

пространства по всем двумерным направлениям, и эта средняя кривизна действительно равна нулю. Однако вне звезды риманова кривизна пространства (см. § 4 гл. 1) не равна нулю и может иметь в зависимости от двумерного направления и положительное, и отрицательное значение. В центре звезды все направления равноценны; там кривизна для любой ориентации дается формулой (3.3.6) и всегда положительна.

Гравитационное поле, полученное «спиванием» решений внутри звезды и снаружи, нигде не имеет каких-либо особенностей типа сферы Шварцшильда, и везде

$$1 \leq e^\lambda < \infty \text{ и } 0 < e^\nu < 1.$$

§ 4. Движение по радиусу лучей света и ультрарелятивистских частиц

Посмотрим теперь, как будут двигаться по радиусу в сферическом поле тяготения частицы, имеющие фундаментальную скорость c (например, фотоны и нейтрино). Поскольку локально наблюдатель может ввести координаты, в которых $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$, то, используя принцип постоянства скорости света, измеренной локальным наблюдателем ($v_{\text{света}} = c$), получаем условие движения частицы с нулевой массой покоя: $ds = 0$. В силу симметрии частица, пущенная по радиусу, будет все время двигаться в радиальном направлении. Следовательно, при $\varphi = \text{const}$ и $\theta = \text{const}$

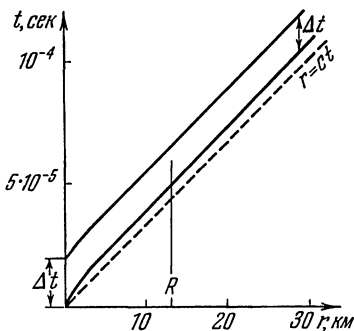


Рис. 7. Графики изменения r от t по часам далекого внешнего наблюдателя для двух нейтрино, вылетевших при $t = 0$ и $t = \Delta t$ из центра звезды с массой $0,64 M_{\odot}$; R — граница звезды ($R = 6,9 r_g$).

$$\frac{dr}{dt} = ce^{\frac{\nu-\lambda}{2}}. \quad (3.4.1)$$

Везде внутри звезды $e^{\frac{\nu-\lambda}{2}} < 1$. За поверхностью звезды в ваку-

уме $e^{\frac{\nu-\lambda}{2}} = 1 - \frac{2GM}{c^2 r} < 1$, и эта величина стремится к 1 при $r \rightarrow \infty$. Следовательно, например, для нейтрино, вылетающего из центра, изменение координаты r со временем t далекого внешнего наблюдателя должно иметь вид, изображенный на рис. 7. Пунктиром на этом рисунке показано движение нейтрино в отсутствии поля тяготения. В дальнейшем мы будем часто рассматривать движение тел в непосредственной близости к гравитационному радиусу центрального тела (где поле особенно сильно) и даже в пре-

деле $r \rightarrow r_g$. Как отмечено в § 2, статическое тело не может иметь размеры $r \leq r_g$, а Бонди (1964) продемонстрировал, что размеры тела в равновесии не могут быть даже меньше $1,6 r_g$. Однако, как мы увидим далее в гл. 11, массивные и сверхмассивные звезды (с массой больше двух масс Солнца) в конце эволюции, потеряв устойчивость и сжимаясь, экспоненциально быстро для далекого наблюдателя достигают размеров гравитационного радиуса. Внешнее поле Шварцшильда в вакууме для таких неравновесных звезд, называемых застывшими (см. гл. 11), простирается вплоть до r_g . Именно к таким неравновесным сжимающимся объектам относятся все рассуждения о движении частиц в вакууме вблизи r_g : частицы в своем движении не наталкиваются на поверхность тела.

Вернемся к рассматриваемой задаче. Заметим, что в вакууме при $r \rightarrow r_g$

$$\frac{dr}{dt} = c \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) \rightarrow 0.$$

Это, очевидно, вовсе не означает, что скорость света стремится к нулю. Скорость, измеряемая находящимся в данной точке наблюдателем, есть не $\frac{dr}{dt}$, а $\frac{dx}{d\tau}$, где dx и $d\tau$ — соответственно бесконечно малое физическое расстояние и время (см. § 2 гл. 3).

Для света всегда $\frac{dx}{d\tau} = c$.

