относительно оператора симметрии $A_0 = A(\alpha_+, \alpha_-)$. Весьма вероятно, что $\mathfrak{D}(\alpha)$, подобно $V_{\lambda\mu}$, также выделяется из $\mathfrak{D}$ с помощью инфинитезимальных операторов левого сдвига. (Эта гипотеза проверена автором в случае $\nu = 0$.)

§ 8. Классификация неприводимых представлений

Вопросы классификации бесконечномерных неприводимых представлений группы G существенно зависят от аксиоматики в классе таких представлений. Действительно, даже если вместо группы G рассматривать аддитивную группу R вещественных чисел, то проблема классификации ее топологически неприводимых представлений равносильна до сих пор нерешенной проблеме классификации линейных непрерывных операторов (с точностью до эквивалентности) в топологическом векторном пространстве. Положение значительно упрощается, если вместо топологически неприводимых представлений группы R рассматривать ее вполне неприводимые представления (см. § 4). В этом случае ввиду выполнения теоремы Бернсайда можно утверждать ([88]), что вполне неприводимое представление группы R одномерно. Следовательно, оно имеет вид экспоненты $e^{\lambda x}$, $x \in R$.

Однако при переходе от группы R к группе G возникает еще одна трудность. Действительно, как мы видели выше, операторы представления $e(\alpha)$ могут быть определены как в гильбертовом пространстве $\mathscr{H}_\nu$, так и в монтелевском пространстве $\mathfrak{D}_\nu$. При этом $\mathfrak{D}_\nu$ всюду плотно в $\mathscr{H}_\nu$, и представление $e(\alpha)$ в обоих пространствах вполне неприводимо. Естественно считать такие представления в некотором роде одинаковыми, т. е. использовать соответствующее определение эквивалентности. Такое определение было предложено М. А. Наймарком [117]. Мы приведем несколько видоизмененный вариант такого определения.

Пусть T_g — представление группы G в топологическом векторном пространстве L, и пусть L_0 — инвариантное векторное подпространство в L. Скажем, что представление T_g в L_0 является уплотнением представления T_g в L, если в L_0 существует более сильная топология, по отношению к которой L_0 полно и операторы T_g непрерывны. Скажем, что два представления группы G слабо эквивалентны, если они имеют эквивалентные уплотнения.

Теперь мы можем сформулировать один из вариантов постановки задачи о классификации неприводимых представлений группы G. Требуется классифицировать все вполне неприводимые представления этой группы с точностью до слабой эквивалентности.

Окончательное решение этой задачи было получено в недавней работе М. А. Наймарка и автора [91] (см. также [90]) *). Оказалось, что *всякое вполне неприводимое представление группы G слабо эквивалентно одному из ее минимальных представлений* $\mu(\alpha)$.

---

*) Близкий (но более слабый) результат был получен в более ранней работе Ф. А. Березина [49].