Действительно, выберем замкнутую поверхность, окружающую тело. Разобьем его на кусочки, которые можно рассматривать как точечные заряды. Напряженность в каждой точке поверхности складывается из напряженностей, определяемых каждым таким кусочком. Соответственно, полный поток складывается из полных потоков напряженности каждого кусочка заряженного тела. Но для таких потоков от отдельных маленьких кусочков мы уже доказали, что поток напряженности электрического поля есть $4\pi\cdot$(заряд кусочка). Тогда

$$\text{Полный поток} = \text{сумме потоков от всех кусочков} = 4\pi\cdot(\text{сумма зарядов всех кусочков}) = 4\pi\cdot(\text{полный заряд тела}).$$

Мы получили замечательный закон:

Поток напряженности электрического поля через произвольную поверхность, окружающую заряженное тело, равен заряду тела, помноженному на 4π.

Этот закон — *закон Гаусса* — в симметричных случаях позволяет значительно проще, чем в прямых расчетах по закону Кулона, вычислять напряженность электрического поля. Мы сейчас убедимся в этом на примере задачи о напряженности поля заряженной сферы.

Напряженность электрического поля заряженной сферы

Окружим заряженную сферу сферической поверхностью большего радиуса R. По закону Гаусса поток напряженности через эту поверхность есть $4\pi\cdot$(заряд сферы). Но из симметрии рассматриваемой задачи следует, что абсолютная величина напряженности в каждой точке поверхности одна и та же, а направлена электрическая напряженность вдоль радиуса. В этом легко убедиться, рассмотрев вклад в напряженность в данной точке поверхности от двух кусочков заряженной сферы, расположенных симметрично относительно радиуса (рис. П.19). Этот вклад, по правилу сложения векторов, оказывается направленным вдоль радиуса. Полная напряженность в данной точке поверхности складывается из вкладов всех таких пар кусочков. Рассматривая другую точку поверхности, можно также выбрать симметричные уже относительно радиуса к этой точке пары кусочков и суммировать вклад таких пар. Очевидно, что каждой паре кусочков, симметричных относительно радиуса к первой точке, соответствует аналогичная пара кусочков, находящаяся на том же расстоянии до второй точки, так что векторы суммы будут иметь равные абсолютные величины и будут направлены вдоль соответствующих радиусов. Поскольку напряженность в каждой точке поверхности оказывается направленной

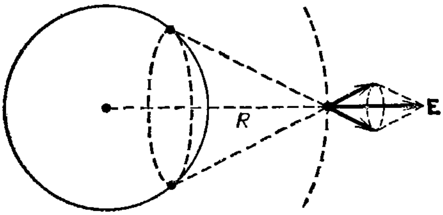

Рис. П.19. Напряженность поля заряженной сферы **E** направлена по радиусу. Это следует из симметрии задачи

вдоль радиуса, поток напряженности через рассматриваемую сферическую поверхность определяется точно так же, как и в случае сферической поверхности, окружающей точечный заряд:

$$\text{поток} = E \cdot S,$$

где E — напряженность, а S — площадь сферы. Поэтому из закона Гаусса получаем

$$E \cdot 4\pi R^2 = 4\pi Q,$$

где Q — полный заряд сферы. Для абсолютной величины напряженности имеем

$$E = \frac{Q}{R^2}.$$

Итак, напряженность электрического поля вне однородно заряженной сферы оказывается такой, как если бы заряд сферы был сосредоточен в ее центре. На очень больших расстояниях от сферы этот результат очевиден: на таких расстояниях размерами заряженной сферы можно пренебречь и ее можно рассматривать как точечный заряд. Замечательно, что и на близких расстояниях заряженная сфера воздействует как точечный заряд, сосредоточенный в ее центре.

Теперь выберем сферическую поверхность, центр которой совпадает с центром сферы, а радиус меньше, чем радиус сферы. Повторяя для такой поверхности *внутри* сферы все только что приведенные рассуждения с симметричными относительно радиуса малыми кусочками сферы, мы получаем, что напряженность электрического поля *внутри* сферы должна бы быть направлена по радиусу и иметь одинаковую абсолютную величину во всех точках рассматриваемой сферической поверхности. Есть только одно отличие: приравняв поток напряженности через эту поверхность заряду *внутри* нее, мы получим, что поток равен нулю — ведь никакого заряда *внутри* нашей поверхности нет — он сосредоточен *вне* ее на заряженной сфере. Площадь нашей поверхности не нулевая, так что равна нулю напряженность.

Итак, напряженность электрического поля внутри заряженной сферы оказалась равной нулю. Отсюда легко понять результаты опытов Франклина. Догадка Пристли была верной — дело тут действительно в законе обратного квадрата расстояния между точечными зарядами. Именно этот закон — закон Кулона — обеспечивает справедливость закона Гаусса *).

Используя закон Гаусса, можно определить поле заряженной плоскости и плоского конденсатора. Попробуйте проделать это сами.

Дивергенция электрического поля

Применим теперь закон Гаусса к малой окрестности произвольной точки M с координатами x, y, z. Выберем малую область, ограниченную прямоугольным параллелепипедом с ребрами, параллельными осям координат, так что длина ребра, параллельного оси X, составляет Δx, параллельного оси Y — Δy, а параллельного оси Z — Δz.

Будем считать грани параллелепипеда настолько малыми, что изменением на них вектора электрической напряженности можно пренебречь. (Мы уже рассматривали такие малые площадочки выше, когда

*) Заметим, что тот же закон обратных квадратов расстояния справедлив и для гравитации. Прекрасным способом проверки этого закона является измерение силы гравитационного притяжения внутри полой массивной сферы. Закону $1/r^2$ отвечает сила, строго равная нулю.