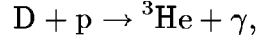


Задача. Расчет космологических моделей дает содержание дейтерия относительно водорода  $10^{-3}$ – $10^{-4}$ . Найти значение массы звезды, при которой пойдет реакция



(т. е. нужно проверить не только, сможет ли начаться реакция, но и успеет ли она пройти по сравнению со временем остывания, задержит ли она остывание).

## Глава 7. НОВЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ. МЕХАНИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЗВЕЗД

### § 7.1. Общая теория относительности — ОТО

Везде выше мы пользовались ньютоновской теорией тяготения, условие применимости которой  $|\varphi| \ll c^2$ . Введем пока формально понятие гравитационного радиуса  $r_g$  — величины, при которой параболическая скорость убегания с поверхности становится равной  $c$  в рамках ньютоновской теории:

$$\frac{GM}{r_g} = \frac{c^2}{2} \text{ откуда } r_g = \frac{2GM}{c^2}.$$

Численно  $r_g = 3 \cdot 10^5 (M/M_\odot)$ .

Качественно эффекты ОТО можно учесть следующим образом: там, где в ньютоновской теории сила тяжести пропорциональна  $GM/R^2$ , в ОТО эта сила  $\sim GM/(R(R - r_g))$ , т.е. сила тяготения обращается в бесконечность на  $r_g$ . Найдем теперь величину средней плотности, при которой эффекты ОТО становятся важными:

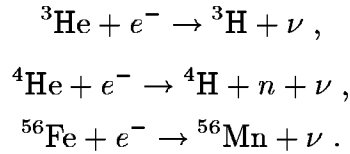
$$\bar{\rho}_{\text{cr}} = \frac{M}{\frac{4\pi}{3}R^3} < \frac{M}{\frac{4\pi}{3}r_g^3} = 2 \cdot 10^{16} \left(\frac{M_\odot}{M}\right)^2 \text{ г/см}^3.$$

Отсюда вывод: чем больше масса, тем при меньшей плотности достигаются релятивистские эффекты. Например, для квазаров  $M \sim 10^8 M_\odot$  они становятся важны при  $\bar{\rho}_{\text{cr}} \sim 1 \text{ г/см}^3$ , т.е. вещество локально находится в обычном состоянии, а релятивистские эффекты появляются просто из-за того, что его много. Для обычных звезд  $\bar{\rho}_{\text{cr}} \sim 10^{16} \text{ г/см}^3$ , и здесь сначала будут проявлять себя специфические эффекты вещества (нейтронизация, диссоциация ядер и пр.).

### § 7.2. Нейтронизация

Возьмем область, где  $kT < m_e c^2$  и  $\rho \gg 10^6 \mu_e$ , т.е. температура низка, а плотность велика. При этом тепловые движения нерелятивистские, а принцип Паули из-за высокой плотности заставляет электроны двигаться с релятивистскими скоростями. С точки зрения излучения это вещество холодное,

так как нижние состояния заняты, но с точки зрения ядерных реакций это вещество горячее, так как частицы могут исчезать и отдавать свою энергию в процессах следующего типа:



Такие процессы называют нейтронизацией вещества (см. § 5.4). Нейтронизация — пороговый процесс и для разных элементов происходит при разных энергиях электронов. Например, для первой реакции порог нейтронизации 18 МэВ, для второй — 20 МэВ, для третьей — 4 МэВ. Так как граничная энергия Ферми однозначно связана с плотностью, то соответственно нейтронизация вещества для различных элементов начинается при разных плотностях. Например, первая реакция может идти и при  $\rho < 10^6$  г/см<sup>3</sup>, а вторая идет только при  $\rho > 10^{11}$  г/см<sup>3</sup>.

К чему ведет нейтронизация? Мы видим, что в этих реакциях уменьшается количество электронов, сохраняется число ядер, но их заряд убывает. Здесь мы имеем дело с очень тонким равновесием.

На графике  $\lg P - \lg \rho$  кривая уравнения состояния вещества в нерелятивистской области имеет наклон 5/3, а в релятивистской 4/3 (см. рис. 42). Будем на этом же графике наносить прямые  $P_c = P_1 G M^{2/3} \rho_c^{4/3}$ , которые получаются из условия гидростатического равновесия. Точки их пересечения с предыдущей кривой дадут положения равновесия для различных масс. Очевидно, в начале точка пересечения движется медленно с увеличением массы, а затем — очень быстро. В идеальном случае (т.е. без учета эффектов ОТО и нейтронизации)  $\rho \rightarrow \infty$  при  $M \rightarrow M_{ch}$  (чандрасекаровский предел).

Из-за нейтронизации на кривой  $\lg P - \lg \rho$  появляются изломы, так как электроны, которые обеспечивают упругость вещества, “вдавливаются” в ядра.

Нейтронизация — это фазовый переход первого рода, при котором давление зависит от плотности так, как это изображено на рис. 43. Мы видим,

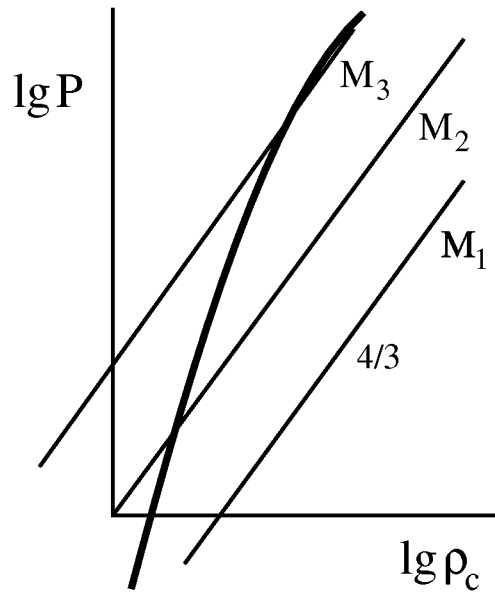


Рис. 42:

