или температура тела, то мы должны взять производную этой величины по времени и тем самым определить мгновенную скорость изменения этой величины. Но если мы рассматриваем некоторую физическую величину, определенную в каждой точке пространства, то мы можем задать и другой вопрос — как меняется эта величина от точки к точке в пространстве. После обсуждения производных по времени, нетрудно догадаться, что при описании пространственной зависимости, при описании изменения физической величины от точки к точке в пространстве нужно будет привлекать математическое понятие производной. Только теперь аргументом функции будет не время, а пространственная координата, и мы будем изучать изменение величины не через определенные промежутки времени, а при определенном перемещении в пространстве. (Сразу заметим, что изменение зависит *не только* от расстояния, но и от направления перемещения от точки к точке.)

Поле

Пусть в пространстве определена некоторая величина. Это означает, что мы можем сказать, чему равна эта величина в каждой точке пространства. Например, мы знаем, какая температура в том или ином месте. В этом случае говорят, что задано *поле* этой величины. В нашем примере — поле температур.

Если в пространстве введена прямоугольная (ее называют декартовой по имени французского математика и физика Рене Декарта) система координат X, Y, Z, так что каждая точка пространства характеризуется значениями своих координат, то поле является функцией координат каждой точки и формально представляет собой функцию трех переменных x, y и z.

Если величина, поле которой мы рассматриваем, меняется со временем, то поле этой величины зависит от времени и называется *нестационарным*. Если величина не зависит от времени, ее поле зависит только от пространственных координат и называется *стационарным*.

Можно выбирать разные системы координат, различными будут и выражения для поля как функции координат. Однако сама рассматриваемая величина в каждой точке пространства зависит именно от точки пространства, а не от способов описания положения этой точки или выбора системы координат.

Рассмотрим в данный момент $t=t_0$ скалярное поле $u(M, t_0)=u(x, y, z, t_0)$ (т. е. функция u — скаляр). В каждой точке пространства M с координатами x, y, z поле характеризуется величиной $u(M)=u(x, y, z)$. Зададимся вопросом о том, как меняется эта величина от точки к точке. Чтобы ответить на этот вопрос, нам придется привлечь несколько математических понятий, описывающих различные изменения физических величин.

Градиент скалярного поля

Рассмотрим определенную во всех точках пространства скалярную величину. Если эта величина одинакова во всех точках пространства, то мы имеем *однородное скалярное поле* этой величины. Если значения рассматриваемой величины в разных точках пространства неодинаковы, то ее поле неоднородно. Как же охарактеризовать неоднородность поля? Рассмотрим конкретный пример скалярного поля.

Мы видели, что во всех точках пространства, окружающего неподвижный электрический заряд, можно определить скалярную величину — электрический потенциал. Поэтому можно говорить о скалярном поле электрического потенциала. Рассмотрим неподвижный электрический заряд. На разных расстояниях от заряда потенциал имеет различные значения. Поле электрического потенциала точечного заряда — неоднородное. Величина потенциала меняется с расстоянием от заряда. Поле неподвижного заряда со временем не меняется. Это поле — стационарное. Поэтому поле электрического потенциала неподвижного точечного заряда — пример неоднородного стационарного скалярного поля.

Потенциал неподвижного точечного заряда зависит только от расстояния до такого заряда. Поэтому на сфере, окружающей точечный заряд (с центром сферы, совпадающим с положением заряда), потенциал имеет одно и то же значение. Такая сфера — пример поверхности одинакового потенциала — *эквипотенциальной поверхности.*