

Детальные теоретические исследования возможной структуры барионов, как состоящих из кварков, также привели к трудностям [Брагинский и др. (1967)]. Все это вместе является веским аргументом против существования дробно-заряженных кварков.

Имеются более сложные схемы с девятью различными типами кварков с целочисленными зарядами. Доказать их или опровергнуть еще труднее. Поэтому термодинамику кварков следует рассматривать как иллюстрацию принципов, а не как необходимое описание действительности.

§ 11. Электромагнитное взаимодействие частиц

Можно ли что-нибудь сказать об уравнении состояния при наличии взаимодействия между частицами? В одном очень важном случае оказывается, что можно, а именно, для электромагнитного поля. Плотность энергии поля равна $(E^{*2} + H^2)/8\pi$, где E^* — напряженность электрического поля, H — магнитного поля.

В общем случае силы определяются максвелловским тензором натяжений, и в упорядоченных полях силы резко анизотропны (натяжение вдоль поля $E^{*2}/8\pi$ и расталкивание в двух перпендикулярных направлениях поперек поля $E^{*2}/8\pi$; аналогично и для магнитного поля).

Однако сумма нормальных натяжений на три перпендикулярные площадки всегда тождественно равна $(E^{*2} + H^2)/8\pi$, т. е. равна плотности энергии. Этот результат не зависит от того, имеем ли мы дело со статическими или переменными полями, с полями в той области, где находятся заряды и токи или с полями (в частности, полем электромагнитной волны) в пустоте. Когда можно говорить о давлении электромагнитного поля? Для этого нужно, чтобы при усреднении по времени или по макроскопическим площадкам все направления (в среднем) оказывались равноценными. Тогда сумма напряжений равна $3P$ и, следовательно, для электромагнитного поля всегда $\epsilon = 3P$, где ϵ — объемная плотность энергии. Мы отмечали, что такое равенство имеет место для ультрарелятивистского газа, в частности, для совокупности световых квантов, т. е., говоря классически, для совокупности электромагнитных волн.

Однако полученный выше результат богаче: ведь электромагнитное поле не исчерпывается полем волн. Это видно уже из того, что электромагнитные волны поперечные. Кулоновское поле заряда, например, продольно и его нельзя свести к свободным электромагнитным волнам.

Давление и плотность энергии системы заряженных частиц не обязательно вычислять как производную от энергии. В принципе, можно непосредственно в веществе данной плотности мысленно провести поверхность и найти поток импульса, нормальный к по-

верхности, т. е. давление; эта операция может быть сделана и в классической механике и в квантовой теории. Здесь не предполагается производить вычисления: изложенный выше подход нужен для того, чтобы сказать, что давление взаимодействующих частиц можно представить как сумму «кинетического» давления движущихся невзаимодействующих частиц и давления электромагнитного поля, осуществляющего взаимодействие *):

$$P = P_p + P_f. \quad (6.11.1)$$

Точно так же энергию взаимодействия можно описать как энергию поля. Поэтому плотность энергии также запишем в виде суммы

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_f. \quad (6.11.2)$$

Для частиц

$$P_p \leq \frac{\varepsilon_p}{3} \quad (6.11.3)$$

знак равенства относится к частицам с нулевой массой покоя. Для поля

$$P_f = \frac{\varepsilon_f}{3}. \quad (6.11.4)$$

Отсюда

$$P = P_p + P_f \leq \frac{\varepsilon_p + \varepsilon_f}{3}, \quad \varepsilon - 3P \geq 0. \quad (6.11.5)$$

Таков общий вывод для электромагнитно-взаимодействующих частиц и электромагнитного поля.

Отметим одну тонкость. Изолированная заряженная частица обладает собственным электромагнитным полем. Можно вычислить интегралы по объему от плотности энергии и натяжения этого поля. Для точечного заряда такое вычисление не проходит из-за расходимости поля в $r = 0$, оно возможно только для размазанного заряда. Но мы не будем подробно останавливаться на этой части проблемы. Мы хотим подчеркнуть, что энергия поля отдельной частицы всегда включена в экспериментально измеряемую энергию покоя (mc^2), а натяжения поля всегда скомпенсированы другими неэлектромагнитными силами внутри частицы.

Отсюда следует, что наивное вычисление вклада электромагнитного поля в энергию и натяжения во взаимодействующем газе привело бы нас к ошибке. Взяв полное поле E и возведя его в квадрат, мы еще раз учитываем энергию, уже учтенную в массах покоя частиц; в уравнениях

$$E = \sum E_i, \quad \frac{E^2}{8\pi} = \sum_i \frac{E_i^2}{8\pi} + \sum_{i \neq k} \frac{E_i E_k}{8\pi}$$

*) Индексы p (particles) — частицы, f (field) — поле.

сумма $\sum E_i^2$ есть вклад в энергию невзаимодействующих частиц. Лишь попарные, $i \neq k$ члены следует включить в ε_f и P_f .

