§ 5. Коллапс вращающегося тела с малыми отклонениями от сферической симметрии *)

Напомним сначала кратко, как протекает сжатие однородного пылевого сферического облака радиуса r (см. § 12 гл. 3). Для далекого наблюдателя картина стремится к «застыванию» при $r \to r_g$ благодаря замедлению течения времени. Для него тело никогда не будет иметь размеры меньше, чем r_g. Наблюдатель, находящийся на поверхности сжимающегося облака, за конечное собственное время достигает $R = r_g$. Для него сжатие вовсе не «застывает» и продолжается дальше, уже внутри сферы Шварцшильда в T-области. Плотность вещества шара при $R = r_g$ и большой массе ничем не примечательна. Ее легко оценить:

$$\rho \approx \frac{M}{\frac{4}{3}\pi r_g^3} \approx 2\cdot 10^{16}\left(\frac{M_\odot}{M}\right)^2 \text{ г/см}^3,$$

где $M_\odot = 2\cdot 10^{33}$ г — масса Солнца.

Для $M = 10^8 M_\odot$, например, $\rho_g \approx 2$ г/см³. После пересечения поверхностью шара гравитационного радиуса лучи света от нее, как видно из рис. 25, уходят внутрь от поверхности Шварцшильда и никогда ее не пересекают, никогда не возвращаются к внешнему наблюдателю.

Если в шаре вначале были небольшие возмущения плотности и скорости вещества, то они при сжатии будут усиливаться, что подробно исследовано в работе Лифшица (1946) (см. Приложение). Поверхность сжимающегося тела в некоторой точке пересечет поверхность (горизонт событий), через которую лучи света не могут уйти на бесконечность. Хотя этот горизонт будет отличаться от поверхности Шварцшильда, но в силу малости возмущений это отличие будет так мало́, что можно считать горизонт совпадающим с поверхностью Шварцшильда $r = r_g$.

Момент, когда поверхность звезды пересекает поверхность Шварцшильда $r = r_g$, для динамики вещества шара ничем не примечателен и плотность вещества еще далека от бесконечности.

Следовательно, если в начале сжатия шара возмущения достаточно малы, то к моменту, когда $R = r_g$, они еще не успевают достаточно вырасти. Итак, поверхность шара в системе сопутствующего наблюдателя пересекает сферу r_g, когда возмущения в веществе и возмущения самого поля вокруг шара еще малы.

Затем возмущения в шаре нарастают, но, как было показано в § 12 гл. 3, из-под сферы Шварцшильда к внешнему наблюдателю не поступает никакая информация. Следовательно, рост возмущений внутри $S_{\text{гор}}$ уже никак не сказывается на область пространст-

*) Мы не рассматриваем здесь крупномасштабных магнитных и электрических полей вокруг сжимающегося тела. Такие поля рассмотрены в гл. 14.

ва — времени вблизи поверхности Шварцшильда и во внешней области далекого наблюдателя (R-области). Читатель, склонный поверить в это без пояснений, может пропустить следующий абзац. Формальное математическое доказательство дано в приложении.

Дело в том, что возмущения гравитационного поля от шара распространяются со световой скоростью. Но из рис. 25 видно, что траектории лучей, вышедших из шара в T-области, не приближаются к поверхности Шварцшильда. Большие возмущения по характеристикам-лучам не приходят в эту область. Это значит, что возмущения в вакууме вблизи поверхности Шварцшильда всегда малы и свойства этой поверхности остаются неизменными. В частности, через нее к внешнему наблюдателю никогда не проходит никакое излучение, никакая информация *). Следовательно, и при наличии возмущений в шаре для внешнего наблюдателя доступен только конечный интервал эволюции шара. Он может следить за развитием возмущений в шаре и в окружающем поле, но только до момента, когда $R = r_g$.

Теперь ясно, что внешнее поле пыли для далекого наблюдателя должно при $t \to \infty$ стремиться к стационарности, все $\frac{\partial}{\partial t} \to 0$. В самом деле, в его системе отсчета возмущения, зависящие от времени, возникшие до достижения поверхностью шара r_g, должны, как гравитационные волны, рассеяться в пространстве, а новых возмущений из-под сферы Шварцшильда поступать не может. Разумеется, все выводы сохраняются в силе и при рассмотрении сжатия вещества с отличным от нуля давлением.

Итак, предельное поле сжимающегося тела с малыми отклонениями от сферичности при $t \to \infty$ стационарно.

Вращение тела приводит к его сплюснутости, т. е. к нарушению сферичности. Возмущения внешнего поля, связанные с этими отклонениями от сферичности, есть величины второго порядка малости по сравнению с возмущениями от самого вращения. Влияние же вращения на внешнее поле подробно рассмотрено выше в § 3 гл. 4.

При сжатии вращающегося шара во внешнем пространстве поле не меняется (в линейных по K/cm членах), и предельное поле будет полем Шварцшильда с поправкой, вызванной вращением:

$$g_{03} \doteq \sin^2\theta \, \frac{2K}{r}. \tag{4.5.1}$$

*) Подчеркнем еще раз, что в силу наличия вращательных возмущений горизонт событий в действительности лежит глубже, чем $g_{00} = 0$ (см. § 3), поэтому свойства поверхности Шварцшильда теперь «размазаны» по узкой области (между горизонтом и $g_{00} = 0$), называемой *эргосферой*. Однако в силу малости возмущений эта область так узка, что мы можем просто называть ее «поверхностью Шварцшильда».

