уменьшает энергию, а значит, и массу системы. Нелинейность можно проследить и в случае гравитационных волн, но на этом мы не останавливаемся.

В области, где нелинейность существенна, РТТПП теряет все свое практическое удобство и становится невероятно громоздкой. Задачу о поле тела вблизи гравитационного (шварцшильдовского) радиуса (см. § 2 гл. 3) никто и не пытался решить в РТТПП.

По этим причинам в дальнейшем пользоваться РТТПП мы почти не будем. Принципиальные же преимущества, необходимость и неизбежность ОТО и искривления пространства — времени были показаны выше.

§ 5. О возможности вычисления гравитационной постоянной на основе теории элементарных частиц

В ОТО, так же как и в теории тяготения Ньютона, гравитационная постоянная G рассматривается как определяемая из опыта мировая постоянная. Ни в ОТО, ни в ньютоновской теории не делается попытка выразить G через какие-то другие, более элементарные величины.

Ниже излагается такая попытка, принадлежащая Сахарову (1967). В настоящее время попытка не привела к определенным конкретным достижениям, в формулу для G входит другая неизвестная величина. Тем не менее, новизна принципиального подхода и новый взгляд на саму сущность явления в указанной работе заслуживают внимания.

В ньютоновской теории G характеризует силу взаимодействия частиц между собой; характерной величиной является энергия двух частиц — Gm_p^2/r, которая (для двух протонов) в 10^{37} раз меньше электростатической энергии e^2/r на равном расстоянии. Безразмерной величиной является $Gm_p^2/e^2 = 10^{-36}$ или $Gm_p^2/\hbar c = 10^{-38}$, и теория должна дать ответ на вопрос о том, откуда появляются безразмерные числа, так сильно отличающиеся от единицы. Некоторые теоретики связывают это обстоятельство с идеей о влиянии всей Вселенной на локальные явления, грубо говоря, с тем, что Вселенная велика. Убедительных соображений о таком влиянии нет и мы к такому подходу относимся отрицательно.

Для Сахарова исходным пунктом является другой подход к теории тяготения, характерный для ОТО и связывающий гравитацию с представлениями о кривизне пространства — времени.

Вся ОТО содержится в выражении действия. Для частиц и гравитационного поля действие может быть записано в виде

$$S = -\sum mc\int ds - \frac{c^3}{16\pi G}\int R\,dV, \tag{2.5.1}$$

где V — 4-мерный объем. В этом уравнении первый член представляет собой сумму, взятую по траекториям всех частиц.

Варьируя в первом члене траекторию частицы в пространстве, метрика которого известна, мы получим из условия экстремума S закон движения частицы в этом пространстве. В кривом пространстве траектория зависит от кривизны, так что первый член включает в себя воздействие гравитационного поля на движение частиц.

Варьируя метрику пространства в выписанном выше выражении S, мы получаем уравнение самого гравитационного поля. Символически

$$\frac{\delta S}{\delta g^{ik}} = \frac{1}{2c} T_{ik} - \frac{c^3}{16\pi G}\left(R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R\right) = 0. \qquad (2.5.2)$$

Здесь первый член получен при вариации первого интеграла в формуле (2.5.1), а второй член соответственно происходит от интеграла кривизны, т. е. от второго члена в (2.5.1).

Грубо говоря, первый член правой части (2.5.2) дает выражение силы, с которой частицы стремятся искривить пространство. Такая формулировка соответствует принципу равенства действия и противодействия: есть тождественная связь между действием кривизны на движение частицы и действием частицы на кривизну. Эта связь выражается как раз в том, что оба эти фактора получаются из одного выражения — $mc\int ds$, в котором ds вычисляется в римановом пространстве.

Члены, содержащие R и R_{ik} в (2.5.1) и (2.5.2), можно наглядно представить себе как описание *упругости* пространства, «стремления» пространства оставаться плоским, описание того, как пространство сопротивляется искривлению.