Для далекого наблюдателя скорость луча света по его часам есть $\frac{dx}{dt} = c \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}}$, т. е. с его точки зрения луч вблизи массы движется медленнее. На этом основан недавно предложенный новый способ проверки ОТО (Шапиро, 1965).

Предлагается производить радиолокационные наблюдения прохождения Меркурия за Солнцем (рис. 8). В ньютоновской теории изменение времени распространения радиосигналов туда и обратно определяется только изменением расстояния между Землей и Меркурием и графически изображается сплошной линией на рис. 8. Согласно ОТО уменьшение скорости сигналов вблизи Солнца приведет к добавочному изменению времени прохождения радиолуча *) для далекого наблюдателя; поэтому возникает добавочный подъем на графике рис. 8 (пунктир). Величина добавочного изменения в оптимальном случае порядка $2 \cdot 10^{-4}$ сек. Наблюдавшееся запаздывание, измеренное Шапиро (1968), находится в согласии с предсказанием общей теории относительности: (измеренное запаздывание) =

*) Изменяется также и траектория луча [знаменитое отклонение на $1,75''$ вблизи края солнечного диска (см. § 10 гл. 3)]; однако увеличение времени прохождения радиосигнала благодаря изменению длины траектории — величина более высокого порядка малости, чем эффект, указанный в тексте.

= (предсказанное запаздывание) $\times (0,9 \pm 0,2)$. При проведении измерений Шапиро не учитывал поправки на изменение скорости радиосигналов в плазме солнечной короны, так как на использованных ими частотах ($7,84 \cdot 10^9$ гц) добавочная задержка, вызванная короной, меньше чем 10^{-6} сек.

Заметим, что искривление луча и изменение времени прохождения сигнала тесно связаны между собой. В самом деле, представим себе, что из бесконечности приходит плоская волна. Фаза величины, которую несет волна (электрического или магнитного поля), постоянна на плоскости. Эта волна взаимодействует с Солнцем; после прохождения области взаимодействия волна становится

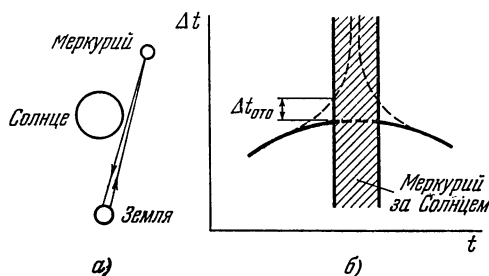


Рис. 8. Радиолокация планеты Меркурий для проверки ОТО. а — общая схема; б — изменение времени прохождения радиолокационного сигнала. По вертикальной оси отложено время прохождения сигнала туда и обратно, по горизонтальной оси — момент послышки сигнала. Пунктиром показано изменение, соответствующее эффектам ОТО. Затрихована ненаблюдаемая область прохождения Меркурия за Солнцем.

искривленной. Одна функция, задающая форму поверхности волны после взаимодействия, несет информацию, полностью определяющую результаты двух упомянутых выше проверок ОТО. Нормаль к поверхности представляет собой направление, в котором мы видим звезду. Искривление поверхности сопровождается поворотом нормали и воспринимается как искривление светового луча. Измеряя поворот луча для звезд, расположенных на разном

угловом расстоянии луча от Солнца, можно прощупать всю поверхность волны после взаимодействия. С другой стороны, искривление поверхности приводит к изменению момента прихода волны в данную точку пространства. Таким образом, между двумя эффектами существует связь, не зависящая от предположений о характере воздействия на волновую поверхность.

Метод Шапиро не требует солнечного затмения и позволяет применить всю мощь современной радиотехники. Весьма вероятно, что этот метод даст большую точность, чем оптический. Как отмечает К. С. Торн, в следующей один или два года описанные выше стандартные методы для измерения времени задержки радиолуча и отклонения света будут полностью изменены. Временная задержка будет измеряться не путем отражения радиоволн от удаленных планет, а с помощью ретрансляции радиосигналов космическим кораблем. Говоря подробнее, радиосигналы будут посылааться с Земли на космический корабль, который расположен на противоположной стороне Солнечной системы; космический ко-

рабль будет принимать эти сигналы и передавать их обратно на Землю, где они будут регистрироваться радиотелескопами. Будет измеряться разность времен между посланным и принятым сигналом на Земле. При этом мы уже не имеем дела с отражением от обширной и неровной поверхности планеты. Такой метод использовался для слежения за американским космическим кораблем в 1965 г.; он может дать точность в измерении временной задержки, соответствующую неопределенности в расстоянии порядка 10 метров.