Такой вывод неудивителен В ходе сжатия шара сохраняются масса M и момент K. Поэтому и предельное поле зависит от обеих этих величин.

Каково предельное поле сжимающегося тела, несферичность которого вызвана не вращением, а например, несимметричным распределением масс? Это поле должно быть стационарным. В § 2 гл. 4 было показано, что если поправки к полю Шварцшильда на квадрупольные и высшие мультипольные моменты (вызванные изменением в источнике поля) не зависят от времени, то сколь бы малыми они ни были на конечных расстояниях от S_m,— они неограниченно нарастают к S_m и приводят к появлению истинных особенностей $C = \infty$. С другой стороны, как мы видели в начале этого параграфа, в сопутствующей системе сжимающегося тела с малыми начальными отклонениями от сферической симметрии в распределении плотности, момент пересечения поверхностью тела поверхности Шварцшильда ничем не выделен и не сопровождается возникновением истинных особенностей ни в метрике, ни в плотности. Сопоставление этих результатов приводит к выводу о затухании квадрупольного и высших мультипольных моментов внешнего поля тяготения на релятивистских стадиях сжатия несимметричного тела.

Сделаем оценки скорости этого затухания. Будем рассматривать подход к асимптотическому полю (в первом приближении и вблизи поверхности Шварцшильда) как прохождение через последовательность статических конфигураций (о справедливости такого предположения см. ниже). Мы будем называть эту последовательность состояний «квазистатической» и обозначать ее квадрупольный момент через $q\,(t)$. Рассмотрение уравнений для статических аксиально-симметричных квадрупольных возмущений метрики Шварцшильда показывает, что отличные от нуля компоненты возмущений могут быть записаны при $g_{00} \to 0$ в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} h_{00} &\sim q\left(1-\frac{r_g}{r}\right)\ln\left(1-\frac{r_g}{r}\right),\\ h_{11} &\sim q\left(1-\frac{r_g}{r}\right)\ln\left(1-\frac{r_g}{r}\right),\\ h_{22} &\sim h_{33} \sim q\ln\left(1-\frac{r_g}{r}\right), \end{aligned}\right\} \tag{4.5.2}$$

где q — квадрупольный параметр возмущения. В написанных выражениях опущены множители, не зависящие от $\left(1-\frac{r_g}{r}\right)$.

При сжатии тела с $q \neq 0$ в сопутствующей системе все величины $h_{\mu\nu}$ конечны. Поскольку h_{22} и h_{33} не преобразуются при переходе от сопутствующей системы к шварцшильдовской, то очевидно, что при $r \to r_g$

$$q \lesssim \ln^{-1} \frac{r}{r - r_g} \sim \frac{1}{t}. \tag{4.5.3}$$

Последнее соотношение в (4.5.3) получено из уравнения (3.5.1) для закона свободного падения в поле Шварцшильда. Таким образом, квадрупольный момент должен убывать со временем не медленнее, чем t^{-1} *).

Более точный анализ показывает [см. Р. Прайс (1971); см. также Паташинский, Харьков (1969); обзор см. Торн (1971а)], что затухание происходит по степенному закону, но с показателем степени, бóльшим единицы.

Прайс (1971) показал, что амплитуда мультипольных возмущений на поздних стадиях коллапса определяется «хвостами» гравитационных волн, рассеиваемых на искривлении пространства — — времени. Амплитуда возмущений затухает по формуле

$$h_{ij} \sim t^{-(2l+2)},$$

где l — порядок мультиполя ($l = 2$ для квадрупольных возмущений).

Итак, предельное поле сжимающегося несимметричного слабо вращающегося тела есть (в первом порядке) поле Шварцшильда с «вращательными отклонениями» в недиагональных членах.

В § 3 были приведены аргументы в пользу того, что именно метрика Керра является единственной стационарной метрикой без особенностей на $S_{\text{гор}}$. Отсюда следует, что при коллапсе любого вращающегося тела при $t \to \infty$ возникает гравитационное поле, описываемое в области вне и на $S_{\text{гор}}$ метрикой Керра.

Рассмотрение движения пробных частиц и лучей света в таком поле (см. § 3 гл. 4) приводит к выводу, что некоторые важные свойства движения качественно те же, как и в случае поля Шварцшильда. Для внешнего наблюдателя частица с прицельным параметром, меньшим критического, гравитационно захватывается и по спирали, совершив конечное число оборотов, подходит асимптотически при $t \to \infty$ к особой поверхности $S_{\text{гор}} = 0$.

То же имеет место и для лучей света. Никакое излучение, никакая информация из-под сферы $S_{\text{гор}}$ к внешнему наблюдателю не поступает, происходит гравитационное самозамыкание. Подробнее об этих свойствах см. § 3 гл. 4 и обзор Торна (1971а).

Эти выводы особенно важны для анализа катастрофического сжатия звезд, о чем будет говориться в следующем разделе книги.

*) То же относится и к высшим мультипольным моментам.