

## 5.5. Ядерные реакции в звездах

Запасы ядерной энергии в звездах существенно превышают запасы тепловой энергии. Запас ядерной энергии  $\Delta E_n = \eta_n M_c c^2$ , где  $M_c \sim 0.1M$  — масса ядра звезды, где могут идти термоядерные реакции синтеза,  $\eta_n$  — эффективность ядерных реакций. При синтезе гелия из водорода, который происходит на стадии главной последовательности звезд на диаграмме Герцшпрунга–Рессела, суммарная реакция сводится к образованию одного ядра гелия из 4-х протонов,  $4p \rightarrow \frac{4}{2}\text{He}$ . Выделяемая при этом энергия определяется дефектом массы образующегося атома гелия:

$$\delta \mathcal{E} = (4m_p - m_{\text{He}})c^2 = 27.3 \text{ МэВ}, \quad (5.12)$$

т. е. примерно 7 МэВ на нуклон.<sup>2</sup> Как увидим ниже, не вся выделяющаяся энергия идет в тепло, небольшая часть (0.6 МэВ) уносится нейтрино, для которых Солнце прозрачно. Энергия покоя нуклона почти 1 ГэВ, т. е. эффективность синтеза гелия из водорода  $\eta_n \approx 0.007$ . Следовательно, характерное время пребывания звезды на стадии главной последовательности:

$$t_n = \frac{\eta_n M_c c^2}{L} \sim 10^{10} (\text{лет}) (M/M_\odot)^{-2}, \quad (5.13)$$

(здесь учтено эмпирическое соотношение масса–светимость для звезд главной последовательности  $L \sim M^3$ , доказательство которого приводится ниже).

*Замечания:*

1. Поскольку время термоядерного горения водорода  $t_n$  сильно зависит от массы звезды (примерно как  $M^{-2}$ ), звезда с массой в 10 солнечных эволюционирует в 100 раз быстрее Солнца!

2. Стадия термоядерного горения водорода в ядре звезды — самая длительная. Все последующие стадии (горение гелия в углерод и т. д.) составляют всего лишь 10% от  $t_n$ . Это связано с несколькими фактами. Скорости термоядерных реакций очень чувствительны к температуре, а для реакций синтеза более тяжелых элементов центральная температура должна быть намного выше (требуется преодоление более высокого кулоновского барьера  $\sim Z^2$ , где  $Z$  — заряд

---

<sup>2</sup>В сжимающихся молодых звездах этой основной реакции предшествуют реакции термоядерного «горения» дейтерия, трития, лития, бериллия, бора. Но их количество слишком мало, чтобы эти реакции могли остановить сжатие.

ядра), и поэтому, когда эти реакции начинаются, при высокой температуре они протекают очень быстро. Вследствие энергетических потерь температура в центре достаточно массивной звезды непрерывно повышается во время ее эволюции из-за отрицательной теплоемкости звезды.

С использованием теоремы вириала  $2Q + U = 0$ , характерная температура в звезде может быть оценена как

$$T_c \sim \frac{\mu GM}{R} \sim 10^7 K \approx 1 \text{ кэВ}.^3 \quad (5.14)$$

Для полностью ионизованной плазмы солнечного химсостава  $\mu \approx 0.6$ . Таким образом, средняя кинетическая энергия частиц в недрах Солнца  $\langle E \rangle \sim 1$  кэВ. С другой стороны, чтобы могла происходить реакция соединения двух протонов в ядро дейтерия, требуется преодолеть кулоновский барьер  $U_C = e^2/r$ . Реакция пойдет при сближении протонов на расстояние действия ядерных сил 1 Ферми  $\sim 10^{-13}$  см (по порядку величины это длина волны де Бройля для протона  $\lambda_p = \hbar/m_p c$ ). Таким образом, кулоновский барьер для взаимодействия двух протонов  $U_C \simeq e^2/\lambda_p = \alpha m_p c^2 \sim 1$  МэВ ( $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$  — постоянная тонкой структуры).

Газ в центре Солнца вполне идеален (т. е. кулоновской энергией взаимодействия частиц можно пренебречь по сравнению с кинетической энергией теплового движения), и частицы движутся со скоростями, соответствующими максвелловскому распределению  $f(v)dv \sim v^2 e^{-v^2/kT}$ . Доля протонов с энергией  $E \sim m_p v^2 > U_C$  пропорциональна  $\exp[-(1\text{кэВ}/1\text{МэВ})^2] \sim e^{-1000} \sim 10^{-430}$ , что безнадежно мало даже для звезд с числом частиц  $\mathcal{N} \sim 10^{57}$ . Поэтому, казалось бы, при таких условиях ядерные реакции исключены.

