ВЛИЯНИЕ РАССЕЯНИЯ НА ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассеивающие среды чрезвычайно распространены в природе. Для высокотемпературной плазмы, часто встречающейся в астрофизических источниках (горячие короны звезд, аккреционные диски вокруг нейтронных звезд и черных дыр в тесных двойных системах и ядрах галактик, горячий газ в скоплениях галактик и т. д.) важным (иногда основным) физическим механизмом взаимодействия излучения и вещества является рассеяние фотонов на свободных электронах (комптоновское рассеяние). Роль рассеяния сводится не только к изменению траектории фотона (а значит, к изменению интенсивности вдоль луча зрения), но и к изменению его энергии (прямой и обратный комптон-эффект). При макроскопическом описании в терминах уравнения переноса ограничимся случаем рассеяния без изменения энергии фотонов (т. н. *когерентное рассеяние*, или упругое рассеяние), которое изменяет только интенсивность и поляризацию излучения.

Важное приложение такого эффекта — рассеяние на нерелятивистских электронах[1].

D.1. Случай чистого рассеяния

Пусть среда только рассеивает излучение. Будем считать в первом приближении, что вероятность рассеяния фотона одинакова в

[1]Многократное рассеяние даже в этом случае может приводить к заметным искажениям спектра (т. н. эффект комптонизации излучения)!

любом направлении (то есть индикатриса рассеяния сферически симметричная). Тогда объемный коэффициент излучения (энергия, испускаемая элементарным объемом в единицу времени по всем направлениям)

$$j_\nu = \sigma_\nu J_\nu, \tag{D.1}$$

где σ_ν — коэффициент поглощения для рассеяния или просто *коэффициент рассеяния* с размерностью [см$^{-1}$] (не путать с сечением поглощения с размерностью площади!). Важное отличие рассеянного от, скажем, теплового излучения состоит в том, что интенсивность рассеянного излучения пропорциональна интенсивности излучения, падающего на элементарный объем, в то время как при тепловом излучении выходящий спектр определяется функцией источника, которая зависит только от температуры, и коэффициентом поглощения. В качестве функции источника для чистого рассеяния можно взять среднюю интенсивность J_ν:

$$S_\nu^{scat} = J_\nu = \frac{1}{4\pi}\int I_\nu d\Omega \tag{D.2}$$

и уравнение переноса примет вид:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\sigma_\nu(I_\nu - J_\nu)\,. \tag{D.3}$$

Как мы подчеркивали, это интегро-дифференциальное уравнение для интенсивности непрерывного излучения, т. к. функция источника сама определяется интенсивностью. Существуют специальные методы приближенного решения таких задач, которые мы здесь не будем рассматривать. Кроме того, в случае рассеяния линейчатого излучения нужно учитывать также доплеровский сдвиг частот рассеянных фотонов (см. монографию В. В. Соболева «Курс теоретической астрофизики», 3-е изд., М.: Физматгиз, 1985).

D.2. Связь числа рассеяний с оптической толщей

Остановимся на крайне полезной для простых оценок трактовке эффектов рассеяния излучения как на процессе *случайных блужданий* отдельных квантов.

Выше упоминалось, что поглощение фотона в среде тоже может рассматриваться с вероятностных позиций: вероятность поглощения в области с оптической толщиной τ_ν есть $e^{-\tau_\nu}$. Аналогично, в случае изотропного рассеяния можно говорить о равной вероятности рассеяния кванта в равные телесные углы. Длина свободного пробега фотона до рассеяния или поглощения становится основной характеристикой.

Рассмотрим бесконечную рассеивающую среду. Пусть фотон проходит расстояние $\mathbf{r}_i$ до каждого i-го рассеяния. Через N шагов смещение фотона из первоначального положения будет равно

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \ldots \mathbf{r}_N . \tag{D.4}$$

Очевидно, среднее значение вектора $\langle \mathbf{R} \rangle = 0$. Отличной от нуля величиной будет средний квадрат смещения:

$$l_*^2 \equiv \langle \mathbf{R}^2 \rangle = \langle \mathbf{r}_1^2 \rangle + \langle \mathbf{r}_2^2 \rangle + \ldots + \langle \mathbf{r}_N^2 \rangle + 2\langle \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 \rangle + \ldots . \tag{D.5}$$

После усреднения все средние квадраты i-х смещений дадут квадрат средней длины свободного пробега l, а средние скалярные произведения будут равны нулю (как среднее значение косинуса угла между направлением до и после рассеяния для изотропного рассеяния; это утверждение остается справедливым и в случае любого рассеяния с симметрией вперед–назад, например томсоновского или рэлеевского). Тогда

$$l_*^2 = N l^2, \qquad l_* = \sqrt{N} l . \tag{D.6}$$

То есть корень из среднего квадрата смещения фотона при рассеянии возрастает как корень квадратный от числа рассеяний.

