где P — давление, а T — температура. Величина n^{-1} есть объем, приходящийся на один барион, т. е. удельный объем. Если обозначить его V, то уравнение (5.1.2) принимает знакомую форму $dE = -PdV + TdS$. Как следствие (5.1.2), имеем

$$P = n^2 \left(\frac{\partial E}{\partial n}\right)_S. \tag{5.1.3}$$

В нерелятивистском приближении плотность массы ρ *г/см*^{3} совпадает с плотностью массы покоя барионов $\rho_0 = nm_0$. В этом приближении можно говорить об удельной энергии E_1 на грамм вещества и писать так:

$$E_1 = E_1(\rho, S), \qquad P = \rho^2 \left(\frac{\partial E_1}{\partial \rho}\right)_S. \tag{5.1.4}$$

Однако мы будем иметь дело и с такой ситуацией, когда $P \sim \rho c^2$, $\rho - nm_0 \sim \rho$. Тогда уже нельзя считать плотность массы пропорциональной плотности частиц, нерелятивистская формула (5.1.4) теряет силу, и связь между E, ρ, n дается выражениями

$$\varepsilon = En, \qquad \rho = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{En}{c^2} \tag{5.1.5}$$

вместе с (5.1.3).

В нерелятивистской теории энергия E определена с точностью до постоянного слагаемого, в релятивистской теории это не так.

При высоких температурах начинается образование нуклон-антинуклонных пар. В этой ситуации сохраняется разность $N - \overline{N}$ (барионный заряд). К этой разности следует относить все термодинамические величины (энергию, энтропию, объем). Например, удельная энергия есть энергия на единицу барионного заряда. Только в этом смысле справедливы уравнения (5.1.2)—(5.1.5). Более полно это будет обсуждаться ниже. Можно также обобщить теорию на случай нескольких типов заряда (например, лептонного). Когда мы говорим только о барионном заряде, мы молчаливо подразумеваем, что все другие заряды равны нулю. Случай электрического заряда особый (см. далее). Разумеется, мы предполагаем, что рассматриваемая материя находится в равновесии (или вблизи равновесия). В равновесии состояние материи полностью определяется сохраняющимися величинами. Очевидно, без этого предположения можно получать различные значения P и E для данных S и n, задавая искусственные распределения скоростей частиц.

§ 2. Случай дальнодействующих сил

Вернемся к основным принципам рассмотрения локальных и дальнодействующих сил.

Мы останавливаемся подробнее, чем обычно, на этих общеизвестных определениях также и в связи с тем, что иногда вводят понятия гравитационного давления и гравитационной плотности энергии. Ясно, что в случае гравитации силу нельзя свести к интегралу по поверхности, энергия системы не аддитивна. Строго можно сделать лишь следующее: рассмотрим систему, в которой вещество распределено неоднородно (например, в виде отдельных звезд), причем масштаб неоднородностей (расстояние между соседними звездами) мал по сравнению с размером всей системы. Тогда можно найти фактическую гравитационную энергию системы W (с учетом неоднородности) и гравитационную энергию W_0 строго однородной — в малом масштабе (т. е. без разделения на звезды, а в виде сплошной среды) системы с тем же распределением средней плотности.

Разность $W - W_0$ уже является локальной величиной; ее можно записать как

$$W - W_0 = \int w_1 \bar{\rho}\, dV, \tag{5.2.1}$$

где w_1 зависит только от локальной плотности и неоднородности, но не зависит от общих размеров и формы системы, в отличие от W и W_0 в отдельности. Из величины w_1 можно построить величину P_1:

$$P_1 = (\bar{\rho}^2) \frac{\partial w_1}{\partial \bar{\rho}}, \tag{5.2.2}$$

которая играет роль гравитационного вклада в давление. Лучше сказать, однако, что P_1 есть гравитационное давление неоднородностей, чтобы подчеркнуть их (неоднородностей) вклад в выражение силы; гравитационные силы, вычисленные по средней плотности $\bar{\rho}$, не входят в P_1 и описываются отдельно гравитационным потенциалом φ и объемными силами $\rho \operatorname{grad} \varphi$, соответствующими ему.