Как было впервые показано Г. А. Гамовым, ядерные реакции в центре звезд все же возможны благодаря эффекту *квантовомеханического туннелирования* волновой функции частиц под кулоновский барьер. Импульс частицы в квантовой механике равен  $p = \hbar k$ , где  $|k| = 2\pi/\lambda$  — волновое число. Движению частицы с зарядом  $Z_1 e$  и импульсом  $p$  соответствует волновая функция  $\psi \sim e^{ikx} \sim e^{i(p/\hbar)x} \sim e^{i/\hbar \int p dx}$ . Кинетическая энергия частицы с полной энергией  $E_0$  есть  $p^2/2m = E_0 - U$ , где  $U = Z_1 Z_2 e^2/r$  — потенциальная энергия кулоновского взаимодействия с другой частицей с зарядом  $Z_2 e$ . Отсюда  $p = \sqrt{2m(E_0 - U)}$ . В классической механике при  $E_0 \leq U$  проис-

<sup>3</sup>Напомним, что температура в 1 эВ примерно соответствует 11600 К.

ходит отражение частицы от потенциального барьера, т. е. частица не проникает в область  $r < r_1 = Z_1 Z_2 e^2 / E_0$ . В квантовой механике при рассмотрении  $r < r_1$  имеем:  $p = i\sqrt{2m(U - E_0)}$  и волновая функция частицы  $\psi \sim \exp[-1/\hbar \int_r^{r_1} \sqrt{2m(U - E_0)} dx]$ . Это означает, что всегда есть отличная от нуля вероятность подбарьерного перехода. Расчет показывает, что вероятность нахождения частицы под барьером ( $r < r_1$ )

$$w = |\psi|^2 \sim \exp[-2/\hbar \int_0^{r_1} \sqrt{2m(U - E_0)} dx] \sim e^{-\sqrt{\frac{A}{E_0}}}, \quad (5.15)$$

где

$$A \sim Z_1 Z_2 e^4 m_p / \hbar^2 \sim Z_1 Z_2 \alpha^2 m_p c^2 \quad -$$

постоянная, называемая энергией Гамова. Именно из-за малости  $\alpha$  вероятность подбарьерного перехода значительна даже для частиц с энергией  $E_0 \sim kT \ll U_C \sim \alpha m_p c^2$ . Интегрируя для максвелловского распределения частиц с энергией  $E > E_0 \sim e^{-\frac{E_0}{T}}$ , получаем скорость реакции

$$\langle \sigma v_0 \rangle [\text{см}^3/\text{с}] \sim \int e^{-\sqrt{A/E} - E/T} dE. \quad (5.16)$$

При концентрации взаимодействующих частиц  $n$  характерное время между взаимодействиями есть просто  $\tau \sim 1/(n\sigma v_0)$ .

Не имея здесь места для более подробного изложения, отошлем интересующихся читателей к глубокой монографии Д. А. Франк-Каменецкого «Физические процессы внутри звезд», М.: Физматгиз, 1959. Окончательный ответ для скорости реакции:

$$\langle \sigma v_0 \rangle \sim \exp \left[ - \left( \frac{\alpha_G}{kT} \right)^{1/3} \right], \quad (5.17)$$

где  $\alpha_G \approx Z_1 Z_2 A$  — энергия, характеризующая взаимодействующие ядра с зарядами  $Z_1, Z_2$ .

Полученный закон роста скорости реакций  $\exp[-1/T^{1/3}]$  с температурой отражает увеличение вероятности просачивания через барьер с ростом  $T$ , которое происходит значительно быстрее, чем уменьшение доли числа частиц с требуемой энергией при максвелловском распределении по скоростям.

Знание скорости реакции позволяет легко рассчитать изменение со временем концентрации  $n_i \rightarrow n_k$  взаимодействующих ядер  $i, k$  при их соударениях:

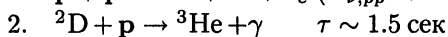
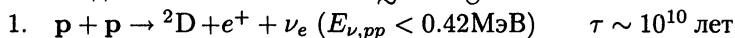
$$dn_i/dt = -dn_k/dt = -n_i n_k \langle \sigma v \rangle_{ik}.$$

Из этого следует, что в расчете на единицу массы вещества энерговыделение в ядерных реакциях пропорционально первой степени концентрации частиц и некоторой функции от температуры, определяющей скорость реакции.

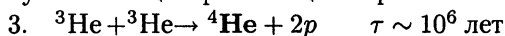
Рассмотрим теперь некоторые особенности основных термоядерных реакций, происходящих в звездах главной последовательности.