Пусть среда характеризуется размером L, и оптическая толщина по рассеянию больше единицы. Фотон будет рассеиваться до тех пор, пока не выйдет из среды. При этом по порядку величины можем положить $l_* \sim L$, то есть число рассеяний внутри среды $N \sim L^2/l^2$. Так как l есть средняя длина свободного пробега фотона, то вспоминая смысл оптической толщи τ, получаем

$$N \sim \tau^2, \qquad \tau \gg 1 . \tag{D.7}$$

В случае оптически тонких сред вероятность рассеяния $1 - e^{-\tau} \sim \tau$ и

$$N \sim \tau, \qquad \tau \ll 1 , \tag{D.8}$$

поэтому для сред произвольной оптической толщи для грубых оценок можно положить

$$N \approx \tau^2 + \tau \quad \text{или} \quad N \approx \max(\tau, \tau^2) . \tag{D.9}$$

D.3. Случай рассеяния и поглощения

Что же понимать под оптической толщей в случае, когда в среде есть и рассеяние, и поглощение? Например, в не слишком горячих фотосферах звезд плазма частично ионизована, поэтому прежде чем поглотиться ионом, фотон может несколько раз рассеяться на свободных электронах. Для рассмотренного выше простейшего случая когерентного рассеяния (функция источника равна средней интенсивности, а коэффициент поглощения из-за рассеяния равен σ_ν) и теплового излучения (функция источника есть функция Планка, коэффициент истинного поглощения α_ν) уравнение переноса записывается в виде

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu(I_\nu - B_\nu) - \sigma_\nu(I_\nu - J_\nu)\,. \qquad \text{(D.10)}$$

Вводя комбинированную функцию источника

$$S_\nu = \frac{\alpha_\nu B_\nu + \sigma_\nu J_\nu}{\alpha_\nu + \sigma_\nu}\,, \qquad \text{(D.11)}$$

получаем (интегро-дифференциальное) уравнение

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -(\alpha_\nu + \sigma_\nu)(I_\nu - S_\nu)\,. \qquad \text{(D.12)}$$

Можно ввести коэффициент полного поглощения (***коэффициент экстинкции***) $\alpha_\nu + \sigma_\nu$ и соответственно полную оптическую толщину $d\tau_\nu = (\alpha_\nu + \sigma_\nu)ds$. В пределе больших оптических толщин мы, конечно, получим приближение к термодинамическому равновесию, $J_\nu \to B_\nu$, $S_\nu \to B_\nu$.

Среднюю длину свободного пробега фотона теперь можно записать как

$$l_\nu = \frac{1}{\alpha_\nu + \sigma_\nu}\,. \qquad \text{(D.13)}$$

Вероятность того, что свободный пробег фотона закончится истинным поглощением есть

$$\epsilon_\nu = \frac{\alpha_\nu}{\alpha_\nu + \sigma_\nu}\,, \qquad \text{(D.14)}$$

а рассеянием —

$$1 - \epsilon_\nu = \frac{\sigma_\nu}{\alpha_\nu + \sigma_\nu}\,. \qquad \text{(D.15)}$$

Рассмотрим для примера бесконечную среду и тепловое излучение. Фотон рождается в глубине в результате какого-нибудь элементарного процесса и в общем случае рассеивается N раз до того, как поглотиться (исчезнуть). При этом он проходит среднеквадратичный путь l_*. Вероятность поглотиться на пути, равном длине свободного пробега, есть ϵ_ν, следовательно число рассеяний до поглощения будет $N = 1/\epsilon_\nu$. Тогда из (D.6) находим

$$l_*^2 = \frac{l^2}{\epsilon_\nu}, \qquad l_* = \frac{l}{\sqrt{\epsilon_\nu}}, \tag{D.16}$$

и с учетом (D.13)

$$l_* \approx \frac{1}{\sqrt{\alpha_\nu(\alpha_\nu + \sigma_\nu)}}. \tag{D.17}$$

Длина l_* характеризует среднюю длину свободного пробега фотона до момента поглощения в среде с рассеянием. Ее называют *диффузионной длиной, длиной термализации* или *эффективной длиной свободного пробега* (вообще говоря, она зависит от частоты кванта).

Для сред с конечными размерами L вводят *эффективную оптическую толщину* $\tau_* = L/l_*$, которую также можно записать через оптическую толщину по поглощению $\tau_a = \alpha_\nu L$ и по рассеянию $\tau_s = \sigma_\nu L$:

$$\tau_* \approx \sqrt{\tau_a(\tau_a + \tau_s)}. \tag{D.18}$$

Среда эффективно прозрачна, если $\tau_* \ll 1$. Монохроматическая светимость (мощность излучения) такой среды в случае теплового излучения есть просто

$$L_\nu = 4\pi\alpha_\nu B_\nu V, \quad (\tau_* \ll 1), \tag{D.19}$$

где V — полный объем излучающей области.

В случае $\tau_* \gg 1$ среда эффективно оптически толстая. Фотоны на глубине l_* термализуются (на таких глубинах устанавливается термодинамическое равновесие $I_\nu \to B_\nu$, $S_\nu \to B_\nu$). Монохроматическая светимость может быть оценена (точное значение должно находиться из уравнения переноса с соответствующими граничными условиями!) как светимость слоя толщиной l_* и площадью A:

$$L_\nu \approx 4\pi\alpha_\nu B_\nu A l_* \approx 4\pi\sqrt{\epsilon_\nu} B_\nu A, \quad (\tau_* \ll 1). \tag{D.20}$$

В пределе отсутствия рассеяния $\epsilon_\nu \to 1$ для оптически толстого плоского слоя мы должны получить излучение АЧТ, и $L_\nu \to \pi B_\nu A$, коэффициент 4π в последней формуле следует заменить на π. Однако на практике используют более точные приближения решения уравнения переноса. Например, в т. н. эддингтоновском приближении, когда ϵ не зависит от глубины, эффективная оптическая толща есть $\tau_* = \sqrt{3\tau_a(\tau_a + \tau_s)}$. Более подробно перенос излучения в среде с рассеянием рассмотрен в монографии В. В. Соболева «Курс теоретической астрофизики». М.: Наука, 1985.