

Явление затухания процессов при коллапсе объясняется совместным действием двух эффектов: замедления течения времени в сильном поле и (обобщенным) эффектом Доплера при удалении от наблюдателя поверхности сжимающейся звезды. При расширении поверхности эффект Доплера действует в сторону ускорения для внешнего наблюдателя процессов на звезде. Этот эффект оказывается сильнее, чем замедление процессов в гравитационном поле. Внешний наблюдатель увидит эволюцию начиная не от застывшей картины при $R = r_g$, а увидит весь процесс расширения, начиная с точечных размеров *).

Для случая расширения поверхности шара с параболической скоростью (т. е. со скоростью, обращающейся в нуль на пространственной бесконечности), на рис. 18 приведен график изменения со временем частоты света для луча, приходящего к далекому наблюдателю из центра видимого диска. Через время $t \approx 0,28 r_g/c$ по часам наблюдателя после прихода к нему первых лучей, вышедших в момент начала расширения поверхности от точки, наблюдатель увидит в центре видимого диска лучи, покинувшие поверхность

в момент пересечения ею сферу Шварцшильда. Видимая частота этих лучей вдвое больше испущенной. В этот момент наблюдатель видит диск, имеющий угловые размеры $\varphi = 0,43 r_g/r$. Объект, расширяющийся из-под гравитационного радиуса, называют «белой дырой». Как «черные дыры», так и «белые» пока не открыты в природе. Относительно «черных дыр» мы почти уверены, что они должны существовать как конечная стадия эволюции массивных звезд (см. раздел III). Существование «белых дыр» более проблематично (см. гл. 14).

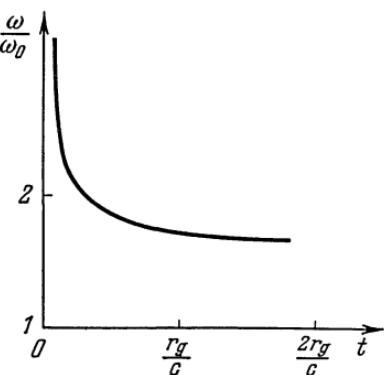


Рис. 18. Изменение частоты света, приходящей к далекому наблюдателю от центра видимого диска шара, который расширяется с параболической скоростью. Момент прихода к наблюдателю первого луча от расширяющегося шара обозначен $t = 0$.

§ 13. Внутреннее решение для нестатического шара

Уравнения Эйнштейна (3.1.2) — (3.1.5) для сферического случая не могут быть решены в аналитическом виде в общем случае, для области внутри вещества с давлением, не говоря уже об учете переноса энергии и т. п. Решать их можно численными методами.

*) А еще раньше наблюдатель (в принципе) видит сингулярность $r = 0$, $C = \infty$.

Впервые такой расчет для сжимающейся звезды был проделан на электронной машине Подурцом (1964) и, независимо, Мейем и Уайтом (1964, а, б; 1966). Однако, как мы видели в предыдущем параграфе, качественные особенности движения поверхности шара в T -области не зависят от уравнения состояния вещества.

Оказывается, что и некоторые важные свойства решения внутри вещества качественно также не зависят от уравнения состояния и могут быть получены при рассмотрении простейшего случая $P = 0$ (пыль). В этом случае уравнения Эйнштейна полностью интегрируются аналитически (Толмен, 1934а, б). Мы приводим здесь это решение [в виде, данном Ландау и Либшицем (1967)] и некоторые выводы из него, откладывая разбор других следствий до следующего параграфа.

Решение записывается в сопутствующих (лагранжевых) координатах. При отсутствии давления пылинки движутся свободно и, следовательно, $g_{00} \equiv 1$ (см. § 6 гл. 1). Решение имеет вид

$$\left. \begin{aligned} ds^2 &= c^2 d\tau^2 - r^2(R, \tau)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) - e^\lambda dR^2, \\ e^\lambda &= \frac{r'^2}{1 + f(R)}, \quad \dot{r}^2 = f(R) + \frac{F(R)}{r}, \\ \frac{8\pi G\rho}{c^2} &= \frac{F'(R)}{r'r^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.13.1)$$

Штрих означает дифференцирование по R , точка — по τ ; уравнение для \dot{r} очевидно интегрируется. Решение зависит от двух (после выбора координат) произвольных функций от R *): $f = f(R)$ и $F = F(R)$; из уравнения для e^λ следует: $1 + f > 0$. Эти функции определяют в начальный момент распределение и скорость движения вещества **).