### 5.5.1. pp-цикл (Г. Бете, 1939)

Горение водорода с образованием гелия через pp-цикл преобладает в звездах небольших масс  $M \lesssim 1.3 M_{\odot}$ .



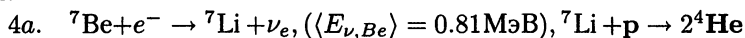
Для условий в центре Солнца с вероятностью 65%:



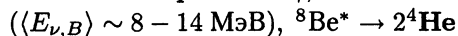
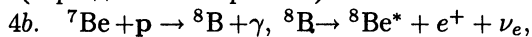
или (35%)



после чего



или (гораздо менее вероятно)



Таким образом, во всех ветвях (1–3 и 1–4) реакция завершается возникновением одного ядра  ${}^4\text{He}$  из четырех протонов (выделены жирным шрифтом); никакие элементы, кроме водорода, не расходуются.

*Замечания:*

А) 1-я реакция самая медленная, т. к. идет по каналу слабого взаимодействия. Именно она определяет темп энерговыделения на грамм вещества и время жизни звезды на главной последовательности.

Б) Дейтерий (2-я реакция) быстро вступает в реакцию с образованием гелия-3, равновесная концентрация дейтерия определяется отношением времен реакций (1) и (2), т. е.  $\sim 10^{-17}$ . Это важное свойство дейтерия быстро «выгорать» в звездах позволяет считать

большую часть дейтерия в межзвездной среде первичным, т. е. образованным при первичном нуклеосинтезе в ранней Вселенной. Изменение содержания первичного дейтерия — важнейший тест теории первичного нуклеосинтеза (см. главу 12).

В) Эффективность энерговыделения на грамм вещества зависит от температуры в высокой степени:

$$\epsilon_n[\text{эрг}/(\text{г} \cdot \text{с})] \sim \rho T^{4 \dots 8} \quad (5.18)$$

(плотность  $\rho$  входит в первой степени, т. к. расчет энерговыделения ведется на единицу массы). Отметим низкую среднюю «калорийность» ядерных реакций:  $L_{\odot}/M_{\odot} = 2 \text{ эрг}/(\text{г} \cdot \text{с})$  — примерно такое же энерговыделение имеет место в процессе химического разложения органических веществ.

### 5.5.2. Проблема солнечных нейтрино

При образовании атома гелия из четырех протонов нейтрино уносят энергию около 0.6 МэВ. Количество нейтрино  $N_{\nu}$ , излучаемых Солнцем, определяется светимостью Солнца, т. к. в термоядерных реакциях в Солнце при выделении 26.7 МэВ рождается два нейтрино. Отсюда следует  $dN_{\nu}/dt = 2L_{\odot}/(26.7 \text{ МэВ}) \simeq 1.8 \cdot 10^{38}$  нейтрино/с. Поток солнечных нейтрино на Земле  $F_{\nu} = N_{\nu}/4\pi(1 \text{ а. е.})^2 \sim 10^{11}$  частиц/(см<sup>2</sup>·с) (см. рис. 5.2). Отметим, что солнечные нейтрино имеют довольно широкий энергетический спектр, вплоть до энергий 14 МэВ.

Прямая проверка теории строения Солнца — наблюдение солнечных нейтрино наземными нейтринными детекторами (рис. 5.2). Электронные нейтрино высоких энергий (реакция 4b) регистрируются в хлор–аргонных экспериментах (эксперименты Дэвиса), которые устойчиво показывают недостаток нейтрино по сравнению с теоретическим значением для стандартной модели Солнца. Нейтрино низких энергий, возникающие непосредственно в pp-реакции, регистрируются в галлий–германиевых экспериментах (GALLEX в Гран Сассо (Италия–Германия) и SAGE на Баксанской нейтринной обсерватории ИЯИ РАН (Россия–США)). Результаты этих экспериментов также постоянно показывают дефицит наблюдаемого потока нейтрино (по результатам 1990–1995 гг. измеренный поток нейтрино составил  $70 \pm 15(1\sigma)$  SNU («standard neutrino units»), в то время как в стандартной модели Солнца ожидается 122 SNU).

