

## ГЛАВА 6

### ХОЛОДНОЕ ВЕЩЕСТВО

#### § 1. Подразделение на области

Состояние холодного вещества полностью характеризуется его плотностью и составом. Более того, с учетом взаимодействия между элементарными частицами, при большой плотности вещества, состав вещества в термодинамическом равновесии оказывается зависящим от плотности.

Весь диапазон изменения плотности грубо подразделяется на следующие участки [см. также обзор Киржниша (1971)] \*):

1.  $\rho < 50 \text{ г/см}^3$  (или, лучше сказать,  $P < (1 \div 5) \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2 \approx (1 \div 5) \cdot 10^{12} \text{ г/см} \cdot \text{сек}^2$ ). В этой области сильно проявляются индивидуальные физико-химические свойства веществ, меняющиеся от элемента к элементу в соответствии с периодическим законом Менделеева. Для давлений до  $(10 \div 20) \cdot 10^3 \text{ кг/см}^2$  практически для всех веществ имеются экспериментальные данные, полученные статическими методами. Для ряда веществ измерения проведены до рекордных давлений около 10 млн  $\text{кг/см}^2$  взрывными методами. В этой области приоритет принадлежит Альтшулеру (1965) и созданной им советской школе. Методы численного теоретического расчета давления разработаны Гандельманом (1962) и Дмитриевым (1962); см. также Гандельман, Воропинов и Подвальный (1970).

2.  $50 \text{ г/см}^2 < \rho < 500 \text{ г/см}^3$ . В этой области индивидуальные различия между различными химическими элементами и соединениями уже стерты. Вместе с тем теория, в которой электроны рассматриваются как свободные (см. ниже п. 3), здесь еще не справедлива. Электростатическое поле атомных ядер и взаимодействие электронов между собой существенно влияют на давление, которое зависит, следовательно, не только от плотности, но и от заряда (порядкового номера) ядра. Отличие от первой области заключает-

\*) Границы в какой-то мере условны, так как переходы между областями плавные. К тому же границы зависят от состава; ниже приведены типичные величины.

ся в том, что зависимость от  $Z$  в рассматриваемой второй области является плавной и монотонной.

Уравнения состояния в этой области рассмотрены в известной работе Калиткина (1960), откуда мы заимствуем ниже график и формулы.

Первая и вторая области представляют малый интерес для астрофизики (для физики Земли и других планет они важны!), ибо чем ниже давление, тем при более низкой температуре надо учитывать влияние температуры на уравнение состояния, и даже при сравнительно низкой температуре понятие холодного вещества уже неприменимо. Следует заметить, что уравнение состояния горячей материи при таких плотностях представляет существенный астрономический интерес: все обычные звезды имеют центральные плотности точно в этой области.

3.  $500 \text{ г/см}^3 < \rho < 10^{11} \text{ г/см}^3$ . В этой весьма широкой и важной области электроны можно рассматривать как свободные. К ним применяется теория вырожденного электронного газа. Вместе с тем, расстояние между ядрами еще больше радиуса ядерных сил, так что недостаточно известное взаимодействие нуклонов и ядер не влияет на состояние вещества.

Рассматриваемая область подразделяется на область, где электроны нерелятивистские ( $\rho < 2 \cdot 10^6 \text{ г/см}^3$ ), и область, где большинство электронов имеют энергию порядка и больше  $m_e c^2$  — так называемую область релятивистского вырождения ( $\rho > 2 \cdot 10^6 \text{ г/см}^3$ ).

Далее, при плотности, превосходящей  $10^7 \div 10^{10} \text{ г/см}^3$  (в зависимости от состава ядер), электроны большой энергии способны вызвать перестройку ядер: при приближении к краю области  $\rho \sim 10^{11} \text{ г/см}^3$  большая часть нуклонов превращается в свободные нейтроны.

4.  $10^{11} \text{ г/см}^3 < \rho < 10^{14} \text{ г/см}^3$ . Вещество состоит преимущественно из нейтронов: взаимодействие их между собой существенно в верхней части этой области, вблизи  $10^{14} \text{ г/см}^3$ . Иначе говоря, нейтроны нельзя рассматривать как отдельные частицы, они образуют как бы гигантское ядро. См. Киржниц (1971) и Бете и др. (1970).

5.  $10^{14} \text{ г/см}^3 < \rho < 10^{16} \text{ г/см}^2$ . Согласно Амбарцумяну и Саакяну (1963) в этой области, наряду с нейтронами и небольшим количеством протонов и электронов, в равновесии появляются и многие другие типы элементарных частиц — мюоны, пионы, гипероны.

6.  $10^{16} \text{ г/см}^3 < \rho < 10^{93} \text{ г/см}^3$ . Область, практически неизведанная ни теоретически, ни экспериментально. Здесь можно высказать только самые общие суждения об ограничениях, накладываемых на уравнение состояния теорией относительности.

