм ответственен за широкие крылья сильных линий в спектре Солнца.

**Зависимость температуры оптически тонкого газа от концентрации частиц.** Для оптически тонкой среды существует общее правило: чем ниже плотность газа, тем выше его температура. Действительно, если есть определенный нагревающий поток, то энер-

гия, передаваемая в единицу времени газу в единице объема, пропорциональна концентрации частиц  $n$ , а тепловая энергия, излучаемая в единице объема, пропорциональна частоте столкновения частиц, т. е. произведению относительной скорости на квадрат концентрации  $\Delta E/(\Delta t \cdot \Delta V) \sim \sqrt{T}n^2$ . Коэффициент пропорциональности между темпом потери энергии на излучение и величиной  $n^2$  зависит от температуры и описывается так называемой функцией охлаждения. В широком интервале температур баланс между поглощаемой энергией ( $\sim n$ ) и излучаемой энергией ( $\sim n^2\sqrt{T}$ ) с уменьшением плотности  $n$  устанавливается при более высокой температуре. Подробнее этот вопрос будет рассмотрен ниже в главе 4 «Межзвездная среда».

### 2.3.6. Температура астрофизических источников, определяемая по их излучению

В случае АЧТ температура тела является единственным параметром, определяющим спектр излучения. В астрофизике, как правило, мы имеем дело с наблюдениями источников в ограниченном диапазоне частот (длин волн). Оценка температуры излучающего тела может быть сделана различными способами. При этом получаемое значение далеко не всегда соответствует физической температуре излучающей среды (с точки зрения теории переноса излучения, температура — всего лишь один из параметров, определяющих функцию источника!). Наиболее часто встречаются следующие определения температуры.

**Яркостная температура**  $T_b$  — температура такого АЧТ, интенсивность излучения которого равна интенсивности изучаемого источника на данной частоте,  $I_\nu = B_\nu(T_b)$ . В частном случае радиоволн (приближение Рэлея–Джинса)

$$T_b = \frac{c^2}{2\nu^2 k} I_\nu, \quad h\nu \ll kT. \quad (2.31)$$

В этом случае уравнение переноса для теплового излучения с учетом того, что  $S_\nu = B_\nu$ , переписывается через яркостную температуру

$$\frac{dT_b}{d\tau_\nu} = -T_b + T,$$

где  $T$  — температура излучающей среды. Если  $T = const$  вдоль луча зрения, то уравнение (2.30) превращается в

$$T_b = T_b(0)e^{-\tau_\nu} + T(1 - e^{-\tau_\nu}),$$

то есть при  $\tau \rightarrow \infty$ ,  $T_b \rightarrow T$ . Для оптически тонкого газа  $\tau_\nu \ll 1$  и (если нет подсветки, т. е.  $I_\nu(0) = 0$ )  $T_b \approx T\tau_\nu \ll T$ .

Эти простые выкладки показывают, что:

1) яркостная температура  $T_b$  в общем случае есть функция частоты (если спектр не чернотельный);

2) из астрономических наблюдений определить яркостную температуру можно только от источников, у которых известен угловой размер  $d\Omega$  (в противном случае можно измерить только поток, а не интенсивность);

3) интенсивность АЧТ с температурой  $T$  является *максимально возможной* интенсивностью для теплового излучения любого тела с этой температурой.

Напомним, что для широкого класса нетепловых спектров яркостная температура не имеет никакого отношения к термодинамическим характеристикам среды (например, в случае синхротронного излучения со степенным спектром). Феноменологически очень высокая яркостная температура указывает на нетепловой характер излучения (например, для радиоизлучения пульсаров  $T_b > 10^{20}$  К).

**Эффективная температура**  $T_{eff}$  — температура АЧТ, излучающего в единицу времени с единицы площади во всем диапазоне частот ту же энергию, что и данное тело, то есть

$$F = \int \int I_\nu \cos \theta d\Omega d\nu \equiv \sigma_B T_{eff}^4. \quad (2.32)$$

Значение  $T_{eff}$  применяется для характеристики излучения оптически толстых сред (т. е. сред, в которых можно определить «поверхность», с которой уходят достигающие наблюдателя фотоны — фотосферу), например, звезд.

*Пример.* Найдем связь  $T_{eff}$  со светимостью  $L$  (полным энерговыделением за единицу времени). Если имеется шарообразное тело (например, звезда или планета) с радиусом  $R$ , излучающая в единицу времени энергию  $L$ , то

$$L = 4\pi R^2 \sigma_B T_{eff}^4. \quad (2.33)$$

Эффективная температура Солнца  $\approx 5780$  К. Эффективные температуры обычных звезд простираются от 2000 К до 50000 К. Горячие белые карлики могут иметь  $T_{eff} \sim 100000$  К. Эффективные температуры молодых нейтронных звезд еще выше и достигают  $10^6$  К.