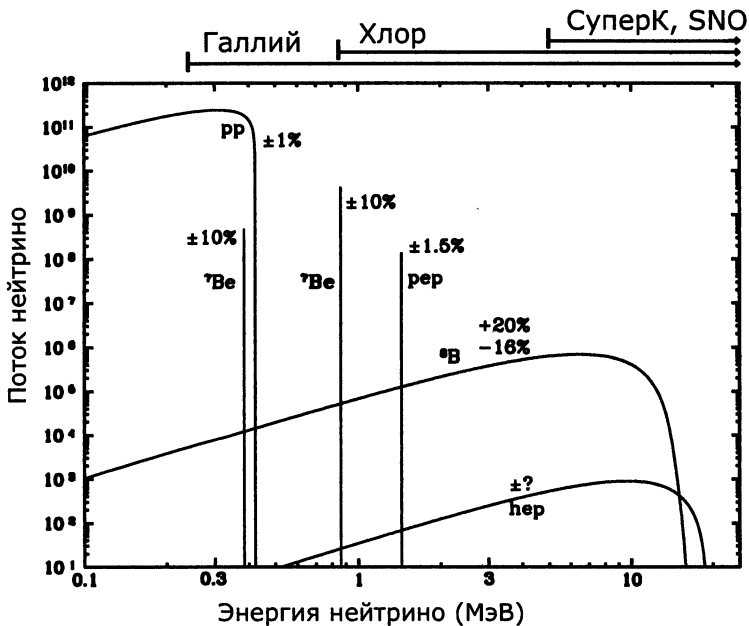
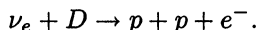


Рис. 5.2. Расчетный спектр потока солнечных нейтрино на Земле (в единицах [нейтрино/(см<sup>2</sup>·с·МэВ)]) в стандартной модели Солнца (J. Bahcall, M. Pinsonneaut 2000) от различных реакций *pp*-цикла и эксперименты, способные регистрировать нейтрино различных энергий. Процентами указана теоретическая неопределенность потока соответствующих нейтрино.

Если нейтрино имеют отличную от нуля массу покоя (современное ограничение из эксперимента на массу покоя электронного нейтрино составляет около 1 эВ), возможны осцилляции (превращения) различных сортов нейтрино друг в друга или в правополяризованные (стерильные) нейтрино, которые не взаимодействуют с веществом. Идея осцилляций солнечных нейтрино принадлежит выдающемуся итальянскому физика Б. Понтекорво (1968), работавшему в СССР. Позднее было показано, что осцилляции могут быть усилены при распространении нейтрино в веществе (эффект Михеева–Смирнова (1986)–Вольфенштейна (1978)). Мюонные и тау-нейтрино имеют гораздо меньшие сечения взаимодействия с веществом, чем электронное нейтрино, возникающее при ядерных реакциях в Солнце, поэтому наблюдаемый дефицит нейтрино может быть объяснен без изменения стандартной модели Солнца.

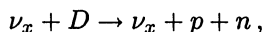
Осцилляции солнечных нейтрино были экспериментально обнаружены в 2001 г. на нейтринной обсерватории Садбюри (SNO) в Канаде. Установка SNO представляет собой сосуд, содержащий 1000 тонн сверхчистой тяжелой воды  $D_2O$  с небольшим добавлением соли  $NaCl$ , расположенный глубоко под землей. Объем просматривается 9456 фотоумножителями (ФЭУ), которые регистрируют черенковское излучение быстрых электронов, возникающих при взаимодействии энергичных нейтрино с атомами дейтерия по трем каналам:

1) Реакция диссоциации ядра дейтерия (CC), в которой участвуют только электронные нейтрино



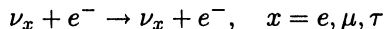
По этой реакции можно измерить поток электронных нейтрино, возникающих при распаде ядер  $^8B$ .

2) Реакция диссоциации ядра дейтерия (NC), в которой участвуют нейтрино всех сортов



где индекс  $x$  относится к электронным ( $e$ ), мюонным ( $\mu$ ) или тау ( $\tau$ )-нейтрино. Во втором случае образующийся нейтрон захватывается ядрами атомов в молекулах  $NaCl$ , а возбужденное состояние ядра распадается с испусканием фотона, который и детектируется ФЭУ. Это свойство позволяет отделить события, идущие по NC-каналу. По этой реакции можно измерить суммарный поток всех сортов нейтрино, попавших на детектор.

3) Реакция упругого рассеяния на электроне (идет через каналы CC и NC для всех сортов нейтрино)



(регистрируется также японским детектором Супер Камиоканда — «SK», использующим чистую воду в качестве детектора). В этой реакции измеряется сумма потоков электронных нейтрино и нейтрино других сортов ( $\mu, \tau$ ), однако уменьшенного в 6.5 раз из-за меньшего сечения рассеяния мю и тау-нейтрино на электронах.