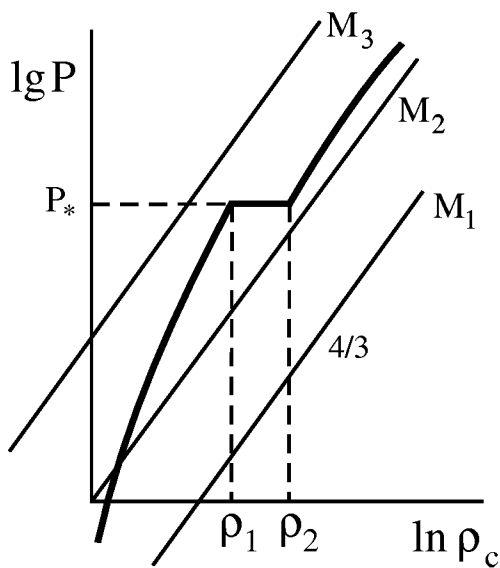


Рис. 43:

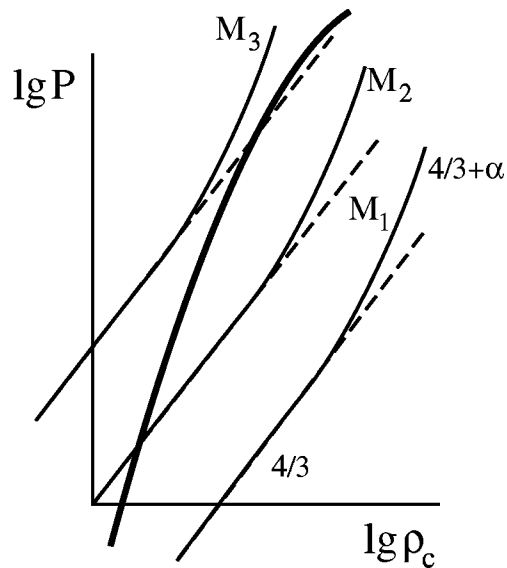


Рис. 44:

что если раньше равновесие массы еще было возможно, то теперь это не так, т.е. при  $M_{кр} < M_{ch}$  происходит потеря устойчивости.

С другой стороны, эффекты ОТО из-за того, что давление имеет “вес”, изменяют условия гидростатического равновесия. Так как теперь сила тяжести пропорциональна  $GM/R(R - r_g)$ , условие равновесия теперь запишется в виде  $P = \alpha \rho^{4/3+\alpha}$ , где  $\alpha > 0$ , т.е. наклон прямых  $M_1, M_2, M_3$  нарастает с увеличением  $\alpha$  (рис. 44).

Чандрасекар ограничил значение массы  $M$ , а  $\rho$  могло быть бесконечным. Теперь мы видим, что есть и предельное значение  $\rho$ .

Все эти эффекты приводят к изгибам кривой  $M(\rho_c)$ , что в конечном итоге приводит к потере устойчивости (рис. 45). Формальный расчет с разными значениями  $\rho_c$  дает максимальное значение массы  $M_{max}$  и при  $M < M_{max}$  два решения с различными значениями  $\rho_c$ . Решение с большей плотностью ( $\rho_2 > \rho_{кр}$  на рис. 45) оказывается неустойчивым. Как это можно показать?

Мы видим, что для одной массы  $M_0$  существует два решения. Можно считать, что одно из этих решений (скажем с  $\rho_c = \rho_2$ ) является возмущением другого ( $\rho_c = \rho_1$ ). Это значит, что

$$r_2(m) = r_1(m) + \delta r(m), \quad 0 \leq m \leq M.$$

В общем случае собственные функции уравнения для малых возмуще-

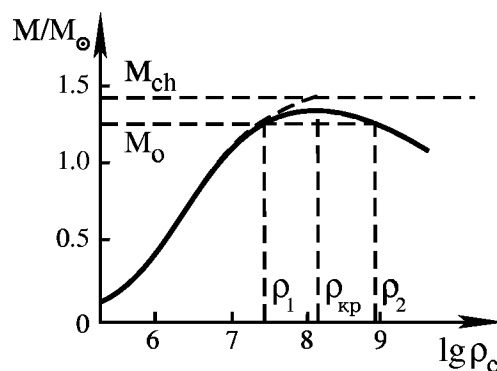


Рис. 45:

ний должны иметь вид

$$\delta r(m, t) = e^{i\omega t} \delta r(m).$$

Такая запись возмущения является вполне естественной. Это следствие того, что в решении не должно быть выделенного момента, т.е. сдвиг по времени должен приводить к решению. Кроме того, задача линейна, т.е. решение, умноженное на константу, тоже является решением. Эти условия определяют зависимость возмущения от времени. Они дают экспоненту, так как только для нее сдвиг по времени эквивалентен умножению на константу, т.е.  $E^{i\omega(t+t_0)} = A e^{i\omega t}$ , где  $A = e^{i\omega t_0}$ .

В нашем случае  $\delta r$  от  $t$  не зависит, т.е.  $\omega = 0$  в общем решении. Поскольку мы знаем, что при  $\rho < \rho_{\text{кр}}$  модели были устойчивыми, для них было  $\omega_k^2 > 0$ . При  $\rho = \rho_{\text{кр}}$  мы получили, что  $\omega_k^2 = 0$  для некоторого  $k$ . Для физика этого уже достаточно, чтобы утверждать, что при  $\rho > \rho_{\text{кр}}$   $\omega_k^2 < 0$ , т.е.  $\delta r \sim e^{\lambda t}$ , а это и означает неустойчивость. Конечно, можно убедиться в этом и более строго, например, если исследовать форму экстремума энергии. При  $\rho < \rho_{\text{кр}}$  экстремум, соответствующий равновесию, является минимумом, а при  $\rho > \rho_{\text{кр}}$  — максимумом.

При остывании звезды с  $M > M_{\text{ch}}$  при некоторой температуре происходит срыв. До этого момента эволюция определяется скоростью остывания, затем происходит потеря устойчивости с характерным гидродинамическим временем.

### § 7.3. Два типа энергетических потерь

Обычная звезда находится в гидростатическом равновесии, при котором силы тяготения уравновешены градиентом давления. Если нет вырождения, то давление тепловое. Потери энергии звездой приводят к тому, что состояние равновесия все время изменяется. При этом надо различать два принципиально разных типа энергетических потерь — обратимые и необратимые.

1. Процессы, при которых происходят однократные потери энергии, т.е. процессы типа ионизации, диссоциации, рождение пар  $e^+$ ,  $e^-$  и т.п. являются обратимыми. После того как произошло превращение, потери энергии прекращаются. Такие процессы можно характеризовать величиной  $E$  [эрг/г], т.е. количеством энергии, которую нужно затратить, чтобы перевести вещество в новое состояние.

