А что будет, если циркуляция не равна нулю? Если соотношения (***) не выполняются?

При ненулевой циркуляции векторной величины мы уже не можем связать с ней скалярное поле ее потенциала. Например, если работа по замкнутому контуру — частный случай циркуляции — не равна нулю, то, вычисляя работу по перемещению пробного тела из одной точки в другую, мы будем получать разную величину для разных путей, по которым происходит перемещение. В каждой точке пространства уже нельзя определить скалярную величину работы по перемещению в эту точку пробного тела из некоторой фиксированной точки. Эта скалярная величина будет неопределенной — она будет зависеть от формы пути перемещения. Поле векторной величины с ненулевой циркуляцией по замкнутому контуру называют *непотенциальным полем.*

Из-за ненулевой циркуляции по замкнутому контуру с векторным непотенциальным полем нельзя связать скалярный потенциал. Но именно поэтому с векторным непотенциальным полем можно связать новое векторное поле, характеризующее циркуляцию рассматриваемой векторной величины по замкнутому контуру в окрестности каждой точки.

В самом деле, условия (***) потенциальности поля отвечают тому, что в каждой точке пространства равна нулю тройка чисел, тройка значений в этой точке разностей частных производных:

$$F_{y,x} - F_{x,y} = 0, \quad F_{z,y} - F_{y,z} = 0, \quad F_{x,z} - F_{z,x} = 0.$$

Эти соотношения отвечают отсутствию циркуляции по произвольным малым замкнутым контурам, лежащим в плоскостях осей координат, соответственно XY, YZ, XZ. Рассмотрим эти соотношения с несколько иной точки зрения.

Ротор векторного поля

Циркуляция подобна вращению. Пользуясь этой аналогией, мы можем определить вектор, характеризующий циркуляцию в плоскости XY. Абсолютная величина этого вектора дается выражением $(F_{y,x} - F_{x,y})$, а направление определяется поступательным движением «правого» винта при вращении головки винта в направлении циркуляции. Условимся работать в правой системе координат. Тогда характеризующий циркуляцию вектор будет при выбранном нами направлении циркуляции (рис. П.15) направлен вдоль оси Z. Мы получили вектор, не зависящий от выбора конкретного контура в плоскости XY, равный по абсолютной величине

$$F_{y,x} - F_{x,y} \qquad (1)$$

и направленный по оси Z.

Точно так же можно установить, что отношение циркуляции по замкнутому контуру в плоскости YZ к площади, заключенной внутри этого контура, не зависит от выбора конкретного контура и представляет собой абсолютную величину

$$F_{z,y} - F_{y,z} \qquad (2)$$

вектора, направленного вдоль оси X, а отношение циркуляции по замкнутому контуру в плоскости XZ к площади, заключенной внутри такого контура, определяет не зависящую от выбора контура абсолютную величину

$$F_{x,z} - F_{z,x} \qquad (3)$$

вектора, направленного вдоль оси Y.

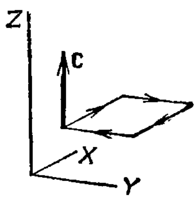

Рис. П.15. Направление вектора циркуляции определяется направлением обхода замкнутого контура

Мы получили три величины, направленные вдоль осей координат. Эти величины представляют собой составляющие вектора, характеризующего циркуляцию рассматриваемой векторной величины. Вектор с компонентами (1), (2) и (3) называется *ротором* или *вихрем* векторного поля F. Поле, у которого компоненты вихря (1), (2) и (3) отличны от нуля, называется *вихрем*. Потенциальное поле является безвихревым Ротор векторного поля $\mathbf{F}$ обозначается $\operatorname{rot} \mathbf{F}$.

Закон Гаусса

Мысленно окружим точечный заряд $+q$ сферой радиуса r и определим силу, с которой подействовал бы наш заряд на малый (пробный) положительный заряд $+e$, помещенный в какую-то точку на этой сфере. По закону Кулона получим

$$F = \frac{qe}{r^2}.$$