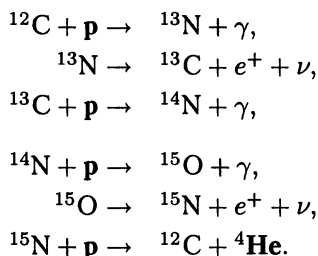
Сравнивая темп регистрации событий по каналам CC (с участием только электронных нейтрино) и NC (с участием нейтрино всех сортов), можно определить, есть ли в потоке нейтрино от Солнца,

мюонные и тау-нейтрино. Детекторы SK и SNO регистрируют одни и те же энергичные нейтрино, возникающие при распаде радиоактивного бора  ${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be}^* + e^+ + \nu_e$  (см. рис. 5.2). Если бы осцилляций электронных нейтрино не происходило, то, очевидно, поток регистрируемых CC-нейтрино и NC-нейтрино был бы одинаков. При наличии осцилляций  $\nu_e \rightarrow \nu_{\mu, \tau}$  поток NC-нейтрино должен возрастать. Как показали эксперименты, NC+CC-события в реакторе SK выше, чем CC-события в реакторе SNO.

Результат имеет высокую значимость и является самым сильным подтверждением осцилляций электронных нейтрино от Солнца в другие сорта (мюонные и тау). Анализ показывает, что эти данные лучше всего соответствуют решению т. н. полного смешивания нейтрино при распространении в веществе ( эффект Михеева–Смирнова–Вольфенштейна). Осцилляции электронных нейтрино в стерильные также пока не исключены, однако доля электронных нейтрино, осциллирующих в стерильное состояние, менее 30%. В 2002 году за решение проблемы солнечных нейтрино Р. Дэвису (США, создателю первого хлор-аргонного нейтринного детектора Брукхэвенской Национальной лаборатории) и М. Кошибе (Япония, один из создателей детектора Супер-Камиоканде) была присуждена Нобелевская премия по физике.

### 5.5.3. CNO-цикл

В звездах массивнее Солнца переработка водорода в гелий осуществляется преимущественно в цепочке реакций, называемых циклом CNO<sup>4</sup>. В этой цепочке реакций ядро углерода выступает в роли катализатора, т. е., в конечном счете, в CNO-цикле, как и в pp-цикле  $4p \rightarrow {}^4\text{He}$ :




---

<sup>4</sup>Доля энерговыделения в Солнце за счет CNO-цикла около 10%.

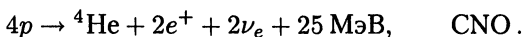
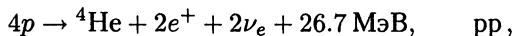


### Замечания

А) Энерговыведение на единицу массы чрезвычайно сильно зависит от температуры:

$$\epsilon[\text{эрг}/(\text{г} \cdot \text{с})] \sim \rho T^{16\dots 18}.$$

Б) Суммарное энерговыведение в обоих циклах примерно одинаково:



В CNO-цикле нейтрино уносят несколько больше энергии, чем в водородном (следствие того, что реакции идут при более высокой температуре).

#### 5.5.4. О характере движения квантов в недрах Солнца и звезд

Фотоны рождаются в зоне ядерных реакций в недрах Солнца, где плотность вещества около  $150 \text{ г}/\text{см}^3$ , а температура — около  $1 \text{ кэВ}$ . Физические условия в недрах Солнца и звезд с хорошей точностью соответствуют полному термодинамическому равновесию, поэтому энергия рождающихся фотонов распределена по закону Планка для АЧТ с температурой  $\sim 1 \text{ кэВ}$  (жесткий рентгеновский диапазон). Если нейтрино, имеющие ничтожное сечение взаимодействия с веществом ( $\approx 10^{-44} \text{ см}^2$ ), свободно (за время  $R_\odot/c \sim 2 \text{ с}$ ) покидают Солнце, то фотоны многократно поглощаются и рассеиваются<sup>5</sup>, пока достигнут внешних более прозрачных слоев атмосферы Солнца. Видимая «поверхность» Солнца — поверхность оптической толщины  $\tau \approx 1$  (оптическая толщина отсчитывается от наблюдателя вглубь Солнца) — называется фотосферой, ее эффективная температура, определяемая из соотношения  $L_\odot = 4\pi R^2 \sigma_B T_{eff}^4$ ,  $T_{eff}(\odot) \approx 5800 \text{ К}$  и характеризует физическое состояние внешних слоев Солнца. Температура быстро растет с глубиной.

