является появление стоячих волн. Волновую рябь на поверхности наблюдают как узор, образуемый стоячими волнами с резонансными частотами.

Выявлены многие тысячи гармоник колебаний, большинство которых приходится на область частот вблизи 1/300 Гц (пятиминутные колебания) (рис. 5.8). По наблюдаемым колебаниям судят об условиях распространения волн в недрах Солнца, а следовательно, о его внутреннем строении. Анализ частоты и горизонтальной длины волны стоячих волн позволяет восстановить условия распространения волн в недрах Солнца, уточнить распределение скорости звука (а следовательно, давления газа и плотности) с глубиной. Правильная модель внутреннего строения Солнца должна не только объяснить равновесное состояние звезды и перенос энергии из ядра наружу, но и наблюдаемый набор частот звуковых колебаний. Анализ колебаний, плюс к этому, дает информацию о вращении глубинных слоев и даже о положении активных областей на невидимой стороне Солнца, как и о других характеристиках солнечного вещества, в том числе и о химическом составе газа в его недрах.

Модель строения Солнца, основанная на данных гелиосейсмологии, прекрасно согласуется с моделью, где поток тепла выделяется в ядре при превращении H в He (достигнута точность 0.1% по температуре). Осложнение возникло лишь с объяснением низкого (примерно втрое ниже расчетного) потока нейтрино от Солнца. Но и эта проблема, по-видимому, решена обнаружением осцилляций нейтрино (см. раздел 5.5.2).

5.10. Задачи

1. Показать, что при фрагментации протозвездного облака массы образующихся фрагментов не могут быть ниже некоторого фундаментального предела, зависящего только от характерной массы $M_{Ch} \approx m_p \cdot (m_{pl}/m_p)^3$ (M.J.Rees, 1976).

Решение. Облако с джинсовской массой сжимается за время свободного падения, при этом повышение плотности и температуры ведет к уменьшению значения джинсовской массы и возможна фрагментация на меньшие массы, которые самостоятельно начинают сжиматься со своим временем свободного падения. Процесс фрагментации происходит до момента загорания водорода в ядре звезды, когда повышение плотности делает сжимающуюся протозвезду оптически непрозрачной. Это означает, что выделение гравитационной энергии связи $E_g \sim GM^2/R$ на временах порядка времени свободного падения $t_f \sim 1/\sqrt{G\rho}$ становится порядка излучения с поверхности АЧТ с температурой T, т. е. $\sim \sigma_B T^4 R^2$ (σ_B – постоянная Стефана–Больцмана). Учитывая, что масса фрагментов не может быть меньше джинсовской массы, из соотношения $GM^2\sqrt{G\rho}/R < x\sigma_B T^4 R^2$ получаем после некоторых преобразований

$$M > M_{Ch} x^{-1/2} \left(\frac{kT}{m_p c^2}\right)^{1/4},$$

где $x \leq 1$ – безразмерный параметр. Т. к. горение водорода в ядре молодой звезды (т. е. переход на стадию главной последовательности) начинается при $kT \sim 1$ кэВ $\approx 10^{-6} m_p c^2$, получаем $M_{min} \sim 0.05 M_\odot$. Заметим, что этот предел близок к минимальной массе водородной звезды, в которой возможны термоядерные реакции $\sim 0.08 M_\odot$.

2. Оценить минимально возможное время жизни массивной звезды на главной последовательности, учитывая, что светимость звезды с ростом массы стремится к эддингтоновскому пределу.

Решение. Горение водорода на главной последовательности в массивных звездах происходит в CNO-цикле с калорийностью $\epsilon_{CNO} \simeq 5$ МэВ/нуклон $\simeq 6 \cdot 10^{18}$ эрг/г. Следовательно,

$$t_{nuc} \simeq \frac{\epsilon_{CNO} M}{L_{Edd}} \approx 2 \cdot 10^6 \text{лет}$$

и не зависит от массы звезды. Это минимальное время эволюции самых массивных звезд.

3*. Показать, что критерий конвективной устойчивости в химически однородной звезде определяется условием неизменности энтропии газа вдоль радиуса $dS/dr = 0$ (критерий Шварцшильда).

Решение. Выражение для энтропии идеального невырожденного газа с уравнением состояния $P = \rho\mathcal{R}T/\mu$ находится из 1-го начала термодинамики. Запишем (в расчете на 1 грамм вещества) $Tds = d\epsilon + PdV$, где $\epsilon = 3/2\mathcal{R}/\mu$, $V = 1/\rho$, откуда $ds = (3/2)(\mathcal{R}/\mu)dT/T - (\mathcal{R}/\mu)d\rho/\rho$. Так как ds – полный дифференциал, то с точностью до константы (которую нельзя определить, исходя только из термодинамических соображений)

$$s = \frac{\mathcal{R}}{\mu} \ln\left(\frac{T^{3/2}}{\rho}\right) + const\,.$$

Поскольку $\mathcal{R}/\mu = k \cdot N_A/\mu$, где N_A — число Авогадро, энтропия одного моля газа S имеет размерность постоянной Больцмана k, и в безразмерных единицах можно записать

$$S/k = \ln\left(\frac{T^{3/2}}{\rho}\right) + const = \ln\left(\frac{P^{3/2}}{\rho^{5/2}}\right) + const\,.$$

Тогда плотность газа можно переписать в виде:

$$\rho \sim \exp\left(-\frac{2}{5}\frac{S}{k}\right) \cdot P^{3/5}. \tag{5.38}$$

Фактически, это уравнение Менделеева–Клапейрона, выраженное через энтропию. Рассмотрим элемент газа в условиях (S_1, ρ_1, P_1) и адиабатически переместим его вверх (против ускорения силы тяжести). Он окажется во внешней среде, характеризуемой величинами (S_2, ρ_2, P_2), причем внутри элемента, после установления механического равновесия (выравнивания давления) с внешней средой, газ будет характеризоваться параметрами (S_1, ρ_2', P_2) (существенно, чтобы перемещение газа носило адиабатический характер и он не успел обменяться энергией с внешней средой, т. е. внутри элемента $S_2' = S_1$). Если новая плотность газа внутри рассматриваемого элемента ρ_2' будет больше, чем плотность внешней среды ($\rho_2' > \rho_2$), то элемент начнет двигаться вниз вдоль градиента силы тяжести к своему начальному положению («тонуть»), а если меньше ($\rho_2' < \rho_2$), то архимедова сила будет выталкивать его дальше, т. е. он продолжит всплывать. Очевидно, первое условие соответствует конвективной устойчивости, а второе — неустойчивости. Применяя (5.38), находим

$$\Delta\rho = \rho_2' - \rho_2 = P_2^{3/5}\left(e^{-(2/5)(S_1/k)} - e^{-(2/5)(S_2/k)}\right),$$

то есть звезда конвективно неустойчива ($\Delta\rho < 0$), если $S_1 > S_2$, или $dS/dr < 0$. Таким образом, конвекция стремится выровнять энтропию газа вдоль направления градиента силы тяжести, откуда следует, что в конвективных слоях звезд S практически постоянна.