связывать циркуляцию напряженности электрического поля (локально — ее ротор) с изменением со временем напряженности магнитного поля (характеристикой такого мгновенного изменения по аналогии с мгновенной скоростью является производная вектора **H** по времени, причем производная — частная, определяемая в данной точке при неизменных пространственных характеристиках). Тем самым в нестационарном случае второе уравнение имеет вид

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}.$$

Знак «минус» означает, что циркуляция электрического поля должна вызывать в витке такое направление тока, при котором магнитное действие этого тока стремится компенсировать начальное изменение магнитного поля. Соображения размерности и в этом случае требуют, чтобы в правой части появился множитель размерности с/см, т. е. обратной скорости. Оказывается, что это именно $1/c$, где c — скорость света! (см. ниже).

В нестационарном случае третье уравнение остается справедливым. Для описания всех известных во времена Максвелла электромагнитных явлений не требовало изменения в нестационарном случае и четвертое уравнение. Но физическая картина, стоящая перед мысленным взором Максвелла, требовала для своего завершения модификации этого уравнения. Исходя из симметрии между электричеством и магнетизмом, Максвелл предположил, что должно существовать новое нестационарное явление, подобное явлению электромагнитной индукции — ток смещения (см. с. 42). С учетом тока смещения четвертое уравнение Максвелла принимает вид

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}.$$

Электромагнитные волны

Здесь мы обсудим свойства электромагнитных волн как решений уравнений Максвелла.

Чтобы выяснить, что это за решения, обратимся к уравнениям Максвелла для «пустого» пространства, в котором плотность заряда ρ и плотность тока $\mathbf{j}$ равны нулю. В «пустом» пространстве при $\rho = 0$ и $\mathbf{j} = 0$

уравнения Максвелла имеют вид

$$1)\ \operatorname{div}\mathbf{E}=0,\qquad 2)\ \operatorname{rot}\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t},$$

$$3)\ \operatorname{div}\mathbf{H}=0,\qquad 4)\ \operatorname{rot}\mathbf{H}=\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}.$$

Выберем декартову систему координат X, Y, Z и запишем эти уравнения для векторов **E** и **H** как систему дифференциальных уравнений.

Пусть нестационарное электрическое поле имеет только составляющую по оси Y, а магнитное поле имеет единственную изменяющуюся по времени компоненту — по оси Z. В этом случае система уравнений упрощается. Остаются только два уравнения

$$\frac{\partial E_y}{\partial x}=-\frac{1}{c}\frac{\partial H_z}{\partial t},\qquad -\frac{\partial H_z}{\partial x}=\frac{1}{c}\frac{\partial E_y}{\partial t}$$

и легко проверить, что если $E_y=H_z=f(x-ct)$, где f — произвольная функция, то эти уравнения обратятся в тождества. Значит, мы угадали решение уравнения Максвелла в пустоте:

$$E_y=H_z=f(x-ct).$$

В этом решении векторы **E** и **H** перпендикулярны друг другу. При этом пространственное изменение одного поля приводит к изменению во времени другого. Во времени и пространстве разыгрывается процесс непрерывного взаимопревращения электрического и магнитного полей.

Посмотрим, как изменяется каждое из полей в этом процессе. Пусть в момент $t=0$ мы имели некоторое распределение $E_y(x)$ и $H_z(x)$ по X (рис. П.23). Тогда через время t заданный в начальный момент профиль $E_y(x)$ и $H_z(x)$ сместится на расстояние ct в сторону положительного направления оси X. За равные промежутки времени заданный в начальный момент времени профиль смещается на равные расстояния. Постоянная скорость такого смещения c.

Таким образом, решение $f(x-ct)$ описывает распространение электромагнитого поля в сторону положительного направления оси X. Полученное решение описывает волну, распространяющуюся в положительном направлении вдоль оси X.

Итак, уравнения Максвелла в пустоте сводятся к волновому уравнению. Они имеют решения, описывающие электромагнитные волны, распространяющиеся со скоростью c. Этот коэффициент с размерностью скорости мы ввели в уравнения Максвелла из соображений размерности. Он определяется из опытов Фарадея и Ампера. Уравнения Максвелла в пустоте вскрывают глубокий физический смысл этого коэффициента — он равен скорости распространения электромагнитных волн.