2. Процессы, при которых образуются частицы, способные уходить из системы и уносить энергию, являются необратимыми. Типичными примерами является рождение пар  $\gamma$ -квантов и особенно пар нейтрино-антинейтрино. Звезды почти всегда практически прозрачны для нейтрино. На конечных стадиях эволюции потери энергии через нейтринные процессы являются преобладающими. Процессы такого типа характеризуются величиной  $Q$  [эрг/г·с], т.е. энергией, теряемой граммом вещества в секунду.

Рассмотрим более подробно обратимые потери. Этот тип потерь лучше назвать не потерями, а особенностями уравнения состояния. Рассмотрим уравнение состояния  $P(\rho, S)$ , где  $S$  — удельная энтропия для идеального газа, состоящего из атомарного водорода.

При низкой температуре ( $T < T_{\text{иониз}}$ )

$$S = -\mathcal{R} \ln \rho + \frac{3}{2} \mathcal{R} \ln T + K_{\text{H}},$$

$\mathcal{R}$  — универсальная газовая постоянная, а  $K_{\text{H}}$  — так называемая химическая константа водорода.

При высокой температуре, когда весь водород ионизован, газ состоит из двух компонент — протонной и электронной. Поскольку энтропия адитивна, получаем

$$S = -\mathcal{R} \ln \rho_e + \frac{3}{2} \mathcal{R} \ln T_e + K_e - \mathcal{R} \ln \rho_p + \frac{3}{2} \mathcal{R} \ln T_p + K_p,$$

где  $K_e$  и  $K_p$  — химические константы электронного и протонного газов. Так как статические и атомные веса  $\text{H}$  и  $p$  почти равны, имеем  $K_p \simeq K_{\text{H}}$ .

Из первого соотношения мы видим, что

$$T = e^{K_{\text{H}}/\mathcal{R}} e^{2S/3\mathcal{R}} \rho^{2/3}.$$

Таким образом, при постоянной энтропии  $T \sim \rho^{2/3}$ , а давление

$$P = \frac{\mathcal{R} \rho T}{\mu} = B_1 \rho^{5/3}, \quad B_1 \sim e^{\frac{2}{3} \frac{S}{\mathcal{R}}}. \quad (7.1)$$

С другой стороны, при  $T \gg T_{\text{иониз}}$

$$P = B_2 \rho^{5/3}, \quad B_2 \sim e^{\frac{1}{3} \frac{S}{\mathcal{R}}},$$

т.е. есть и до и после ионизации наклон прямой в переменных  $\lg P - \lg \rho$  один и тот же и равен  $5/3$ . Но в промежуточной области мы имеем почти изотермический участок, где  $P \sim \rho$  (рис. 46). Ионизация происходит в узком интервале температур, поскольку по Саха

$$[p][e^-]/[\text{H}] \sim e^{-J/kT},$$

где  $J$  — потенциал ионизации.

По другому это можно понять, если вспомнить, что в неионизованном газе  $C_V dT = -P dV$ ,  $E = C_V T$ , откуда

$$P = \frac{2}{3 \rho C_V T}.$$

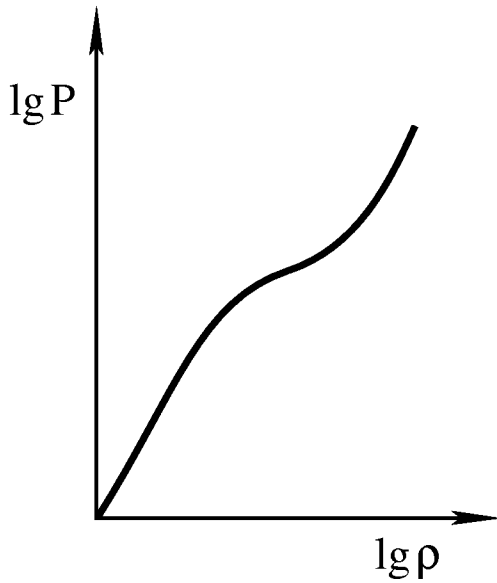


Рис. 46:

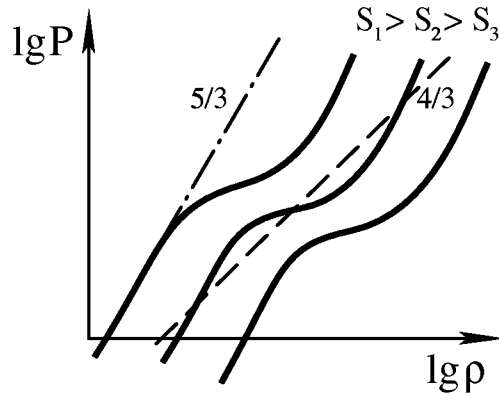


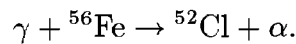
Рис. 47:

После ионизации  $E = C_V T + J/m_p$ . Из-за того, что часть работы уходит на ионизацию, давление оказывается ниже, чем по формуле (7.1).

Теперь займемся фигурами равновесия. Рассмотрим водородную самогравитирующую конфигурацию, когда ионизация еще не произошла (модель протозвезды). Ясно, что при этом происходит сжатие, и на графике  $\lg P - \lg \rho$  появляются три равновесных решения, два из которых устойчивы, а одно неустойчиво (см. рис. 47)<sup>6</sup>. При еще более низких энтропиях (меньших  $S_3$ ) остается одно устойчиво состояние. Ясно, что переход из одного устойчивого состояния в другое происходит скачком.

Все это происходит при температурах  $\sim 10^4 \text{K} \sim 1 \text{ эВ}$ , т.е. при температурах, гораздо меньших потенциала ионизации ( $J \sim 13,6 \text{ эВ}$ ). В формуле Саха экспонента мала, но велик предэкспоненциальный множитель.

