

дов в особой среде — эфире. В конце XIX в. существование эфира было опровергнуто. Эта интересная глава драмы идей подробно изложена в книге А. Эйнштейна и Л. Инфельда «Эволюция физики». Исходя из неверного постулата о существовании эфира, Максвелл получил правильные уравнения! Эти уравнения и сейчас составляют основу классической теории взаимодействия электрических зарядов и токов — электродинамики. Мы обсудим только несколько аспектов этих уравнений.

Ток смещения и сохранение заряда

Гипотеза о токе смещения позволяет вывести из уравнений Максвелла одно важнейшее соотношение — закон сохранения электрического заряда.

Заряд — это количество электричества. Но что такое электричество? Создается ли оно, когда мы заряжаем палочку, натирая ее кусочком меха, или находится в палочке изначально и только перераспределяется между мехом и палочкой при трении, так что они получают равные заряды противоположного знака? Если мы окружим заряд металлической поверхностью, то на ней, как показал Кулон, будут наведены заряды: на внутренней поверхности появится заряд противоположного знака, на внешней — того же самого знака, что и исходный заряд. Поверхность оказывается заряженной — поднесите к ней электроскоп и его лепестки разойдутся. Поэтому, если бы трение порождало электричество, так что в эбонитовой палочке возникал бы заряд, не скомпенсированный равным по величине и противоположным по знаку зарядом кусочка меха, то, окружив лабораторию металлической поверхностью, можно было бы регистрировать появление наведенного на эту поверхность заряда. Фарадей провел внутри большой металлической клетки, окружавшей лабораторию, серию опытов по электризации трением самых разных предметов. Во всех этих опытах окружающая лабораторию металлическая поверхность оставалась незаряженной — никакой некомпенсированный заряд при электризации не возникал. Но эти результаты еще не исключали возможность одновременного рождения в разных точках палочки и меха равных зарядов противоположного знака. Эту возможность исключает формулировка закона сохранения заряда, следующая из уравнений

Максвелла. Математическая теория, выведенная из опыта, содержит больше предсказаний (неожиданно больше! в заранее неизвестном направлении!) по сравнению с тем опытом, из которого родилась! Выведем уравнение сохранения заряда из уравнений Максвелла.

Возьмем производную по времени от левой и правой частей первого уравнения Максвелла. Мы получим

$$\frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{div} \mathbf{E}) = 4\pi \frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

В левой части можно переставить порядок дифференцирования — можно сначала найти частную производную \mathbf{E} по времени, а потом уж вычислять дивергенцию вектора $\partial \mathbf{E} / \partial t$, тогда получаем соотношение

$$\operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 4\pi \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (\text{A})$$

Заметим, что слева стоит дивергенция от плотности тока смещения. Найдем поэтому дивергенцию левой и правой частей четвертого уравнения Максвелла (в которое входит ток смещения):

$$\operatorname{div} (\operatorname{rot} \mathbf{H}) = \frac{4\pi}{c} \operatorname{div} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}.$$

Из общих свойств дифференцирования векторов следует, что слева в этом соотношении стоит нуль (см. Математическое дополнение, с. 219), а справа мы можем выразить дивергенцию плотности тока смещения через скорость изменения плотности заряда (из соотношения (A)). Тогда получаем

$$0 = \frac{4\pi}{c} \operatorname{div} \mathbf{j} + \frac{4\pi}{c} \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

и, окончательно,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0. \quad (\text{B})$$

Мы получили соотношение между скоростью изменения плотности заряда и дивергенцией плотности тока. Это соотношение — локальное. Оно должно выполняться в любой сколь угодно малой области пространства. Если помножить обе части равенства на малый объем такой области V , то первый член будет равен $V \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial (\rho V)}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial t}$ — скорости изменения заряда внутри области, а второй член — «потоку плотности тока через границу области», т. е. просто пол-

ному току через границу. И так, полученное нами соотношение (В) действительно представляет собой закон сохранения заряда. Изменение заряда в данном месте может быть связано только с его притоком или оттоком. Причем это должно быть справедливо для сколь угодно малой области и сколь угодно малого интервала времени.

Поэтому появление заряда в каком-то месте может быть связано только с током, т. е. с перераспределением заряда. Следующая из уравнений Максвелла формулировка закона сохранения заряда запрещает появление заряда, не связанное с его перераспределением. Одновременное рождение равных зарядов противоположного знака в разных точках пространства оказывается невозможным: только электрический ток между этими точками может вызвать появление отрицательного заряда в одной точке и равного ему положительного заряда — в другой.

Заметим, что без гипотезы о токе смещения мы не смогли бы получить из уравнений Максвелла закон сохранения заряда. Опустив в четвертом уравнении ток смещения, мы пришли бы к соотношению

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0,$$

которое означало бы, что полный ток через любую замкнутую поверхность равен нулю. А это заведомо неверно. Например, для тока электрического разряда.

Подчеркнем, что ток смещения играет важную роль для вывода правильного выражения закона сохранения заряда, но сам в это выражение не входит. Соотношение $\partial \rho / \partial t = -\operatorname{div} \mathbf{j}$ связывает скорость изменения плотности заряда с дивергенцией плотности реального тока. В этом соотношении \mathbf{j} — именно плотность тока, а не сумма плотности тока проводимости и тока смещения. Но о важнейшей роли тока смещения речь, пожалуй, впереди.

Электромагнитные волны

«Теория, которую я предлагаю, — писал Максвелл в своей статье «Динамическая теория поля», — может быть названа теорией электромагнитного поля, потому что она имеет дело с пространством, окружающим электрические и магнитные тела, и она может быть названа также динамической теорией, по-