По всей вероятности, четкое разделение объемной гравитационной силы и гравитационного вклада в давление, зависящего от неоднородностей, связано с определенными предположениями о флуктуации. Этот вопрос в настоящее время еще не разработан *).

Формально, особый случай представляют собой электрические и магнитные поля. Закон Кулона подобен закону Ньютона. Поэтому на первый взгляд все сказанное о гравитации переносится на электростатическое взаимодействие. В действительности главное отличие состоит в том, что в электростатике есть заряды обоих знаков, а в гравитации все массы имеют один знак. В астрономии мы всегда имеем дело с электронейтральными системами. Если даже система в целом не нейтральна, то при наличии проводимости свободные заряды оказываются на поверхности системы, и в объеме вещество электронейтрально. Дальнодействующие кулоновские силы в электронейтральном веществе можно рассматривать по

*) Постановку вопроса см. у Широкова, Фишера (1962).

той же схеме, по которой рассматриваются короткодействующие силы; это естественно, так как именно электронейтральность обеспечивает фактическую малость взаимодействия каждого отдельного заряда с далекими областями, где соблюдается равенство положительных и отрицательных зарядов. Однако электронейтральность имеет место лишь в среднем. В масштабе атома распределение заряда отнюдь не однородно, и это существенно. Вклад электростатических сил в давление и в энергию — это, по существу, величина, зависящая от микронеоднородности (в атомном масштабе) распределения заряда в среде, которая в среднем нейтральна.

С другой стороны, следует помнить, что именно электростатические силы обусловливают электронейтральность: хорошо известно, какие гигантские поля возникают при минимальных отклонениях средней плотности электронов от плотности протонов в объеме вещества. Поэтому можно сказать, что электростатика связывает между собой электроны и нуклоны и позволяет говорить об одном общем давлении. Все же, в принципе, если бы нам понадобилось рассматривать строго систему с неравной нулю средней плотностью заряда, то нельзя было бы обойтись понятием давления. Пришлось бы найти распределение потенциала и электрическое поле во всей макроскопической системе и наряду с локальным давлением рассматривать объемную силу, действующую на заряженное вещество.

Магнитное поле создает объемную силу, действующую на среду, в которой течет электрический ток,

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{c}[\boldsymbol{j}\boldsymbol{H}] \tag{5.2.3}$$

(система единиц CGSE). С помощью уравнения Максвелла, связывающего ток с полем

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}, \qquad \operatorname{div}\boldsymbol{H} = 0 \tag{5.2.4}$$

$\left(\text{квазистационарное поле; пренебрегаем } \frac{\partial E^*}{\partial t}\right)$, можно преобразовать выражение объемной силы к виду

$$F_\alpha = -\frac{\partial T_{\alpha\beta}}{\partial x^\beta}, \qquad T_{\alpha\beta} = -\frac{1}{4\pi}\left(H_\alpha H_\beta - \frac{1}{2}\delta_{\alpha\beta}H^2\right), \tag{5.2.5}$$

т. е. к виду, подобному действию давления:

$$\boldsymbol{F} = -\nabla P. \tag{5.2.6}$$

Различие заключается в том, что вместо скалярной величины, давления, в случае магнитного поля мы имеем дело с тензором натяжений. В направлении магнитного поля («линий поля») происходит стягивание, эквивалентное натяжению с силой $H^2/8\pi$ *дин/см²*, в двух перпендикулярных направлениях — расталкивание (давление) той же величины. Аналогичный анализ можно провести в случае электростатических сил (а также для гравитационных сил в теории тяготения в плоском пространстве). Вводя соответствующий тензор натяжений, с его помощью записывают выражение объемной силы в виде интеграла от натяжения по граничной поверхности.