При малых отклонениях от термодинамического равновесия (когда длина свободного пробега фотонов  $l$  мала по сравнению с размерами рассматриваемой области) перенос лучистой энергии хорошо описывается *диффузионным приближением*. В этом приближении [поток энергии] =  $-[\text{коэфф. диффузии}] \times \nabla[\text{плотность энергии}]$ :

<sup>5</sup>Средняя длина свободного пробега в центре Солнца по томсоновскому рассеянию  $l = 1/(n\sigma_T) \sim 0.03 \text{ см}$ .

$$F = -D\nabla\epsilon_r. \quad (5.19)$$

Здесь коэффициент диффузии  $D = \bar{c}\bar{l}/3$ , а средняя длина свободного пробега фотонов  $\bar{l}$  определяется коэффициентом непрозрачности  $\kappa$  [см<sup>2</sup>/г]

$$\bar{l} = \frac{1}{\kappa\rho}. \quad (5.20)$$

Например, для не слишком горячей плазмы основную роль играет тормозное (свободно–свободное) и свободно–связанное поглощение. Для поглощения, связанного со свободно–свободными переходами электронов,

$$\kappa_{\nu}^{ff} \sim \sqrt{T} \frac{\nu^3}{1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}}, \quad (5.21)$$

и средний коэффициент непрозрачности, который определяет перенос тепловой энергии фотонами (т. н. крамерсовская непрозрачность),

$$\kappa_{ff} \simeq 7 \cdot 10^{22} (\text{см}^2/\text{г}) \frac{\rho}{T^{7/2}}. \quad (5.22)$$

В общем случае коэффициент непрозрачности может быть записан как степенная функция от плотности и температуры вещества  $\kappa = \rho^m T^n$ , где показатели степени  $m, n$  зависят от химического состава плазмы и ее температуры. Его зависимость от температуры может быть как обратная, так и прямая, т. е. непрозрачность может как уменьшаться, так и увеличиваться с ростом температуры при различном физическом состоянии плазмы. На этом основан механизм пульсации некоторых звезд (цефеид).

В горячих звездах большой массы длина свободного пробега кванта определяется томсоновским рассеянием на свободных электронах (т. е. классическим рассеянием без изменения энергии рассеиваемого кванта). Поскольку в нерелятивистском пределе томсоновское рассеяние не зависит от частоты кванта, томсоновская непрозрачность постоянна,

$$\kappa_T = \frac{\sigma_T}{m_p} \approx 0.4 \text{ см}^2/\text{г}. \quad (5.23)$$

Плотность энергии равновесного излучения (см. главу 2):

$$\epsilon_r = a_r T^4, \quad (5.24)$$

а поток энергии в сферически-симметричном случае связан со светимостью на данном радиусе  $L(r)$  соотношением

$$F = \frac{L(r)}{4\pi r^2}. \quad (5.25)$$

Подставляя (5.20), (5.24) и (5.25) в уравнение (5.19), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для изменения температуры по радиусу в приближении лучистой теплопроводности:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4a_{rc}} \frac{\kappa \rho}{T^3} \frac{L(r)}{4\pi r^2}. \quad (5.26)$$

К этому уравнению, при применении его к внутреннему строению звезд, следует сделать одно замечание. Поток тепла из зоны ядерных реакций наружу на данном радиусе определяется эффективностью энерговыделения  $\epsilon(r)$ , и для поддержания стационарного теплопереноса излучением градиент температуры, согласно (5.26), должен все время «подстраиваться» под изменение температуры и непрозрачности. При увеличении  $L(r)$  на некотором радиусе значение градиента температуры может стать столь большим, что диффузионного переноса окажется недостаточно для переноса тепла наружу, и появятся условия для возникновения крупномасштабных движений вещества по радиусу (конвекция). В конвективной зоне устанавливается свой градиент температуры, соответствующий т. н. адиабатическому состоянию, при котором энтропия газа не изменяется вдоль радиуса (см. задачу 3 в конце этой главы).

В качестве важного примера оценим **время диффузии фотонов из центра Солнца**. При температуре больше 2 млн. градусов энергия переносится излучением (фотонами). Основной вклад в непрозрачность обусловлен рассеянием фотонов на электронах (томсоновское рассеяние). Эта зона простирается примерно до  $2/3$  радиуса Солнца ( $\sim 4 \cdot 10^{10}$  см). При больших оптических толщинах движение кванта носит характер случайных блужданий, что математически описывается уравнением диффузионного типа (см. Приложение). Время диффузии фотонов из ядра до границы зоны лучистого переноса  $t_d \sim R^2/D$ , где  $D = cl/3$  — коэффициент диффузии,  $l = 1/(n\sigma) = 1/\rho\kappa$  — длина свободного пробега фотона. Используя численные значения для  $\rho$  и  $\kappa$  получаем:

$$t_d \sim \left(\frac{R_{\odot}}{c}\right) \left(\frac{R_{\odot}}{l}\right) \sim 10^5 \text{ лет.}$$

