тора силы **F** и соответствующей компонентой вектора градиента потенциала, равной частной производной потенциала по соответствующей координате

$$F_x = \varphi_{,x}, \quad F_y = \varphi_{,y}, \quad F_z = \varphi_{,z}.$$

Подставим эти выражения для компонент силового поля в соотношения (***). Тогда эти соотношения превратятся в соотношения для пространственных производных потенциала. Например, первое соотношение в (***) будет иметь вид

$$(\varphi_{,x})_{,y} = (\varphi_{,y})_{,x}.$$

В левой части этого равенства надо сначала взять частную производную потенциала φ по x при постоянных y и z, а потом эту частную производную продифференцировать по y при постоянных x и z. В правой части равенства последовательность дифференцирования обратная: сначала надо взять производную по y при постоянных x и z, а потом продифференцировать эту производную по x, считая y и z постоянными. Можно показать, что при любой последовательности дифференцирования ответ будет один и тот же.

Таким образом, можно непосредственной проверкой убедиться в том, что в потенциальном поле соотношения (***) справедливы.

Циркуляция

В общем случае можно рассмотреть поле векторной величины, не обязательно имеющей физический смысл силы. В этом общем случае сумма скалярных произведений векторной величины и малых перемещений по замкнутому контуру — величина, аналогичная работе силы по перемещению пробного тела по замкнутому контуру, — называется *циркуляцией* рассматриваемой векторной величины. Это название сразу напоминает о циркуляции воды в водоворотах. Формально, условие того, что циркуляция векторной величины по любому замкнутому контуру равна нулю, записывается также в виде соотношений (***). Если эти соотношения выполнены на контуре и внутри него, то с рассматриваемым полем векторной величины связан скалярный потенциал, так что эта величина является градиентом ее потенциала и ее поле — потенциальное (см. выше).

А что будет, если циркуляция не равна нулю? Если соотношения (***) не выполняются?

При ненулевой циркуляции векторной величины мы уже не можем связать с ней скалярное поле ее потенциала. Например, если работа по замкнутому контуру — частный случай циркуляции — не равна нулю, то, вычисляя работу по перемещению пробного тела из одной точки в другую, мы будем получать разную величину для разных путей, по которым происходит перемещение. В каждой точке пространства уже нельзя определить скалярную величину работы по перемещению в эту точку пробного тела из некоторой фиксированной точки. Эта скалярная величина будет неопределенной — она будет зависеть от формы пути перемещения. Поле векторной величины с ненулевой циркуляцией по замкнутому контуру называют *непотенциальным полем.*

Из-за ненулевой циркуляции по замкнутому контуру с векторным непотенциальным полем нельзя связать скалярный потенциал. Но именно поэтому с векторным непотенциальным полем можно связать новое векторное поле, характеризующее циркуляцию рассматриваемой векторной величины по замкнутому контуру в окрестности каждой точки.

В самом деле, условия (***) потенциальности поля отвечают тому, что в каждой точке пространства равна нулю тройка чисел, тройка значений в этой точке разностей частных производных:

$$F_{y,x} - F_{x,y} = 0, \quad F_{z,y} - F_{y,z} = 0, \quad F_{x,z} - F_{z,x} = 0.$$

Эти соотношения отвечают отсутствию циркуляции по произвольным малым замкнутым контурам, лежащим в плоскостях осей координат, соответственно XY, YZ, XZ. Рассмотрим эти соотношения с несколько иной точки зрения.

Ротор векторного поля

Циркуляция подобна вращению. Пользуясь этой аналогией, мы можем определить вектор, характеризующий циркуляцию в плоскости XY. Абсолютная величина этого вектора дается выражением $(F_{y,x} - F_{x,y})$, а направление определяется поступательным движением «правого» винта при вращении головки винта в направлении циркуляции. Условимся