Теперь рассмотрим другой механизм потери устойчивости, который важен при температурах  $\sim 0,5 \text{ МэВ}$ . Это механизм фотодиссоциации железа, впервые рассмотренный Хойлом и Фаулером:



Если уж началась диссоциация железа, то разваливаются и другие элементы, вплоть до гелия. На частицу при этом поглощается энергия  $\sim 7 \text{ МэВ}$ . Всего получается 17 частиц ( $13 {}^4\text{He} + 4n$ ). Таким образом полная энергия диссоциации составляет  $J = 1 \times 7 = 120 \text{ МэВ}$  на ядро  ${}^{56}\text{Fe}$ . Однако фотодиссоциация начинается при температурах  $kT \ll J$  опять же из-за большой величины

<sup>6</sup>Среднее решение неустойчиво, так как сжатие звезды (т.е. рост плотности) приводит к давлению, меньшему равновесного.

предэкспоненциального множителя в формуле Саха. Этот множитель, который описывает статистический вес диссоциированного состояния, велик, так как образуется много частиц.

В качестве примера приведем два значения  $T_{\text{дис}}$  при разных плотностях:

$\rho$ (г/см <sup>3</sup> )	$10^3$	$10^4$
$T_{\text{дис}}$ (К)	$4 \cdot 10^9$	$5,8 \cdot 10^9$
$T_{\text{дис}}$ (МэВ)	0,3	0,5

В результате фотодиссоциации железа происходит потеря устойчивости и звезда начинает быстро (за гидродинамическое время) сжиматься. Этот процесс подобен взрыву, но движение вещества направлено внутрь, поэтому он называется имплозией (в отличие от обычного взрыва “explosion”). Кривые на плоскости  $\lg P - \lg \rho$  при этом подобны изображенным на рис. 47.

Поскольку во внешних слоях звезды могут оставаться несгоревшие элементы (С, О и пр.), а при имплозии происходит сильный нагрев вещества, то возможно выделение ядерной энергии, при котором имплозия сменяется обычным взрывом, направленным наружу. Раньше думали, что этот механизм может объяснить взрыв звезд с массой  $M > 10 M_{\odot}$  как сверхновых, однако самые последние расчеты показывают, что имплозия не сменяется взрывом. Энергия уходит из звезды в виде нейтрино (см. § 7.4).

В заключении рассмотрим случай, когда в термодинамическом равновесии может находиться большое количество электронно-позитронных пар. Пусть давление излучения  $\sim aT^4$  много больше давления вещества  $\mathcal{R}\rho T$ , но плотность вещества все еще больше плотности излучения:

$$\rho > aT^4/c^2.$$

Из термодинамического соотношения

$$TdS = \frac{4aT^3 dT}{\rho} \Big|_{\rho} + \frac{4aT^4}{3} d\left(\frac{1}{\rho}\right) \Big|_T$$

Найдем удельную энтропию

$$S = \frac{4}{3} \frac{aT^3}{\rho}.$$

Итак,

$$T = \left(\frac{4}{3} \frac{S\rho}{a}\right)^{1/3},$$

$$P = \frac{1}{3} aT^4 = \frac{a}{3} \left(\frac{4}{3} \frac{S\rho}{a}\right)^{4/3},$$

т.е. для чистого излучения при постоянной энтропии  $P \sim \rho^{4/3}$ .

При температурах  $kT > m_e c^2$  начинается интенсивное рождение пар ( $e^+e^-$ ). В предельном случае  $kT \gg m_e c^2$  кроме излучения имеется равновесный релятивистский электронно-позитронный газ. Полная плотность энергии при этом

$$E = aT^4 + \frac{7}{4}aT^4 = \frac{11}{4}aT^4.$$

Давление

$$P = \frac{11}{12}aT^4,$$

и энтропия

$$S = \frac{11}{3} \frac{aT^3}{\rho}.$$

Таким образом, при  $kT \gg m_e c^2$  снова  $P \sim \rho^{4/3}$ , но в промежуточном случае наклон кривой на графике  $\lg P - \lg \rho$  должен быть меньше  $4/3$  (см. рис. 48). При относительно небольших плотностях, когда давление определялось фотонным газом, звезда уже была на границе устойчивости ( $P \sim \rho^{4/3}$ ). Поэтому при подходе к области рождения электрон-позитронных пар уже нет состояния равновесия. Поэтому нет сверхмассивных звезд.

#### § 7.4. Роль нейтрино в эволюции звезд

Выше мы уже отмечали качественное отличие процессов с рождением нейтрино от других механизмов потерь энергии. Рождаясь нейтрино практически беспрепятственно уходят из звезды и навсегда уносят с собой энергию. Как и остальные процессы (диссоциация ядер, рождение пар и пр.), нейтринные процессы сопровождаются затратой энергии и понижением давления. Однако если раньше мы имели только изменение состояние равновесия из-за рождения новых частиц, то теперь вследствие энергетических потерь полного равновесного состояния вообще нет:  $\partial S/\partial t \neq 0$  ( $S$  — энтропия). Энтропия иногда падает! В этом нет противоречия: падает энтропия вещества в центре ядра, но возникает энтропия нейтрино, улетающих от звезды.

Но неполное равновесие тоже можно излучать. Например, гремучий газ:  $\text{H}_2 + \text{O}_2$  — мы можем рассматривать его расширение, сжатие и прочее, причем все эти процессы будут равновесными, кроме одного — процесса сгорания. То же можно сказать и о любой смеси веществ (например,  $\text{H} + \text{He}$ , если иметь в виду ядерные реакции), так как полное равновесие — это ядра железа.

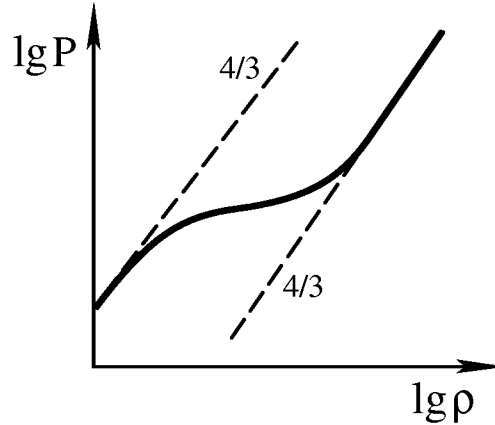


Рис. 48:



В состоянии полного термодинамического равновесия концентрация нейтрино пропорциональна  $T^3$ . Плотность энергии и давление  $\sim T^4$ . Однако в звездах нейтрино рождаются и уходят, поэтому их истинная концентрация гораздо меньше равновесной.