При понижении температуры непрозрачность солнечного вещества возрастает (см. закон Крамерса (5.22) для свободно-свободного поглощения) из-за многочисленных линий железа и других тяжелых элементов и становится настолько большой ( $\kappa \sim 40 \text{ см}^2/\text{г}$ ), что стационарный поток тепла изнутри не может обеспечиваться диффузией фотонов, в результате чего возникают крупномасштабные конвективные движения вещества. Поэтому примерно 1/3 радиуса Солнца занимает конвективная зона. Время подъема конвективной ячейки в подфотосферные слои сравнительно невелико, несколько десятков лет.

Этот пример показывает, что время выхода тепловой энергии из недр Солнца (лучистая теплопроводность + конвекция) порядка нескольких сотен тысяч лет, что примерно в 100 раз меньше теплового времени Кельвина–Гельмгольца для Солнца (30 млн. лет). Отношение этих времен примерно равно доле энергии фотонов в полной тепловой энергии Солнца. Это нетривиальное утверждение следует из того, что за время диффузии квантов из центра Солнца при светимости  $L$  выходит энергия излучения  $E_r = Lt_d$ , а тепловое время  $t_{KH}$  определяется расходом запасенной тепловой энергии при заданной светимости:  $Q = Lt_{KH}$ .

### 5.5.5. Происхождение химических элементов до элементов железного пика

Химические элементы (до группы железа) возникли в звездах как результат взаимодействия протонов с последующим усложнением ядер уже возникших элементов, в основном, путем присоединения к ним протонов и  $\alpha$ -частиц в условиях высоких температур.

$^1\text{H}$  (протоны) имеют космологическую природу и возникли вблизи момента сингулярности (эпоха бариогенеза, см. главу 12). Легкие элементы:  $^2\text{H}$ ,  $^4\text{He}$ , и часть  $^7\text{Li}$  образовались на дозвездной стадии эволюции Вселенной в первые несколько минут после начала расширения, в эпоху первичного нуклеосинтеза.

В настоящую эпоху  $^4\text{He}$  образуется в звездах всех масс.  $\text{Li}$ ,  $\text{Be}$ ,  $\text{B}$  — образовались, в основном, при взаимодействии космических лучей с атомами межзвездной среды. В звездах они быстро «выгорают».  $\text{C}$ ,  $\text{N}$ ,  $\text{O}$  — возникают в звездах умеренных масс (чуть больше солнечной). Элементы от  $^{20}\text{Ne}$  до элементов группы железа ( $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{59}\text{Ni}$ ) возникают в сверхгигантах с  $M > 20M_\odot$ . Они образуются путем последовательного присоединения  $\alpha$ -частиц к ядрам  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,

$^{20}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{28}\text{Si}$ , и захвата нейтронов, при котором возникают ядра с атомным весом, не кратным 4. Элементы за группой железа рождаются на конечных стадиях эволюции звезды — при вспышках сверхновых. Вопросы их образования обсуждаются в дальнейших главах.

### 5.5.6. Уравнения внутреннего строения звезд и Солнца

Теперь мы можем привести основные уравнения, которые описывают внутреннее строение звезд (и Солнца). Пусть  $L$ ,  $M$  и  $R$  — светимость, масса и радиус звезды,  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  — относительное содержание по массе водорода, гелия и более тяжелых элементов ( $X + Y + Z = 1$ ), соответственно,  $\kappa$  — коэффициент непрозрачности звездного вещества ( $d\tau = \kappa \rho dr$ ).

#### 1) Уравнение гидростатического равновесия:

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{GM(r)}{r^2} \quad (5.27)$$

#### 2) Уравнение состояния:

$$P = P_{gas} + P_{rad},$$

$$P_{gas} = \frac{\rho RT}{\mu(X, Y, Z)}, \quad P_{rad} = \frac{a_r T^4}{3}, \quad (5.28)$$

где  $\mu$  — молекулярный вес звездного вещества. Например, для полностью ионизованной плазмы  $1/\mu = 2X + (3/4)Y + (1/2)Z$ ; для Солнца  $X \approx 0.75$ ,  $Y \approx 0.23$ ,  $Z \approx 0.02$  и  $\mu_{\odot} \approx 0.6$  (за исключением фотосферы, где водород и гелий частично ионизованы и ядра, где химический состав изменен из-за ядерных реакций).