Константа $c^3/16\pi G$, характеризующая упругость вакуума, является величиной, которую мы хотим вычислить. Таким образом, ОТО содержит характерную большую величину (напомним, что в ньютоновской теории пришлось бы говорить об обратной ей малой величине). Для того чтобы прийти к безразмерной величине, сформулируем ситуацию так: масса элементарной частицы m, размазанная на характерной квантовой длине $\hbar/mc$, создает весьма малое искривление пространства, потому что велика упругость вакуума, сопротивляющаяся этому искривлению.

Напомним, что здесь и ниже сама кривизна пространства и ОТО рассматриваются в неквантовом, классическом, детерминированном аспекте, между тем как элементарные частицы движутся по квантовым законам в детерминированном кривом пространстве.

До сих пор мы не вышли за рамки общепринятой ОТО — в лучшем случае, дополнили ее чисто словесными украшениями.

Теперь обратимся к тому новому, что содержится в цитированной работе Сахарова — к попытке вычисления «упругости» вакуума $c^3/16\pi G$.

В связи с теорией космологической постоянной (см. § 9 гл. 1) был поставлен вопрос, не могут ли квантовые флуктуации в вакууме привести к тому, что вакуум окажется носителем определенной плотности энергии и давления. Сахаров ставит вопрос, как изменятся свойства вакуума при изменении кривизны пространства. Это изменение плотности энергии в зависимости от кривизны характеризовало бы упругость вакуума так же, как зависимость энергии твердого тела от его деформации характеризует упругость материала.

Нужно подчеркнуть, что идейная связь между космологической постоянной и упругостью отнюдь не предопределяет какую-либо численную связь или пропорциональность. Вполне возможно, что происходит точная компенсация вклада различных полей в энергию вакуума и поэтому $\Lambda = 0$, а тем не менее, упругость велика: функция равна нулю, но ее производная отлична от нуля.

Упругость вакуума зависит от поправок в уравнении движения квантовых частиц, когда эти частицы находятся в кривом пространстве. В этом смысле можно сказать, что целью является получение второго члена в (2.5.1) из законов движения в кривом пространстве, т. е., в сущности, из первого члена (2.5.1), написанного для квантованных частиц. Напомним лишь, что речь идет о частицах, способных рождаться по одиночке (как кванты) или парами (e^-e^+) и о вакууме, т. е. о пространстве, где реальных частиц нет.

Из общих соображений релятивистской инвариантности и размерности следует, что поправка в действии должна зависеть от инварианта R. Эта поправка может быть записана как интеграл по импульсу частиц, и интеграл этот расходится. Это значит, что конечная величина получается только в предположении, что квантовая теория справедлива лишь при импульсе, меньшем определенного предела p_0. Поправка к действию равна

$$\frac{kp_0^2}{\hbar}\int R\,dV,$$

где k — безразмерный численный множитель порядка единицы *). Предполагается, что упругость пространства целиком обусловлена именно этими квантовыми эффектами. Другими словами, Сахаров считает, что константа гравитации, которую вводят из опыта, в действительности, по крайней мере в принципе, могла бы быть

*) О его точном значении в настоящее время спрашивать нельзя, поскольку нет конкретной картины при импульсах порядка и больше p_0. Неясен даже знак k.

вычислена из условия

$$\frac{c^3}{16\pi G}\int R\,dV \equiv \frac{kp_0^2}{\hbar}\int R\,dV,\quad G = k'\,\frac{c^3L^2}{\hbar},$$
$$L = \frac{\hbar}{p_0},\quad k' = \frac{1}{16\pi k}. \tag{2.5.3}$$

Конкретные вычисления приведены в статье Сахарова. Для того чтобы получить наблюдаемое значение упругости, нужно принять, что импульс весьма велик, соответствует как раз массе 10^{-5} *г*. Поскольку элементарные частицы такой массы не известны, теория для вычисления одной величины $c^3/16\pi G$, содержащей неизвестную G, вынуждена вводить другую неизвестную величину, p_0.