Это замечание не нарушает фундаментального равенства $\varepsilon_f = 3P_f$, можно легко показать, что оно справедливо не только для $E_{\text{полн}}^2$, но и для $E_{\text{полн}}^2 - \sum E_i^2$ (а также для соответствующих магнитных вкладов). Но после вычитания мы не можем больше утверждать, что ε_f и P_f положительны; конечно, они заведомо отрицательны в электронейтральном газе, однако (6.11.5) остается в силе.

Вернемся к уравнениям (6.11.5) и, в частности, к неравенству $\varepsilon - 3P \geq 0$.

Область применимости этого неравенства чрезвычайно широка. Оно применимо к идеальному ферми-газу из нейтральных частиц. Оно остается применимым и при учете электромагнитного взаимодействия заряженных частиц холодного ферми-газа (впрочем, в этом случае взаимодействие дает лишь малую поправку порядка $\frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ или $\frac{Z^2/3}{137}$ в присутствии тяжелых ядер; см. выше, стр.

194. Но неравенство применимо к горячему газу, в котором плотность энергии квантов больше плотности энергии обычных частиц (обладающих массой покоя). Оно остается в силе и при таких температурах, когда рождаются пары частица — античастица (электроны и позитроны).

Наконец, неравенство (6.11.5) применимо и к магнитотурбулентной среде, в которой более или менее хаотические электрические токи создают хаотические магнитные поля и взаимодействуют с этими полями. В соответствии со способом вывода нам не пришлось применять условие замороженности магнитного поля или какие-либо соображения о проводимости среды: от проводимости и замороженности зависит время жизни, т. е. эволюция и будущее данного состояния, но не само давление и энергия состояния в данный момент.

При этом надо выбрать такой масштаб токов и полей, при котором упорядоченно движутся огромные числа заряженных частиц: только в этом случае магнитное давление будет больше кинетического. С другой стороны, масштаб токов и полей должен быть мал по сравнению с размерами всей системы для того, чтобы, усредняя по площади, можно было говорить о среднем давлении. В системе типа магнитного диполя нет «давления», подчиняющегося закону Паскаля, есть только анизотропные давления (натяжения).

По той же причине можно говорить о давлении и плотности энергии только для электронейтральной системы. В равновесии весь нескомпенсированный заряд движется наружу к поверхности системы или к бесконечности в случае однородной неограниченной материи. Общий вопрос о различной трактовке близкодейст-

вующих и дальнедействующих сил был освещен в начале раздела (гл. 5, § 1).

В общерелятивистской теории тензора энергии — импульса неравенство $\varepsilon - 3P \geq 0$ записывается особенно сжато и красиво.

В локально евклидовой сопутствующей системе отсчета и при выполнении закона Паскаля

$$\varepsilon = T_0^0, \quad -P = T_1^1 = T_2^2 = T_3^3, \quad \text{т. е. } T_\alpha^\beta = -P\delta_\alpha^\beta, \quad (6.11.6)$$

где δ_α^β — символ Кронекера. Запишем в виде свертки

$$T = T_a^a = T_0^0 + T_1^1 + T_2^2 + T_3^3 = \varepsilon - 3P \geq 0. \quad (6.11.7)$$

Фактическая правильность неравенства для широкого круга систем и сжатая общеквариантная формулировка неравенства наталкивали на предположение, что неравенство $T = \varepsilon - 3P \geq 0$ представляет собой общий закон природы. Предполагалось, что в будущем можно будет найти общее доказательство, относящееся не только к электромагнитному, но и к любому взаимодействию.

В работе Зельдовича (1961), изложению которой посвящен следующий параграф, эти предрассудки были опровергнуты.

Заметим, что асимптотика $\varepsilon = 3P$ изящно записывается в виде $T = T_a^a = 0$, но дает для скорости звука мало изящное выражение $a_{зв} = c/\sqrt{3}$. Трудно представить себе, чтобы релятивистские соображения приводили бы к чему-нибудь, отличному от условия $a_{зв} \leq c$.

§ 12. Предельно жесткое уравнение состояния

Рассмотрим систему частиц, взаимодействующих с векторным полем. Векторное поле аналогично электромагнитному с одним лишь отличием: в плотность лагранжиана добавлен член, пропорциональный $A_k A^k$, где A_k — вектор-потенциал (4-вектор ϕ , A_β):

$$L = -\frac{1}{16\pi} F_{ik} F^{ik} - \frac{1}{8\pi} \mu_*^2 A_k A^k. \quad (6.12.1)$$

Остальные уравнения — обычные. Такое изменение лагранжиана приводит к изменению характера решений уравнений поля. С одной стороны, меняются решения типа волн, распространяющихся в пустоте. Для этих решений получается другая связь между длиной волны и частотой.

В выражении

$$A_k = a_k e^{i\omega t + ikr} \quad (6.12.2)$$

уравнения дают

$$\omega^2 = c^2 k^2 + \mu_*^2 c^2. \quad (6.12.3)$$