При рассмотрении горения водорода мы уже учитывали рождение нейтрино. Но тогда учет нейтрино сводился просто к эффективному уменьшению калорийности ядерного топлива. Например, если скорость реакции

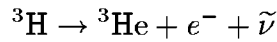


то нагрев

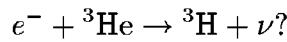
$$T \frac{dS}{dt} = q \Delta m c^2 (1 - \alpha),$$

где  $\Delta m = 4m_{\text{H}} - m_{\text{He}}$  — дефект масс, а  $\alpha$  — доля энергии, уносимой нейтрино ( $\alpha \sim 0,05 \div 0,1$ ). Но есть и другой путь рождения нейтрино — урка-процесс, впервые рассмотренный Гамовым и Шенбергом.

Пусть имеется стабильное ядро  ${}^3\text{He}$ . Ядро с тем же ядерным весом — ядро трития — неустойчиво и распадается по схеме  $\beta$ -распада,



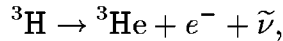
с периодом полураспада (время жизни) 12 лет. При этом выделяется энергия  $\sim 18$  кэВ. Когда может идти обратный процесс



Ясно, что энергия электрона должна быть больше 18 кэВ. Скорость этого процесса  $q$  пропорциональна  $E_\nu^2 = (E - 18 \text{ кэВ})^2$ :

$$q = \int_{18 \text{ кэВ}}^{\infty} e^{-\frac{E}{kT}} (E - 18 \text{ кэВ})^2 dE.$$

Главную роль играет экспоненциальный множитель  $\exp(-18 \text{ кэВ}/kT)$ , т.е. при комнатной температуре в скорость этого процесса входит число  $e^{-10^6}$ . Но при температуре порядка 10 кэВ ( $\sim 10^8$  К) процесс может идти. Однако одновременно в таком веществе тритий опять распадается:



и опять образуются  $\tilde{\nu}$ . Таким образом, и при прямом и при обратном процессе происходят необратимые потери энергии за счет  $\nu$  и  $\tilde{\nu}$ , т.е. независимо от того, выделяется энергия или нет (в каждом отдельном процессе), нейтрино и антинейтрино уходят. Процессы такого рода Гамов и назвал урка-процессами. Поскольку скорость реакции образования трития есть  $q(T)$ , в

стационарных условиях должно быть (концентрации обозначаем квадратными скобками):

$$q(T)[^3\text{He}] = \frac{1}{\tau} [^3\text{H}],$$

где  $\tau$  — время жизни трития  $^3\text{H}$ . Пусть в начале вещество состояло только из ядер  $^3\text{He}$  с концентрацией  $[^3\text{He}]_0$ . Тогда при некоторой температуре  $T$  установится следующая стационарная концентрация трития:

$$[^3\text{H}] = \frac{q(T)}{q(T) + 1/\tau} [^3\text{He}]_0.$$

Вероятность распада  $W$  ( $1/\text{см}^3 \cdot \text{с}$ )

$$W = \frac{1}{\tau} [^3\text{H}] = \frac{1}{\tau} [^3\text{He}]_0 \frac{1}{1 + 1/\tau q}.$$

На первый взгляд кажется, что скорость урка-процесса выходит на константу (плато) при  $T \rightarrow \infty$  ( $q \rightarrow \infty$  при  $T \rightarrow \infty$ ) из-за ограничения периодом полураспада трития (рис. 49).

При высоких температурах, когда уже нет ядер, урка-процесс идет таким образом:

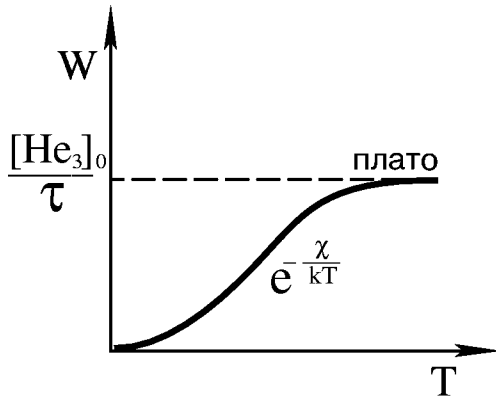
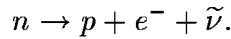
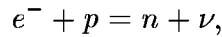


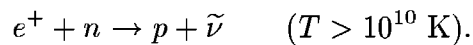
Рис. 49:

идет вверх.

Выпишем без расчета величину энергопотерь, связанных с обсуждаемыми процессами:

$$Q \simeq 8 \cdot 10^{11} \rho T_9^6 = 8 \cdot 10^{-43} \rho T^6 [\text{эрг}/\text{см} \cdot \text{см}^3].$$

Нейтрон тяжелее протона на 0,8 МэВ. Поэтому плато  $W = [n+p]/10^3$  с достиглось бы при  $T > 0,8$  МэВ. Однако Пинаев заметил, что при таких температурах появляются позитроны  $e^+$  и начинает эффективно идти процесс



Вследствие этого число нейтронов приблизительно равно числу протонов (без учета позитронов были бы только нейтроны). Ясно, что при этом плато исчезает и кривая  $W(T)$

В плотность вещества  $\rho$  при высокой температуре главный вклад дают нейтроны и протоны<sup>7</sup>. Объясним теперь, почему скорость энергетических потерь пропорциональна  $T^6$ . Во-первых, при  $kT \gg m_e c^2$  концентрации электронов и позитронов примерно равны и пропорциональны  $T^3$  (поскольку массой  $e^-$  и  $e^+$  можно пренебречь, их импульс  $p = E/c \sim kT/c \sim T$ , а концентрация  $n \sim p^3 \sim T^3$ ). Во-вторых, сечение реакций  $\sigma_{e-p} = \sigma_{e+n} \sim T^2$ . В общей теории (см. § 5.4)  $\sigma \sim (H')^2 dN/dE$ , где  $H'$  — матричный элемент, который постоянен, так как это точечное взаимодействие, а  $N = 4/3\pi P^3/(2\pi\hbar)^3$  — число возможных состояний с импульсом меньше  $p$  в единице объема. Используя соотношение

$$E^2 = (m_e c^2)^2 + c^2 p^2,$$

имеем

$$E dE = c^2 p dp$$

и

$$dN \sim p^2 dp \sim p E dE,$$

т.е.

$$\frac{dN}{dE} \sim p E \sim E^2 \sim T^2.$$

Каждое нейтрино уносит с собой энергию  $E_\nu \sim T$ . Поэтому окончательно

$$Q \sim n\sigma E_\nu \sim T^3 T^2 T = T^6.$$

У некоторых ядер может наступить насыщение, а затем уже степенной рост (рис. 50). Существование урка-процессов несомненно. Кроме этого есть еще процессы другого типа с участием нейтрино, связанные с гипотезами, которые пока не проверены экспериментально.