Другой новый метод для измерения отклонения света использует радиоволны от квазаров, а не оптическое излучение звезд. Для измерения изменения углового расстояния между квазарами 3С 273 и 3С 279 при прохождении последнего из упомянутых квазаров за Солнцем (его «затмения» Солнцем) используется транс-континентальная интерферометрия. Угловое расстояние между этими квазарами составляет около восьми градусов дуги, а покрытие 3С 279 Солнцем происходит в октябре каждого года. Использование трансконтинентальной интерферометрии позволит измерять таким способом отклонение света с точностью 10^{-3} сек дуги. Первый такой эксперимент, проведенный в октябре 1968 г., окончился неудачно, однако второй, в октябре 1969 г., был успешным. Пока (начало 1970 г.) точные результаты эксперимента 1969 г. не опубликованы.

Как меняется энергия нейтрино и световых квантов, а следовательно; и частота соответствующих волн, при движении в поле тяготения? Рассмотрим изменение частоты. Пусть излучатель на поверхности звезды произвел две вспышки с интервалом Δt . Так как e^λ и e^ν не зависят от \dot{t} , то эти вспышки придут к далекому наблюдателю так же с интервалом Δt по его часам, как это изображено на рис. 7. Но интервалу $\Delta \dot{t}$ в сильном поле тяготения соответствует промежуток времени

$$\Delta \tau = e^{\nu/2} \Delta t. \quad (3.4.2)$$

Следовательно, частота ω принятого наблюдателем сигнала, пропорциональная $1/\Delta \dot{t}$, отличается от частоты испущенного сигнала $\omega_0 = 1/\Delta \tau$:

$$\omega = \omega_0 \cdot e^{\nu/2}. \quad (3.4.3)$$

Частота сигнала уменьшается при выходе его из поля тяготения (и увеличивается при движении в обратном направлении). Соответственно этому уменьшается и энергия кванта $E = \hbar\omega$. Описанное явление называется *гравитационным красным смещением*. Для наблюдателя, находящегося на поверхности звезды, спектр

испускания атомов выглядит точно так же, как и в лаборатории на Земле. Однако спектр тех же атомов звезды, наблюдаемый с Земли, сдвинут, из-за описанного явления, в красную сторону*).

§ 5. Радиальное движение нерелятивистских частиц

Теперь обратимся к радиальному движению нерелятивистских частиц в вакууме. Запишем сначала «координатную» скорость свободного падения в поле Шварцшильда, т. е. скорость изменения координаты r со временем t . Из уравнений для геодезических, используя выражение для интервала в поле Шварцшильда, получаем

$$\frac{dr}{dt} = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \left[1 - \frac{1 - \frac{r_g}{r}}{1 - \frac{r_g}{r_0}}\right]^{1/2} c. \quad (3.5.1)$$

Здесь r_g — гравитационный радиус центральной массы, r_0 — расстояние, с которого начинается падение и на котором $\frac{dr}{dt} = 0$. На большом расстоянии (r_0 и $r \gg r_g$) формула (3.5.1) переходит в обычное выражение ньютоновской теории:

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2GM}{rr_0}} (r_0 - r).$$

Выражение (3.5.1) показывает скорость изменения координаты r по часам далекого наблюдателя. Местный неподвижный наблюдатель, находящийся рядом с падающим телом, определит его скорость так:

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{dr}{dt} \frac{1}{1 - \frac{r_g}{r}} = \left[1 - \frac{1 - \frac{r_g}{r}}{1 - \frac{r_g}{r_0}}\right]^{1/2} c. \quad (3.5.2)$$

С приближением тела к гравитационному радиусу $\frac{dx}{d\tau} \rightarrow c$. Совсем иначе меняется скорость $\frac{dx}{dt}$ по часам t далекого наблюдателя. Используя формулу (3.5.1), находим $\frac{dx}{dt} = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1/2} \frac{dr}{dt} \rightarrow 0$ при $r \rightarrow r_g$. Разумеется, стремление скорости $\frac{dx}{dt}$ к нулю выз-

*) «Фиолетовое» смещение, вызванное у лучей, приходящих из космоса на Землю, ее гравитационным полем, составляет всего $\Delta\omega/\omega \approx 10^{-9}$, и мы им пренебрегаем.