С этой точки зрения различие между короткодействующими и длиннодействующими силами, упомянутое выше, уменьшается в теории поля. Натяжение есть функция локальных полей, так же как давление — функция локальной плотности частиц. Но в силу уравнений поля локальное поле определяется полным распределением зарядов. Вследствие этого тензор натяжений поля не изотропен, в противоположность изотропному давлению материи, находящейся в равновесии.

Описывать влияние магнитного поля понятием давления можно лишь в том случае, если мы имеем дело с мелкомасштабным хаотическим полем. Тогда усреднение сил по большой поверхности, пересекающей линии поля под различными углами на разных участках поверхности, даст результат

$$\bar{F} = \bar{P}s, \qquad \bar{P} = \frac{\overline{H^2}}{24\pi} = \frac{\bar{\varepsilon}}{3}, \tag{5.2.7}$$

где $\bar{\varepsilon}$ — средняя плотность энергии, s — площадь поверхности.

Итак, в мелкомасштабном случае хаотического и в среднем изотропного магнитного поля можно говорить о средней энергии поля и его среднем давлении. Отметим возможную интерпретацию магнитной энергии и магнитного давления: эти величины физически являются результатом движения заряженных частиц, а еще точнее,— результатом взаимодействия движущихся заряженных частиц. Поясним это.

Если бы мы имели дело с зарядами одного знака, то магнитное взаимодействие, связанное с движением, было бы в v^2/c^2 раз меньше электростатического. Однако в электронейтральной системе в среднем электростатическое взаимодействие равно нулю, между тем движение зарядов одного знака относительно другого (ток) остается возможным.

Движение заряженных частиц — электронов, как и движение всяких частиц, дает вклад в энергию и давление просто за счет кинетической энергии частиц. Выпишем эти величины:

$$E = \frac{m_e \overline{v^2}}{2}, \qquad \varepsilon = n m_e \frac{\overline{v^2}}{2}, \qquad P_c = \frac{2}{3}\cdot\varepsilon = n\frac{m_e v^2}{3}. \tag{5.2.8}$$

Здесь E — кинетическая энергия одной частицы, ε и P_c — соответствующие плотность энергии (*эрг/см³*) и давление.

В каком соотношении находятся магнитная и кинетическая энергия и соответствующие давления? Результат решающим образом зависит от масштаба l тех областей, в которых электроны движутся коррелированно, в одном направлении.

В самом деле, $j \sim nve$, $H \sim lj/c$ (так как $|\operatorname{rot} \boldsymbol{H}| \sim H/l$), так что

$$P_m \sim H^2 \sim \frac{l^2 j^2}{c^2} \sim \frac{l^2 n^2 v^2 e^2}{c^2}. \qquad (5.2.9)$$

Сравним это выражение с кинетическим давлением:

$$\frac{P_m}{P_c} \sim \frac{l^2 n e^2}{m_e c^2}. \qquad (5.2.10)$$

Итак, интересующее нас отношение есть

$$\frac{P_m}{P_c} \sim l^2 r_0 n,$$

где

$$r_0 = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2{,}8 \cdot 10^{-13}\ \text{см}. \qquad (5.2.11)$$

Если взять для примера $n = 6 \cdot 10^{23}$ $см^3$, $l = 1$ *см*, получим $P_m/P_c \approx \approx 10^{10}$. При упорядоченном (хотя бы в масштабе 1 *см*) движении электронов магнитное давление может играть решающую роль.

Здесь же, после затянувшегося введения, пора перейти к «обычному» давлению. Мы начнем с рассмотрения давления холодного вещества, где единственной переменной является плотность. Затем мы обратимся к состоянию вещества при высокой температуре; особенно подробно рассмотрим понятие энтропии, до сих пор недостаточно популярное среди астрономов, и, наконец, займемся адиабатами горячего вещества. В этой связи необходимо будет более строго рассмотреть вопрос о термодинамическом равновесии и о применении термодинамики к не вполне равновесным системам.