ГЛАВА 4
НЕСФЕРИЧЕСКИЕ ПОЛЯ ТЯГОТЕНИЯ

§ 1. Введение

В предыдущей главе исследованы важнейшие свойства сферического поля. Ясно, что в реальных задачах условие сферической симметрии выполнено лишь с определенной точностью. Поэтому возникает вопрос, насколько полученные выводы являются общими, не связанными специально с симметрией задачи.

Для этого надо рассмотреть несферические поля тяготения. В общем случае эта задача необычайно сложна. Движение несимметричных масс сопровождается изменением поля, излучением гравитационных волн и т. п. Однако некоторые важные аспекты этой проблемы можно изучить, исследуя малые отклонения от сферической симметрии; это позволяет применить метод малых возмущений и сильно упрощает исследование.

В приложениях к астрофизическим задачам наибольший интерес представляют отклонения от сферической симметрии, связанные с вращением звезды, т. е. отклонения с сохранением осевой симметрии. Разумеется, сохранение осевой симметрии также значительно упрощает математические вычисления и позволяет в ряде случаев получить точные частные решения без предположения о малости отклонений от сферической симметрии.

Следующие три проблемы, связанные с отклонениями от сферической симметрии, имеют большое значение для астрофизики:

1. Как будут изменяться с течением времени малые флуктуации материи и гравитационного поля в однородном и изотропном расширяющемся или сжимающемся веществе *)?

2. Как повлияет вращение сверхплотной звезды на ее гравитационное поле?

3. Как будет проходить гравитационное сжатие вращающейся сплюснутой звезды при уменьшении ее размеров до $R \sim r_g = \frac{2GM}{c^2}$?

---

*) Движение при условии однородности и изотропии, очевидно, можно считать сферически-симметричным.

Сохраняются ли в этом случае качественные выводы, полученные для сферического случая в §§ 4, 5, 9, 10, 12 предыдущей главы?

Первая проблема имеет важнейшее значение для космологии. Интересующихся отсылаем к нашей книге «Строение и эволюция Вселе́нной». Две другие проблемы связаны с релятивистскими стадиями эволюции звезд и звездных систем. В этой главе будут рассмотрены свойства сильного поля тяготения вращающейся звезды и свойства поля тяготения сжимающегося тела с отклонениями от сферической симметрии и вращающегося. Применение выводов к физике звезд будет дано во втором разделе книги.

Мы начнем с исследования стационарных решений. Поле вращающейся статической звезды является стационарным. Кроме того, оказывается, что многие выводы об изменении поля при сжатии несферического тела также следуют из рассмотрения стационарных решений. Метод малых возмущений рассмотрен Редже и Уилером (1957), внешнее поле вращающегося тела найдено Керром (1963). В изложении мы следуем в основном работе Дорошкевича, Зельдовича, Новикова (1965) (в которой развиваются результаты Редже и Уилера) и, как правило, не ссылаемся в дальнейшем на нее, приводя полученные там результаты.

§ 2. Статическое поле с аксиальной симметрией

Статическая задача для аксиально-симметричного поля в вакууме была решена Эрецом и Розеном (1959) с помощью метода Вейля (1917; 1919). Выражение интервала для поля квадруполя с исправленной ошибкой, вкравшейся в работу Эреца и Розена, имеет следующий вид:

$$
\begin{gathered}
ds^2 = e^{2\psi}dt^2 - m^2 e^{2\gamma-2\psi}(\lambda^2-\mu^2)\left(\frac{d\lambda^2}{\lambda^2-1}+\frac{d\mu^2}{1-\mu^2}\right) - \\
- m^2 e^{-2\psi}(\lambda^2-1)(1-\mu^2)\,d\varphi^2, \\
\psi = \frac{1}{2}\left\{\left[1+\frac{1}{4}q(3\lambda^2-1)(3\mu^2-1)\right]\ln\frac{\lambda-1}{\lambda+1}+\frac{3}{2}q\lambda(3\mu^2-1)\right\}, \\
\gamma = \frac{1}{2}(1+q+q^2)\ln\frac{\lambda^2-1}{\lambda^2-\mu^2} - \frac{3}{2}q(1-\mu^2)\left[\lambda\ln\frac{\lambda-1}{\lambda+1}+2\right] + \\
+ \frac{9}{4}q^2(1-\mu^2)\left[(\lambda^2+\mu^2-1-9\lambda^2\mu^2)\frac{\lambda^2-1}{16}\ln^2\frac{\lambda-1}{\lambda+1} + \right. \\
\left. + \left(\lambda^2+7\mu^2-\frac{5}{3}-9\mu^2\lambda^2\right)\frac{\lambda}{4}\ln\frac{\lambda-1}{\lambda+1}+\frac{1}{4}\lambda^2(1-9\mu^2)+\left(\mu^2-\frac{1}{3}\right)\right].
\end{gathered}
\tag{4.2.1}
$$

Здесь m — масса тела, создающего поле, q — параметр, характеризующий квадрупольный момент. Единицы измерения выбраны