#### 3) Связь массы и плотности:

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r). \quad (5.29)$$

#### 4) Условия нормировки:

$$\int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) dr = M, \quad \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) \varepsilon(r) dr = L, \quad (5.30)$$

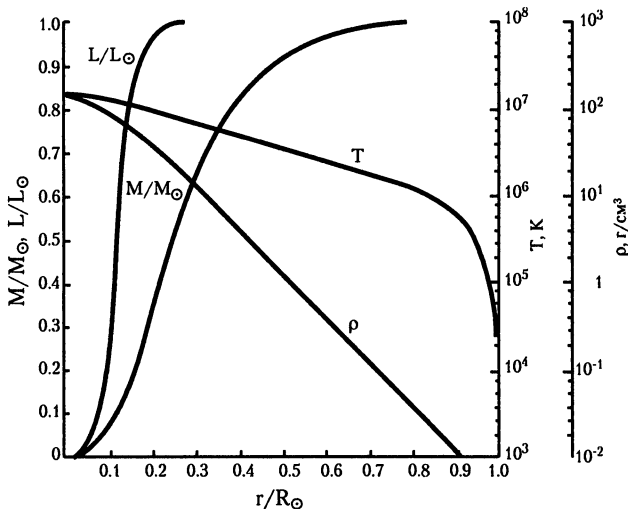


Рис. 5.3. Схема, иллюстрирующая внутреннее строение Солнца в стандартной модели с химическим составом  $X = 0.708$ ,  $Y = 0.272$ ,  $Z = 0.0020$ , центральной плотностью  $\rho_c = 158 \text{ г см}^{-3}$  и центральной температурой  $T_c = 1.57 \cdot 10^7 \text{ К}$ . По работе Guenther et al. *ApJ*, v. **387**, p. 372 (1992).

где  $\varepsilon(r)$  — темп выделения термоядерной энергии в элементе единичной массы при тех значениях  $T$  и  $\rho$ , которые существуют на расстоянии  $r$  от центра звезды.

Для того, чтобы получить решение уравнений и рассчитать плотность и температуру внутри звезды, к этим уравнениям добавляют

5) **Уравнение переноса** энергии от центра к краю (уравнение энергетического баланса (5.26)). При наличии конвекции это уравнение заменяется на уравнение для адиабатического градиента температуры.

6) **Уравнение, описывающее энерговыделение в ядре:**

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \varepsilon, \quad \varepsilon = \varepsilon(T, \rho, X, Y), \quad (5.31)$$

где  $\varepsilon$  — удельное энерговыделение.

Распределения  $\rho(r)$ ,  $M(r)$ ,  $L(r)$  и  $T(r)$  для стандартной модели Солнца показаны на рис. 5.3. Параметры внутренней структуры Солнца приведены в Таблице 5.1.

Таблица 5.1. Границы зон внутреннего строения Солнца и их химический состав

Область	Размер в ед. $R_{\odot} \approx 7 \cdot 10^{10} \text{см}$	Химический состав и физическое состояние
Ядро	0.2	В центре: He(0.63), H(0.35), металлы (0.02), полная ионизация
Зона лучистой теплопроводности	0.5	He(0.23), H(0.75), металлы (0.02), высокая ионизация
Конвективная зона	0.3	низкая степень ионизации
Фотосфера	0.002	низкая степень ионизации
Граница фотосферы	1.000	
Хромосфера	0.02	низкая степень ионизации
Корона	$\approx 5$	высокая степень ионизации

## 5.6. Роль давления излучения в массивных звездах. Эддингтоновский предел светимости

В недрах звезд существенную роль может играть давление излучения. Из-за высокой непрозрачности во внутренних частях звезды условия близки к ТДР, поэтому с высокой точностью давление излучения определяется формулой для абсолютно черного тела

$$P_r = \frac{a_r T^4}{3}, \quad (5.32)$$

где  $a_r = 4\sigma_B/c$  — постоянная излучения (см. главу 2). Чем массивнее звезда, тем выше температура в ее центральных частях, и тем большую роль начинает играть давление излучения.

Следуя Эддингтону, можно ввести параметр, характеризующий вклад давления излучения в полное давление,

$$\beta = \frac{P_g}{P_g + P_r},$$

где  $P_g$  — газовое давление. Очевидно,  $\beta \rightarrow 0$  в случае преобладания давления излучения. Уравнения внутреннего строения звезды легко обобщаются с учетом давления излучения (5.32). Для этого везде под давлением нужно понимать полное давление  $P_{tot} = P_g + P_r = P_g/\beta$ . Отметим несколько важных следствий такого обобщения.