Для объяснения всех экспериментальных проявлений слабых взаимодействий до недавнего времени достаточно было считать, что все частицы взаимодействуют в одной точке (причем взаимодействуют — это значит и рождаются). Например:

$$e^- + p = n + \nu_e.$$

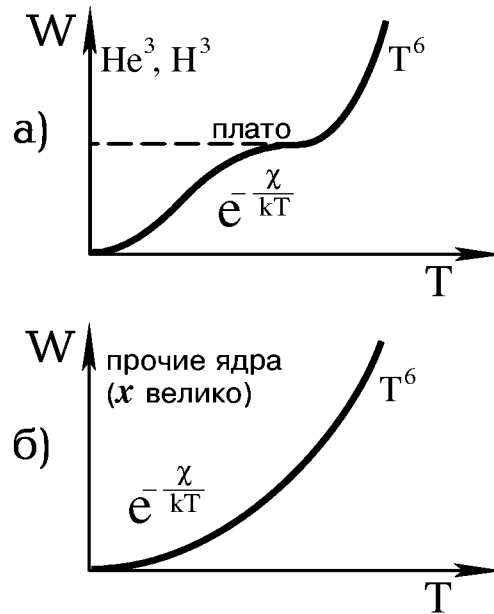


Рис. 50:

<sup>7</sup>Мы рассматриваем такую температуру и плотность, при которой число  $e^-$  и  $e^+$  больше числа протонов и нейтронов в единице объема, но общая плотность все еще определяется протонами и нейтронами.

Можно считать, что в этом процессе в одну точку приходят две частицы, из той же точки вылетают две новые частицы. Вероятность этого процесса описывается матричным элементом гамильтониана (см. §5.4)

$$H' = g \int \psi_n^* \psi_p^* \psi_e \psi_p dV,$$

где  $g = 1,4 \cdot 10^{-49}$  эрг · см<sup>3</sup> — постоянная слабого взаимодействия. Мы запишем самую существенную часть гамильтониана символически следующим образом:

$$H = (\tilde{p}n) (\tilde{e}\nu_e) + (p\tilde{n}) (e\tilde{\nu}_e). \quad (7.2)$$

Здесь знак  $\sim$  (тильда) обозначает античастицу, а скобки объединяют частицы, входящие в реакцию всегда по одну сторону от стрелочки. Запись (2) расшифровывается так: если встречается символ некоторой частицы, то это обозначает гибель данной частицы, либо рождение ее античастицы. Например, первый член в (2) символизирует реакцию

$$\tilde{p} + n \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e$$

(аннигиляция нуклонов), а также:

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e \quad (\beta\text{-распад нейтрона}),$$

а второй, сопряженный член, символизирует обратные процессы

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e \quad (\text{нейтронизация}),$$

$$p + \tilde{n} \rightarrow e^+ + \nu_e \quad (\text{аннигиляция}).$$

В действительности есть еще реакции с мюоном  $\mu$  и мюонным нейтрино  $\nu_\mu$ , например, распады

$$\mu^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_\mu,$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \tilde{\nu}_\mu,$$

или захват мюона нуклоном:

$$\mu^- + p \rightarrow n + \nu_\mu$$

и т.д. Все эти процессы можно описать гамильтонианом  $H = g [(\tilde{p}n) (\tilde{e}\nu_e) + (\tilde{p}n)(\tilde{\mu}\nu_\mu) + (\tilde{\mu}\nu_\mu)(\tilde{e}\nu_e) + \text{сопряженные члены}]$ . Все они характеризуются константой  $g = 1,4 \cdot 10^{-49}$  эрг · см<sup>3</sup>. Тот факт, что эта константа размерна, представляется удивительным. Он может означать, что процесс слабого взаимодействия не является элементарным и на самом деле протекает в два этапа с образованием промежуточной частицы, которую пока не наблюдали:

$$n \rightarrow p + W^-, \quad W^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e.$$

Из сохранения момента ясно, что эта частица должна иметь спин  $s = 1$ , т.е. должна быть бозоном. Процессы с  $W$ -бозоном аналогичны электромагнитным процессам с фотоном:

$$p \rightarrow p + \gamma, \quad \gamma \rightarrow e^- + e^+.$$

Теория  $W$ -бозона предполагает, что он во всем, кроме большой массы, похож на фотон. В этом случае элементарные взаимодействия с  $W$ -бозоном характеризуются той же безразмерной константой, что и электромагнитное взаимодействие (постоянной тонкой структуры):

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137},$$

а “слабость” слабого взаимодействия объясняется тем, что при обычных энергиях  $W$ -бозон появляется только виртуально из-за своей большой массы. Значение массы  $W$ -бозона  $M_W$  можно оценить из экспериментального значения постоянной слабого взаимодействия  $g$  и размерных соображений:

$$g = \alpha \cdot \text{энергия} \cdot (\text{длина})^3 = \alpha (M_W c^2) \left( \frac{\hbar}{M_W c} \right)^2,$$

откуда

$$M_W = \left( \frac{\alpha \hbar^3}{g c} \right)^{1/2} \simeq 30 \text{ ГэВ} \simeq 30 m_p.$$

Расстояние, которое проходит  $W$ -бозон до распада, можно оценить из соотношения неопределенностей

$$x \sim \hbar / M_W c \simeq 10^{-15} \text{ см.}$$

Малость этого расстояния (на два порядка меньше радиуса ядерных сил!) и позволяла старой теории считать слабое взаимодействие точечным.

