

теля, как это подробно описано в § 4 гл. 3 для случая движения по радиусу. Никакого удара здесь нет. Заметим еще, что траектория подходит к сфере Шварцшильда всегда перпендикулярно, по радиусу (см. (3.6.1a, b)). Поэтому все формулы, приведенные в § 4 гл. 3 для частицы, падающей по радиусу, будут вблизи сферы Шварцшильда асимптотически справедливы и в общем случае ненулевого момента  $a$  падающей частицы \*).

### § 10. Движение ультрарелятивистских частиц и лучей света

Рассмотрим теперь прямо противоположный случай движения частицы, всюду (и даже на бесконечности) являющейся ультрарелятивистской. Такими частицами всегда являются фотоны и нейтрино.

Уравнение для частицы, движущейся в поле Шварцшильда с фундаментальной скоростью  $c$ , получается из (3.4.1a, b) предельным переходом  $v_\infty \rightarrow c$ , что соответствует  $E \rightarrow \infty$ ,  $a \rightarrow \infty$ . Эти бесконечности, очевидно, следствия нормировки энергии на  $mc^2$ , а момента на  $mgrc$ . Замечая, что при  $E \rightarrow \infty$ ,  $a/E \rightarrow l$ , где  $l$  — прицельное расстояние траектории на бесконечности, получаем в пределе  $E \rightarrow \infty$ :

$$\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 = 1 - \frac{l^2}{r^2} + \frac{l^2}{r^3}, \quad (3.10.1a)$$

$$\left(\frac{d\varphi}{d\tau}\right)^2 = \frac{l^2}{r^4} \left(1 - \frac{1}{r}\right). \quad (3.10.1b)$$

В плоском пространстве отсутствуют слагаемое  $l^2/r^3$  в (3.10.1a) и член  $1/r$  в (3.10.1b); при этом  $x = r$ . В этом случае мы имеем равномерное движение по прямой.

Наличие члена  $l/r^3$  и различие между  $r$  и  $x$  приводит к тому, что луч света, проходя вблизи тяготеющей массы, отклоняется от прямолинейного движения. При больших  $l$  (а значит, и больших  $r_{\min}$ ) это отклонение невелико. Для луча, касающегося поверхности Солнца, оно составляет  $1''{,}75$ . Именно это предсказание Эйнштейна, блестяще подтвержденное во время полного

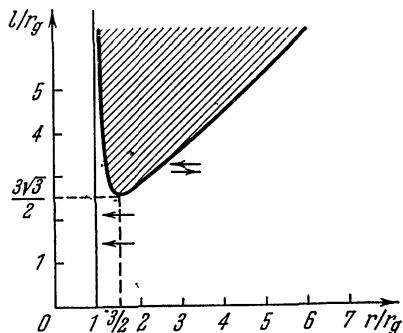


Рис. 14. Кривая зависимости  $r_{\min}$  ультрарелятивистской частицы от прицельного расстояния:  $l$  — прицельное расстояние на бесконечности. Частицы с  $\frac{l}{r} < \frac{3\sqrt{3}}{2}$  гравитационно захватываются. Заштрихована область, где движение невозможно.

\*) Разумеется, мы все время подразумеваем, что в релятивистском случае движения центральная масса уже сколлапсировала, и частица не натадкивается на ее поверхность.

солнечного затмения 1918 г., было одним из первых экспериментальных доказательств справедливости общей теории относительности \*).

При малых  $r$  траектория луча может сильно отличаться от прямой. «Кривая поворота» — зависимость  $r_{\min}$  от  $l$  — изображена на рис. 14. Из этого рисунка видно, что луч (или ультрарелятивистская частица), идущий из бесконечности с прицельным параметром  $l \leq \frac{3\sqrt{3}}{2} = 2,6$  (напомним, что все расстояния измеряются в единицах  $r_g$ ), не встречает кривой поворота и, следовательно,

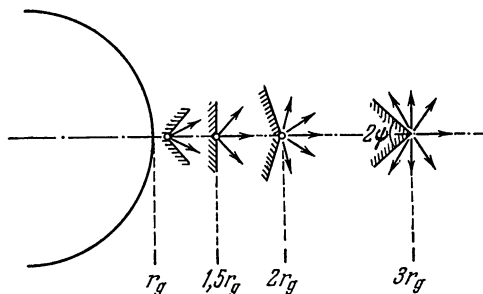


Рис. 15. Гравитационный захват излучения: лучи, вышедшие из каждой точки внутри конической полости, сечение которой заштриховано на рисунке, гравитационно захватываются.

но, гравитационно захватывается. В этом случае, как и в случае нерелятивистской частицы, траектория подходит к сфере Шварцшильда перпендикулярно. Здесь так же вблизи предельной сферы справедливы асимптотические формулы, приведенные в § 4 гл. 3 для случая радиального движения. В частности, время приближения луча к сфере Шварцшильда для внешне-

го наблюдателя растягивается в бесконечность.

Итак, сечение гравитационного захвата ультрарелятивистской частицы  $\sigma = 27 \pi r_g^2/4$ . Заметим еще, что луч света, испущенный источником, находящимся на радиусе  $r$ , может уйти на бесконечность не при всех углах выхода (в системе Шварцшильда). На рис. 15 лучи, выходящие внутри заштрихованного конуса, не уходят в бесконечность, а лучи, изображенные стрелками, уходят в бесконечность. Формула для угла  $\psi$  (рис. 15)

$$|\operatorname{tg} \psi| = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{r}}}{\sqrt{\frac{1}{r} - 1 + \frac{4}{27} r^2}}. \quad (3.10.2)$$

## § 11. Движение тел в поле тяготения Шварцшильда с учетом гравитационного излучения

Учет гравитационного излучения даже в слабом поле тяготения качественно меняет картину движения, если энергия движения тела на бесконечности мала. Так, например, тело, имеющее на бесконечности очень малую энергию, после полета вблизи притяги-

\* Современное состояние вопроса см. в докладе Торна (1971b).