Из (3.13.1) и условия $1 + f > 0$ видно, что при любом выборе F и f величина \dot{r} может обращаться в нуль только при $F/r < 1$, т. е. только в R -области. Легко видеть также, что положительному ρ соответствуют положительные F .

Важным свойством решения Толмена (3.13.1) является следующее. Произвольные функции f и F , определяющие решение, можно задавать начиная от центра шара, где $r \equiv 0$, и дальше по радиусу R . При этом задание функций вблизи центра, скажем, до радиуса R_0 , никак не зависит от того, как будут задаваться функции вне сферы R_0 .

*) В действительности после интегрирования уравнения с \dot{r} появляется еще одна функция от R . Однако если выбран масштаб по оси R (для фиксированного τ), то эта функция уже не произвольна.

**) Если в ходе эволюции r' обращается в нуль, то это означает, что возникает пересечение сферических слоев пылевого вещества.

Иными словами, свойства решения внутри лагранжевой сферы R_0 никак не зависят от распределения и движения (сферически-симметричного!) вещества вне этой сферы. Внешнего вещества может совсем не быть или оно может простираться до бесконечности, это никак не влияет на вещество вблизи центра.

Сделанный вывод и дает основание не рассматривать влияние поля тяготения неограниченно простирающейся материи Вселенной *) на поле вблизи изолированного тела.

Если рассматривать не пыль, а вещество с отличным от нуля давлением, то вывод изменится лишь в том отношении, что при изменении решения вне сферы R_0 внутрь будет распространяться возмущение со скоростью звука. До тех мест, до которых это возмущение еще не успело дойти, решение по-прежнему не зависит от внешнего вещества. Итак, внешнее вещество в сферически-симметричном случае в ОТО (и только в этом случае!) гравитационно не влияет на внутреннее.

Точно так же, как и в теории Ньютона, сферически-симметричное распределение вещества (движущегося только радиально!) не создает гравитационного поля внутри сферической полости. В последнем легко убедиться, так как в вакууме в полости сферическое поле может быть только полем Шварцшильда [Биркгоф (1923); см. § 2 гл. 3], а это поле имеет особенности в центре, чего в пустой полости быть не может.

Сделаем в заключение следующее замечание. В ньютоновской теории внутри полой сферы нет поля, но потенциал ϕ , принимаемый равным нулю на бесконечности, конечно, не нуль. Он равен работе, которую нужно затратить, чтобы удалить частицу из полости на бесконечность. В полости $\phi = \text{const} \neq 0$ и потенциал равен

$$\phi = - \int_{R_1}^{\infty} \frac{\rho 4\pi r^2 dr}{r}, \quad (3.13.2)$$

где R_1 — внутренняя граница вещества. Добавление сферического слоя вещества к уже имеющейся сфере, конечно, ничего не изменит внутри, не создаст никакого поля, но изменит нормировку потенциала. Если по-прежнему считать, что $\phi_{\infty} = 0$, то внутри добавленной сферы потенциал увеличится на постоянную величину, даваемую интегралом (3.13.2), где R_1 и ρ теперь относятся к добавленной сфере.

То же относится и к величине g_{00} в системе координат Шварцшильда. Эта величина играет роль потенциала. Внутри полости эта величина постоянна, но не равна своему значению на бесконечности: $g_{00} = \text{const} \neq g_{00}|_{\infty}$. Мы вернемся к этому в § 7 гл. 10.

*) Если, конечно, движение этой материи однородно и изотропно. См., например, Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Релятивистская астрофизика, раздел IV книги, «Наука», 1967.