Квантовомеханическая амплитуда процессов с рождением  $W$ -бозона должна иметь вид

$$J = (\tilde{p}n)\tilde{W} + (e\tilde{\nu}_e)\tilde{W} + (\tilde{\mu}\nu_\mu)\tilde{W}.$$

По общим принципам квантовой механики полная амплитуда процессов, идущих через виртуальный  $W$ -бозон, равна произведению амплитуды образования,  $J$ , на амплитуду распада  $W$ , которая, очевидно, равна  $J^*$ , т.е. сопряжена  $J$ :

$$J^* = W(p\tilde{n}) + W(\tilde{e}\nu_e) + W(\tilde{\mu}\nu_\mu).$$

Гамильтониан наблюдаемых процессов тогда выглядит следующим образом:

$$H_{\text{набл}} = JJ^* = (\tilde{p}n)(p\tilde{n}) + (p\tilde{n})(\tilde{e}\nu_e) + \\ + (e\tilde{\nu}_e)(\tilde{e}\nu_e) + (\tilde{p}n)(\tilde{\mu}\nu_\mu) + \\ + (\mu\tilde{\nu}_\mu)(\tilde{\mu}\nu_\mu) + (e\tilde{\nu}_e)(\tilde{\mu}\nu_\mu) + \text{сопряженные члены.}$$

Произведение  $\tilde{W}W$ , обозначающее рождение и гибель  $W$ , войдет просто в константу слабого взаимодействия  $g$ , которую мы опускаем в символической записи гамильтониана. Процессы, стоящие в правом столбце этого выражения, давно уже наблюдались в лаборатории. В последнее время обнаружены и процессы, записанные в левом столбце.

Процесс  $(\tilde{p}n)(p\tilde{n})$ , т.е.  $p+n \rightleftharpoons p+n$  — это рассеяние нуклонов за счет слабого взаимодействия. Его наблюдать трудно, так как есть рассеяние за счет сильного взаимодействия. Но слабое взаимодействие приводит к несохранению четности, и в этих процессах, например, должны появляться  $\gamma$ -кванты с круговой поляризацией.

Процесс  $(e\tilde{\nu}_e)(\tilde{e}\nu_e)$  — рассеяние нейтрино на электронах:

$$e^- + \nu_e \rightleftharpoons e^- + \nu_e.$$

Мы можем переставлять частицы справа налево с заменой их на античастицы:

$$e^- + e^+ \rightleftharpoons \nu_e + \tilde{\nu}_e, \\ e^+ \rightleftharpoons e^- + \nu_e + \tilde{\nu}_e.$$

Процесс

$$e^- + \nu_e \rightleftharpoons e^- + \nu_e$$

наблюдать очень трудно, гораздо сложнее процесса  $\nu_e + p \rightleftharpoons n + e^+$ , который уже наблюдался.

Интересно, что Райнес в свое время дал для процесса  $(e\tilde{\nu}_e)(\tilde{e}\nu_e)$  экспериментальное значение сечения  $\sigma_{\text{эксп}} = 500 \sigma_{\text{теор}}$ , но это оказалось с ошибкой. Сейчас

$$\sigma_{\text{эксп}} = (1 \pm 1) \sigma_{\text{теор}}.$$

Если бы было  $\sigma_{\text{эксп}} = 500 \sigma_{\text{теор}}$ , то этого не допустила бы астрофизика.

Процесс

$$e^- \rightarrow e^- + \nu + \tilde{\nu}$$

не идет на свободном электроны по законам сохранения. Он идет в поле ядра:

$$e^- + Z \rightarrow Z + e^- + \nu + \tilde{\nu}$$

и уносит энергию, так как  $\nu\tilde{\nu}$  улетают.

Если “раскачивать” кусок вещества, то электромагнитные волны он излучать не будет, так как вещество электронейтрально, но данный нейтринны

йпроцесс может идти, так как он не компенсируется протонами, т.е. при колебании вещества возникает нейтринное излучение.

Данный вид взаимодействия приводит к тому, что между любыми двумя телами есть дальнедействующая сила, потенциал которой пропорционален  $\varphi = 1/r^5$ .

В гамильтониане есть член

$$g(e\tilde{\nu}_e)(\tilde{\nu}_e),$$

где  $g = 1,4 \cdot 10^{-49}$  эрг·см<sup>3</sup> — константа слабого взаимодействия, т.е. энергия нейтрино зависит от плотности электрона в данном месте. Потенциальная яма, рассчитанная на одно нейтрино, составит (для свинца)

$$U = gn_e = 1,4 \cdot 10^{-49} [\text{эрг} \cdot \text{см}^3] \cdot 5 \cdot 10^{24} [\text{см}^{-3}] \simeq \\ \simeq 10^{-24} \text{ эрг} \simeq 10^{-12} \text{ эВ},$$

т.е. появляется коэффициент преломления вещества для нейтрино.

Есть и другие процессы с излучением нейтрино. Это плазменные колебания с испусканием нейтринно-антинейтринных пар. На стадии горения углерода нейтринное излучение может быть равно фотонному.

Наконец, при высокой температуре ( $T > 10^{10}$  К) самым главным становится процесс  $e^+ + e^- \rightarrow \nu + \tilde{\nu}$  (он остается сравнимым с урка-процессом Пинаева).

Пары  $\nu\tilde{\nu}$  в этом процессе рождаются с вероятностью гораздо меньшей, чем пары  $\gamma$ -квантов в процессе

$$e^+e^- \rightarrow \gamma + \gamma,$$

но последний процесс идет в прямую и обратную стороны и не влияет на вероятность первого. При очень высоких температурах скорость энергопотерь определяется выражением

$$Q \sim 4 \cdot 10^{15} \cdot T_9^9 [\text{эрг}/\text{с} \cdot \text{см}^3].$$

Легко понять, откуда появилась высокая — девятая степень температуры:

$$Q \sim n_{e^-} n_{e^+} \sigma E \sim T^3 T^3 T^2 T = T^9.$$

При низкой температуре

$$n_{e^-} n_{e^+} \equiv [e^+][e^-] \sim \exp(-2m_e c^2/kT) \sim e^{-12/T_9}.$$

Отметим принципиально новые результаты семидесятых годов в области слабого взаимодействия и их астрофизическое значение.

