вующих и дальнодействующих сил был освещен в начале раздела (гл. 5, § 1).

В общерелятивистской теории тензора энергии — импульса неравенство $\varepsilon - 3P \geqslant 0$ записывается особенно сжато и красиво.

В локально евклидовой сопутствующей системе отсчета и при выполнении закона Паскаля

$$\varepsilon = T^0_0, \quad -P = T^1_1 = T^2_2 = T^3_3, \text{ т. е. } T^\beta_\alpha = -P\delta^\beta_\alpha, \qquad (6.11.6)$$

где δ^β_α — символ Кронекера. Запишем в виде свертки

$$T = T^a_a = T^0_0 + T^1_1 + T^2_2 + T^3_3 = \varepsilon - 3P \geqslant 0. \qquad (6.11.7)$$

Фактическая правильность неравенства для широкого круга систем и сжатая общековариантная формулировка неравенства наталкивали на предположение, что неравенство $T = \varepsilon - 3P \geqslant 0$ представляет собой общий закон природы. Предполагалось, что в будущем можно будет найти общее доказательство, относящееся не только к электромагнитному, но и к любому взаимодействию.

В работе Зельдовича (1961), изложению которой посвящен следующий параграф, эти предрассудки были опровергнуты.

Заметим, что асимптотика $\varepsilon = 3P$ изящно записывается в виде $T = T^a_a = 0$, но дает для скорости звука мало изящное выражение $a_{зв} = c/\sqrt{3}$. Трудно представить себе, чтобы релятивистские соображения приводили бы к чему-нибудь, отличному от условия $a_{зв} \leqslant c$.

§ 12. Предельно жесткое уравнение состояния

Рассмотрим систему частиц, взаимодействующих с векторным полем. Векторное поле аналогично электромагнитному с одним лишь отличием: в плотность лагранжиана добавлен член, пропорциональный $A_k A^k$, где A_k — вектор-потенциал (4-вектор φ, A_β):

$$L = -\frac{1}{16\pi} F_{ik} F^{ik} - \frac{1}{8\pi} \mu_*^2 A_k A^k. \qquad (6.12.1)$$

Остальные уравнения — обычные. Такое изменение лагранжиана приводит к изменению характера решений уравнений поля. С одной стороны, меняются решения типа волн, распространяющихся в пустоте. Для этих решений получается другая связь между длиной волны и частотой.

В выражении

$$A_k = a_k e^{i\omega t + ikr} \qquad (6.12.2)$$

уравнения дают

$$\omega^2 = c^2 k^2 + \mu_*^2 c^2. \qquad (6.12.3)$$

Такая связь (6.12.3) соответствует в квантовой теории квантам поля — «вектонам», обладающим массой покоя, равной

$$m = \frac{\hbar\mu_*}{c}. \tag{6.12.4}$$

В частности, вектоны могут быть и покоящимися; электромагнитные кванты с массой покоя, равной нулю, в отличие от вектонов, всегда движутся со скоростью света.

При данном k у волны есть три независимых решения, соответствующих трем типам поляризации (в отличие от двух для электромагнитного поля). Эти три решения соответствуют квантовой картине вектона как частицы со спином 1 (момент $\hbar$). Проекция этого спина на произвольную ось может принимать три значения: $1, 0, -1$.

Для системы свободных волн такого поля получается

$$\varepsilon > 3P,$$

как и следует ожидать из квантовой картины движения частиц (вектонов) с отличной от нуля массой покоя.

Однако эти решения не исчерпывают содержания теории: это видно уже из того, что компонент потенциала 4, а свободные волны имеют только три независимых решения. Нужно рассмотреть еще статическое поле заряда и взаимодействие зарядов. В электромагнитной задаче

$$\varphi = \frac{e}{r}, \text{ энергия взаимодействия } \varepsilon_{12} = \frac{e_1e_2}{r_{12}}. \tag{6.12.5}$$

В рассматриваемом случае получается «потенциал Юкавы»

$$\varphi = \frac{ge^{-\mu r}}{r}, \qquad \varepsilon_{12} = \frac{g_1g_2e^{-\mu r_{12}}}{r_{12}}, \tag{6.12.6}$$

где g играет роль заряда, характеризуя взаимодействие частицы с вектонным полем. В этом изменении закона взаимодействия и заключается суть дела.

Благодаря экспоненте можно взять макроскопическую систему, заряженную с постоянной плотностью заряда. Пусть размеры системы $R \gg \frac{1}{\mu}$ больше характерной длины затухания. Тогда, несмотря на заряд, внешнее поле системы пренебрежимо мало́ и можно говорить о плотности энергии и о давлении в заряженной системе, в зависимости от плотности заряда.