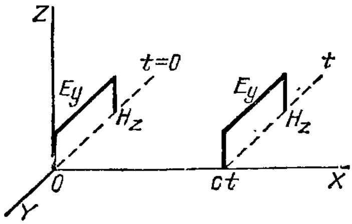

Рис. П.23. Распространение электромагнитного сигнала в направлении оси X: $E_y(x, t) = E_y(x - ct)$; $H_z(x, t) = H_z(x - ct)$

Мы рассмотрели довольно частный случай. Но физика процесса не зависит от того, как мы выбираем систему координат, или от того, как мы ориентируем их оси. Поэтому из нашего частного решения мы можем вывести много других решений уравнений Максвелла. Эти решения получаются при всевозможных преобразованиях системы координат — при ее поворотах вокруг любой прямой или при смене направлений осей. Уравнения Максвелла линейны по полям **E** и **H**. Если $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{H}_1$; $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$ являются решениями этих уравнений, то их суперпозиция также будет решением уравнений Максвелла. Совершая преобразования координат и используя принцип суперпозиции, мы можем получить из нашего решения все решения уравнений Максвелла в пустоте*).

Эти решения отвечают совокупности всех волн, которые могут распространяться в любом направлении в пространстве. Скорость распространения каждой волны равна c. В каждой волне вектор **E** направлен перпендикулярно вектору **H**. В каждой волне векторы **E** и **H** лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, ориентированы поперек направления движения. Электромагнитные волны являются *поперечными* (поперечно *поляризованными*).

В этом их принципиальное отличие от волн акустических, в которых вектор смещения (рис. П.24) на-

*) Обратим особое внимание на произвол выбора функции $f(x - ct)$. Функция f может быть периодической или суммой гармонических функций. Все эти функции описывают различные решения уравнения Максвелла.

правлен по направлению волны. Акустические волны — продольные. Электромагнитные волны в пустоте не могут быть продольными. В самом деле, $E_x = H_x = f(x - ct)$ не может быть решением, потому что в

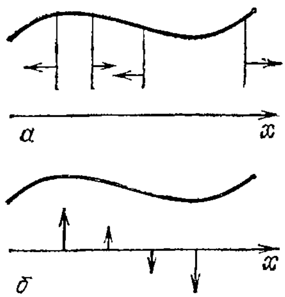

Рис. П.24. Акустическая волна (*а*) — продольная, ее распространение обусловлено смещениями в направлении распространения волны *x*. Электромагнитная волна (*б*) — поперечная, ее распространение связано с изменениями поля в направлениях, поперечных направлению ее распространения

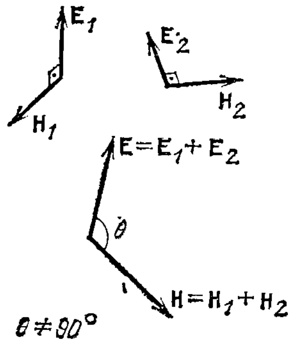

Рис. П.25. При суперпозиции двух волн векторы электрического и магнитного полей могут быть неортогональными: угол между ними может отличаться от 90°

этом случае $\operatorname{div} \mathbf{E} = \operatorname{div} \mathbf{H} = \frac{\partial f}{\partial x} \neq 0$, что противоречит уравнениям 1) и 3).

Заметим, что для совокупности волн свойства отдельных волн теряются. Так, если в одной волне вектор $\mathbf{E}_1$ перпендикулярен вектору $\mathbf{H}_1$, а в другой волне вектор $\mathbf{E}_2$ перпендикулярен вектору $\mathbf{H}_2$, то в совокупности этих волн вектор напряженности электрического поля $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$ уже не перпендикулярен вектору напряженности магнитного поля $\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2$ (рис. П.25). И все же условия $\rho = 0$, $\mathbf{j} = 0$ отличают произвольную систему волн от статических полей. Но отличие это локально не проявляется — природу поля нельзя определить по его проявлениям в данной точке пространства в данный момент времени. Только выбрав конечный объем и промерив в нем $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ и их производные, мы можем отличить поле волны от поля неподвижного заряда.