7. Область  $\rho > 10^{93} \text{ г/см}^3$ . На первый взгляд, всякое подразделение после  $\rho \sim 10^{16} \text{ г/см}^3$  напоминает пародию Аверченко: «История мидян темна и неизвестна, ученые делят ее тем не менее на

три периода: первый, о котором ничего не известно; второй, о котором известно почти столько же, сколько о первом, и третий, который последовал за двумя предыдущими». В действительности смысл такого подразделения связан с квантовыми эффектами. Плотность  $10^{93}$  г/см<sup>3</sup> получается, если поставить задачу (см. гл. 2): найти величину размерности плотности, построенную из мировых постоянных:  $\hbar$  — постоянной Планка,  $c$  — скорости света и  $G$  — гравитационной постоянной. Такая величина имеет вид

$$\rho_g = \frac{c^5}{\hbar G^2} = 5 \cdot 10^{93} \text{ г/см}^3. \quad (6.1.1)$$

При  $\rho < \rho_g$  квантовые эффекты в самой гравитации не играют существенной роли (хотя они существенны для частиц). Мы не знаем конкретно давления и плотности энергии как функции плотности частиц и энтропии. Мы знаем, однако, что эти функции существуют, знаем термодинамические соотношения между ними, знаем те уравнения Эйнштейна, в которых эти функции входят.

Мы можем при  $\rho < \rho_g$  пользоваться понятиями непрерывного пространства и времени.

При  $\rho > \rho_g$  положение существенно меняется. Становятся важными квантовые эффекты, связанные с гравитацией. Но гравитация в теории Эйнштейна связана с метрикой пространства — времени. Следовательно, сама метрика пространства — времени не может быть рассмотрена классически. Никакой конкретной теории, в которой квантовым образом рассматривалось бы пространство и время, в настоящее время не существует.

В духе всего развития физики разумно сделать только одно предположение: если плотность достигает квантовой величины в ограниченной со всех сторон области пространства и времени, то не нарушаются интегральные законы сохранения, написанные для состояний до и после периода  $\rho \geq \rho_g$ .

Однако в духе нашего обсуждения геометродинамики (гл. 2) мы можем сказать о поведении материи при плотностях, приближающихся к  $\rho_g$ , следующее. Рассмотрим в качестве примера идеальный ферми-газ с «планковской» плотностью  $n = 1/l^3$ , где  $l$  — планковская длина. Ферми-импульс будет  $p_F = \hbar/l$  и соответствующая масса (конечно, не масса покоя, которая пренебрежима для обычных частиц при таких плотностях!) равна планковской массе  $\sim 10^{-5}$  г. По порядку величины плотность энергии материи есть  $\rho_{\text{планк}} \equiv \rho_g$ . Энергия гравитационного взаимодействия двух таких частиц, разнесенных на расстояние  $l$ , равна их ферми-энергии. Следовательно, гравитацию нельзя больше рассматривать как дальнедействующую силу, она является необходимой частью уравнения состояния при приближении плотности к  $\rho_g$ . Некоторые идеи о том, как изменяется уравнение состояния под влиянием этого эффекта (для «горячей модели», конечно, так как эти ус-

ловия представляют интерес при обсуждении начала расширения Вселенной, при котором температуры велики), можно найти у Сахарова (1966).

Такова общая классификация тех областей давления и плотности, очень различных по свойствам и по теоретическим методам трактовки, с которыми приходится иметь дело в релятивистской астрофизике. По областям 1 и 7 мы ограничимся приведенными замечаниями; другие же области будут более подробно рассмотрены ниже.

Начнем рассмотрение с наиболее важной и в то же время наиболее ясной третьей области.

## § 2. Вырожденный электронный газ

Для связности изложения напомним общеизвестные формулы, приводя попутно численные значения коэффициентов. Ясное и последовательное изложение вопроса содержится в «Статистической физике» Ландау и Лифшица (1964).

Согласно принципу Паули каждый квантовый уровень занят одним электроном или свободен. При равной нулю температуре заняты все уровни с энергией  $E \leq E_F$  и свободны все уровни с энергией  $E > E_F$ . Величина  $E_F$ , граничная энергия, называется кратко «энергия Ферми», или « $e$ -ферми». Соответственно говорят об «импульсе Ферми»  $p_F$ . При данном движении электрона (данной орбитальной волновой функции) есть два уровня в соответствии с тем, что спин электрона  $\frac{1}{2} \hbar$  может иметь две проекции на произвольную ось,  $\frac{1}{2} \hbar$  и  $-\frac{1}{2} \hbar$ .

Число орбитальных состояний в квазиклассическом движении равно объему в шестимерном фазовом пространстве (пространстве координат и импульсов), деленному на  $(2\pi\hbar)^3$  — «объем одной ячейки» \*). С учетом спина,

$$dn = 2 \frac{d^3x d^3p}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (6.2.1)$$

Отсюда получаем число уровней в  $1 \text{ см}^3$  с импульсом меньше  $p_F$  (импульса Ферми), имея в виду, что  $\int d^3x = 1 \text{ см}^3$ ,  $\int d^3p = \frac{4\pi}{3} p_F^3$ ,

$$n = 2 \frac{4\pi}{3} \frac{p_F^3}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{p_F^3}{3\pi^2\hbar^3}. \quad (6.2.2)$$

\*) Чтобы самим получить объем ячейки, сосчитайте число решений уравнения Шредингера в «ящике», т. е. в объеме параллелепипеда с данными длинами ребер  $l_x, l_y, l_z$  и с условием  $\psi = 0$  на сторонах параллелепипеда. Проверьте, что такое же число уровней получится, если заменить условие  $\psi = 0$  (соответствующее бесконечному потенциалу) условием периодичности  $\psi(x, y, z) = \psi(x + n_x l_x, y + n_y l_y, z + n_z l_z)$ , где все числа  $n$  — целые. В этом случае уровни соответствуют плоским волнам с квантованными компонентами импульса.