В 1974 г. был открыт третий член ряда, первые два которого представляют собой электрон и мюон. Эта частица обозначается  $\tau$  и называется тау-лептон. Физика вступает в противоречие с филологией: лептон по-гречески

значит “легкий”, и это было правильно применительно к  $e^\pm$  и  $\mu^\pm$ . Масса  $\tau$  равна 1780 МэВ, т.е. он в 1,9 раза тяжелее протона, легким его назвать нельзя. Но свойства  $\tau$  подобны свойствам  $e$  и  $\mu$ . Поэтому, придавая слову “лептон” новый смысл — “фермион, обладающий слабым и электромагнитным, но не сильным, взаимодействиями”, мы называем  $\tau$  лептоном. Предполагается, что существует и соответствующее этому лептону нейтрино,  $\nu_\tau$ , а также его античастица  $\tilde{\nu}_\tau$ , подобно тому как мюону соответствует  $\nu_\mu$  и  $\tilde{\nu}_\mu$ . Следовательно, распады  $\tau$  идут так:  $\tau^- = \mu^- + \nu_\tau + \tilde{\nu}_\mu$  или  $\tau^+ = \pi^+ + \nu_\tau$ . Распад с образованием пионов и других адронов невозможен для мюона, но возможен для тау-лептона благодаря большой массе этой частицы.

Второе открытие — существование нейтрального тока. Процессы, протекающие через посредство промежуточных бозонов  $W^\pm$ , называют зависимыми от заряженного тока. Феноменологически эти процессы записаны так, что каждый член в выражении для тока (в наших обозначениях для амплитуды  $J$ ) меняет заряд на единицу, а общий заряд сохраняется, потому что гамильтониан содержит произведение двух токов, одного уменьшающего и другого увеличивающего заряд. Но в теории Салама–Вейнберга предполагается, что наряду с  $W^\pm$  существует аналогичный тяжелый векторный (спин 1) промежуточный (в слабом взаимодействии) и притом нейтральный  $Z^0$  бозон. Будучи нейтральным, он должен распадаться на пары нейтрино–антинейтрино или пары заряженных частиц или античастиц:  $Z^0 \rightleftharpoons \nu_e + \tilde{\nu}_e$ ,  $Z^0 \rightleftharpoons e^+ + e^- \dots$  Аналогично этому происходит и взаимодействие с адронами<sup>8</sup>. Как всегда в таких формулах можно перенести античастицу справа налево, превращая ее в частицу. У самого  $Z^0$ -бозона нет античастицы, или точнее он сам является своей античастицей, так как  $Z^0$  истинно нейтрален, также как фотон.

На опыте при энергиях, недостаточных для реального рождения  $Z^0$ -бозона (такая ситуация продлится вероятно до 1985 г.), наблюдаются процессы типа рассеяния:  $\nu_\mu + p \rightarrow Z^0 \rightarrow \nu_\mu + p$ . Предсказывается также слабое взаимодействие электронов с ядрами, которое обнаруживается при рассеянии релятивистских электронов, а также в оптическом поведении атомов. Это взаимодействие качественно было предсказано одним из авторов (Я. Б. Зельдовичем) еще в 1958 г. В настоящее время его можно считать доказанным.

Каковы астрофизические следствия существования нейтрального тока?

С одной стороны, расширяются возможности производства пар нейтрино–антинейтрино. Теперь возможны процессы

$$e^- + e^+ \rightarrow Z^0 \rightarrow \nu_\mu + \tilde{\nu}_\mu,$$

$$e^- + e^+ \rightarrow Z^0 \rightarrow \nu_\tau + \tilde{\nu}_\tau.$$

<sup>8</sup>Его можно рассматривать как взаимодействие с кварками, из которых состоят адроны, но это не повлияет на дальнейшее.



Возможно также рождение пар  $\nu, \bar{\nu}$  при столкновении адронов или возбужденными состояниями ядер  $A^* \rightarrow A + Z^0 \rightarrow A + \nu + \bar{\nu}$  ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  — с одинаковой вероятностью). С другой стороны, появляется новый канал рассеяния нейтрино на электронах и , главное, новый процесс рассеяния нейтрино на ядрах. В этом процессе рассеяние на всех нуклонах может происходить когерентно, при этом амплитуда рассеянной волны пропорциональна числу нуклонов, а сечение рассеяния оказывается пропорционально квадрату числа нуклонов. Таким образом увеличивается непрозрачность плотного вещества, состоящего из тяжелых и средних ядер по отношению к нейтрино всех сортов. Этот факт играет большую роль в теории взрыва сверхновых звезд.

Какова роль нейтринных процессов в эволюции звезд вообще? На стадии главной последовательности нейтринное излучение, казалось бы, мало существенно. Однако нельзя забывать, что, во-первых, без слабого взаимодействия, а значит и без излучения нейтрино, вообще не возможно горение водорода. А, во-вторых, нейтрино позволяет в принципе заглянуть в самые центральные области звезд и проверить наши теории. Для Солнца это уже делается (опыты Дэвиса).

На поздних стадиях эволюции нейтринное излучение может играть решающую роль, поскольку достигаются высокие температуры, и нейтрино эффективно отводит тепло. Без нейтрино трудно объяснить образование планетарных туманностей, взрывы сверхновых. Нейтринное излучение сильно ускоряет остывание горячих белых карликов и нейтронных звезд. Поэтому, сравнивая предсказания теории эволюции звезд, рассчитанные с учетом и без учета нейтрино, с наблюдениями реальных объектов, можно проверить теорию слабых взаимодействий, т.е. установить наличие в природе тех процессов, которые в лаборатории пока не наблюдались.

## Глава 8. ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ ТЕОРИЮ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

После открытия квазаров, пульсаров и компактных рентгеновских источников нельзя изучать эволюцию звезд, не ознакомившись с теорией сильного гравитационного поля. С созданием специальной теории относительности стало ясно, что теория тяготения Ньютона с мгновенным дальновидием нуждается в перестройке и что необходима новая релятивистская теория тяготения, притом такая, которая содержала бы теорию Ньютона как предельный случай. Возникло много попыток построить такую теорию; эти попытки продолжаются до сегодняшнего времени. Однако наиболее привлекательной остается теория тяготения А.Эйнштейна — общая теория относительности (кратко ОТО) — она прекрасно удовлетворяет всем экспериментальным данным и, кроме того, в сущности является самой простой. В нашем