Величина p_0 и соответствующая масса 10^{-5} *г* или длина 10^{-33} *см* вводились и раньше, но сейчас изменилась логика. Раньше предполагалось, что гравитация (заданная как нечто первичное) приводит к особым свойствам пространства на длинах 10^{-33} *см*, к особым свойствам «точечной» массы, равной 10^{-5} *г*. Новая точка зрения заключается в том, что масса 10^{-5} *г* или длина 10^{-33} *см*, заданные как нечто первичное, приводят к определенной величине упругости вакуума, к определенному значению постоянной тяготения. Таким образом, формула остается одной и той же,

$$m_g^2c^2/\hbar = c^3/G, \tag{2.5.4}$$

и прогресс заключается в том, что эту формулу предлагается читать справа налево, как определение G.

Выходя за рамки теории гравитации, заметим, что идея Сахарова, по-видимому, может быть перенесена и на электродинамику и на теорию слабого взаимодействия (Зельдович, 1967а). В электродинамике обычно вводят действие

$$S = -\,mc\int ds - \frac{e}{c}\int A_i dx^i - \frac{1}{8\pi}\int (H^2 - E^2)\,dV, \tag{2.5.5}$$

где первый член представляет собой действие свободных заряженных частиц, второй — взаимодействие заряженных частиц и электромагнитного поля, третий— действие свободного электромагнитного поля. Предлагается в качестве исходных взять первые два члена и получить третий член — действие поля — как результат квантовых вакуумных поправок, как это было сделано с членом $-\int R\,dV$ в теории тяготения. В замечательной работе Ландау и Померанчука (1955) можно найти соображения, благоприятные для такого подхода.

Аналогично можно подойти и к теории промежуточного заряженного бозона W, осуществляющего слабое взаимодействие по реакциям

$$n = p + W^-,\ W^- = e^- + \bar{\nu}.$$

При этом теория приводит к тому, что масса электромагнитных квантов должна равняться нулю, в отличие от массы W,— бозона. Одно и то же значение p_0 (при определенных предположениях о спектре масс фермионов) дает разумные значения для постоянной гравитации, заряда элементарной частицы и константы слабого взаимодействия.

Возвращаясь к теории тяготения, отметим возможное значение изложенных идей для проблем экстремальных состояний: коллапса, сингулярности и т. п.

Для астрофизики особенно интересно, что развитие этих идей должно, в принципе, дать и следующие поправки, зависящие от квадратичных инвариантов кривизны, с коэффициентами порядка $\hbar \ln [p_0/mc]$, где m — масса частиц. Таким образом, намечается путь получения поправок к уравнениям Эйнштейна. Эти поправки будут заметны при кривизне порядка 10^{64} *см*$^{-2}$ и, возможно, дадут условия перехода от сжатия к расширению в окрестности сингулярности. Заметим, что речь идет при этом о нелинейных (по кривизне) поправках к самим уравнениям ОТО, а не о той нелинейности (по отклонениям метрики от плоской), которая уже содержится в классических уравнениях ОТО. См. работу Гинзбурга и др. (1971).

Но здесь с идеями Сахарова, в которых пространство описывается детерминистически, не квантово, конкурируют (или присоединяются к ним) другие идеи. В принципе, квантованию подлежит и само пространство. Этот круг вопросов подробно изложен в ряде работ Уилера и в несколько ином аспекте — в работах супругов Де Витт (1964).

§ 6. Квантование тяготения

Наиболее общие рассуждения указывают, что гравитационное поле должно подчиняться квантовым законам. Если не предполагать, что существует квантовый предел на точность измерения гравитационного поля (т. е. измерения пространственно-временной метрики), то неизбежно возникает противоречие с принципом неопределенности для электронов, фотонов и т.д. Квантование тяготения вовсе не исключает классическую (неквантовую) теорию гравитационного поля; она остается справедливой как предельный случай квантовой теории. Связь между этими теориями аналогична хорошо известному случаю квантовой нерелятивистской теории и классической механики. Еще лучшей аналогией является классическая электромагнитная теория поля и квантовая электродинамика.

В обоих случаях (электромагнетизм и тяготение) классическая теория исторически была разработана задолго до создания квантовой теории. Очевидно, что эффекты, вызванные квантованием тяготения, количественно ничтожны как в лабораторных, так и в