Подсчитаем энергию, элементарно суммируя попарное взаимодействие равномерно распределенных частиц. Мы предположим, что среднее расстояние между частицами $n^{-1/3}$ меньше юкавского радиуса взаимодействия μ^{-1}, и заменим суммирование интегрированием. Энергия взаимодействия частиц в объеме V —

$$E_V = \frac{1}{2} n^2 g^2 \int\limits_V \int\limits_V \frac{e^{-\mu r_{12}}}{r_{12}} dV_1 dV_2 = \frac{2\pi g^2 n^2 V}{\mu^2}. \qquad (6.12.7)$$

Если частицы (заряды) имеют массу m_0 и покоятся, то мы получим плотность энергии и плотность ρ,

$$\rho = n m_0 + \frac{2\pi g^2 n^2}{\mu^2 c^2} = \rho_0 + b\rho_0^2, \qquad (6.12.8)$$

где

$$b = \frac{2\pi g^2}{m_0^2 \mu^2 c^2}.$$

Отсюда найдем давление

$$P = c^2 b \rho_0^2, \qquad (6.12.9)$$

так что асимптотически

$$P \to c^2 \rho = \varepsilon. \qquad (6.12.10)$$

Соответственно для скорости звука получим

$$a_{зв}^2 = \frac{dP}{d\rho} = \frac{2b\rho_0}{1 + 2b\rho_0} c^2 \qquad (6.12.11)$$

и асимптотически $a_{зв} \to c$ при $\rho \to \infty$. Для простоты выше рассматривались покоящиеся заряды. Если заряженные частицы суть фермионы, то при большой плотности они станут релятивистскими, их собственный вклад в плотность и давление будет пропорционален $n^{4/3}$. Однако движение частиц при данной их плотности не меняет создаваемого ими потенциала — факт, хорошо известный в электромагнитной теории *) и не меняющийся в теории вектонов. Поэтому движение частиц не изменит пропорционального n^2 члена в плотности энергии и в давлении. При достаточно большом n этот член всегда станет главным. В упомянутой статье Зельдовича (1961) дано более подробное и формальное доказательство результата. Доказано, что те же результаты следуют из релятивистски инвариантной теории поля, начинающейся с лагранжиана. Следует указать, что только векторное поле дает отталкивание между частицами и притяжение между частицей и античастицей. Скалярное и тензорное поля дают притяжение между частицами.

Результат имеет принципиальное значение. Удалось построить последовательную релятивистскую теорию взаимодействия, в которой $\varepsilon \to P$ и нарушается неравенство (6.11.7), возможно, $\varepsilon - 3P < 0$. Следовательно, опровергнуто предположение, что

*) Пример: 82 электрона свинца, часть из которых движется со скоростью порядка $c/2$, абсолютно точно компенсируют заряд 82 протонов, содержащихся в ядре (см. гл. 2).

неравенство $\varepsilon - 3P \geqslant 0$ является следствием теории относительности; это неравенство следует рассматривать как свойство определенного, но не самого общего класса систем. Остается другой вопрос, гораздо более трудный: что происходит на самом деле со сверхплотным веществом, с барионами большой плотности, каково неравенство для них? На этот вопрос в настоящее время нельзя дать определенный ответ. В природе осуществляется далеко не все, что не противоречит теории относительности.

Опыт показывает, что существуют нейтральные векторные мезоны ω^0 и φ^0 с массой около массы нуклона *). Взаимодействие их с нуклонами приблизительно соответствует предположениям, сделанным выше; оно исследовано при не слишком большом импульсе.

Нужная нам асимптотика взаимодействия зависит от того, можно ли ω и φ рассматривать как кванты поля или же сами ω и φ являются в свою очередь составными частицами и слеплены из кварков и антикварков, или из другой материи. Тогда при больших энергиях взаимодействие ω и φ с барионами изменится. Возникнет, однако, новый вопрос и новые возможности: какое взаимодействие слепляет кварки и антикварки в мезонах и барионах? Не является ли это совсем еще не известное взаимодействие подходящим кандидатом на роль векторного поля? Этот перечень вопросов без ответов можно было бы продолжить. Вывод, который можно сделать из всего предыдущего один: в области, где мы не знаем ничего конкретного, единственное ограничение, налагаемое общими принципами, есть $a_{\text{зв}} \leqslant c$.

Никаких других ограничений (и, в частности, $\varepsilon > 3P$) в общем случае нет. Итогом исследования оказалось не уточнение результата, а устранение предрассудка...

Цурута и Камерон (1965) приводят плавную кривую, связывающую результаты расчетов, принимающих во внимание взаимодействия барионов, с асимптотическим законом $P = \varepsilon$. Их кривую можно аппроксимировать уравнениями

$$\frac{P}{c^2} = \frac{\rho_0^2}{r}, \quad \rho = \rho_0 + \frac{\rho_0^2}{r}, \quad \frac{P}{c^2} = r\left[\frac{\rho}{r} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(1 + \frac{4\rho}{r}\right)^{1/2}\right].$$

Здесь $\rho_0 = nm_p$ — плотность массы покоя и n — плотность барионов. Постоянная r равна

$$r \equiv 5 \cdot 10^{15}\ г/см^3.$$

Эти уравнения справедливы для $\rho > 10^{13}\ г/см^3$ (верхний предел неизвестен) с ошибкой того же порядка, что и неопределенность в уравнении состояния.

*) Векторный мезон, который одинаково взаимодействует с любым барионом, независимо от его странности, нужно строить как линейную комбинацию ω и φ.