

§ 3. Различные типы равновесия

Наиболее ясным и простым является случай, когда все процессы взаимного превращения, рождения и аннигиляции частиц происходят быстро по сравнению с уходом частиц и по сравнению со скоростью изменения внешних заданных параметров (плотности или давления, энтропии или температуры). Именно в этом случае осуществляется полное термодинамическое равновесие.

Состояние системы, находящейся в полном термодинамическом равновесии, определяется заданием параметров, соответствующих законам сохранения, которые выполняются в превращениях частиц. Нужно задать барионный заряд и лептонные заряды системы. Электрический заряд, как правило, равен нулю: из-за дальнего действия электростатических сил даже малый избыток частиц одного знака заряда приводит к огромным электрическим полям и этот избыток заряда быстро уходит на поверхность тела и исчезает.

Однако такое полное термодинамическое равновесие осуществляется не всегда. Есть еще один важный случай, в котором также можно говорить о равновесии и применять формулы статистики и термодинамики. Это случай, когда одна часть процессов идет очень быстро, а другая — очень медленно. Примером является газ при температуре $10^6 - 10^7$ °К, плотности между 10^{-3} и 10^7 г/см³ и с размерами $l > 10^{-12} T^{1/2} \rho^{-3/2}$ см, т. е. $l > 10^5$ см для $\rho = 10^{-3}$ и $T = 10^7$ или для $\rho = 10^7$ и $T = 10^6$.

В таком газе быстро устанавливается максвелловское распределение по энергиям электронов и ионов. Быстро устанавливается равновесие ионизации и равновесие с электромагнитным излучением (размеры предполагаются достаточно большими, чтобы выход излучения был мал). С другой стороны, весьма мала скорость рождения пар $\nu_e \bar{\nu}_e$ (и особенно мала скорость рождения $\nu_\mu \bar{\nu}_\mu$). Весьма мала и скорость ядерных реакций. Поэтому в данном случае можно пользоваться понятием равновесия, но равновесия ограниченного. Во-первых, это равновесие без нейтрино, во-вторых, это равновесие соответствует максимуму энтропии при данной энергии и данном количестве ядер различных сортов. Характерно, что для задания ограниченного равновесия нужно задание большего числа параметров по сравнению с полным равновесием: мы должны задать отдельно концентрацию водорода, гелия и т. д., а не одну только общую концентрацию барионов. Это, очевидно, следует из того, что при температуре, когда практически исключаются ядерные реакции, сохраняется не только общее число барионов, но и число отдельных типов ядер.

Счастливым обстоятельством является резкая (экспоненциальная) зависимость от температуры скорости ядерных реакций, протекающих по сильному взаимодействию, т. е. сводящихся к пере-

группировке протонов и нейтронов; примером такого процесса является распад $\text{Fe}_{26}^{56} = 13\text{He}^4 + 4n$. Благодаря резкой зависимости можно всю исследуемую область разделить на область, в которой процесс не идет совсем (ограниченное равновесие), и область, в которой данный процесс идет быстро, и по отношению к нему имеет место равновесие (более полное, менее ограниченное равновесие). Считая быстрыми все «сильные» процессы перегруппировки, мы должны задать суммарные концентрации протонов и нейтронов (притом как свободных, так и связанных с ядрами) в качестве независимых переменных.

Концентрация всех различных типов ядер (заряд Z , атомный вес A) при этом получится из условий равновесия, которые можно записать с помощью химических потенциалов:

$$\mu(Z, A) = Z\mu(p) + (A - Z)\mu(n). \quad (7.3.1)$$

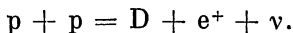
Химические потенциалы $\mu(p)$ и $\mu(n)$ здесь относятся к протонам и нейтронам, оставшимся свободными. В условиях, когда ядра не вырождены, условие равновесия имеет вид обычного закона действующих масс, известного в физической химии:

$$[Z, A] = \text{const} [p]^Z [n]^{A-Z}, \quad (7.3.2)$$

где квадратными скобками обозначены соответствующие концентрации.

Однако такая картина часто оказывается слишком идеализированной. Сложность истинной картины кинетики и равновесия ядерных реакций в горячей плазме в звездах связана с тем, что деление процессов на быстрые и медленные не совпадает с классификацией их как процессов, зависящих от сильного взаимодействия (связанных только с перегруппировкой протонов и нейтронов) и процессов, зависящих от слабого взаимодействия, в которых происходят превращения протонов в нейтроны и обратно.

Процессы сильного взаимодействия идут медленно в тех случаях, когда они требуют столкновения заряженных частиц, а температура не очень высока. Скорость процессов слабого взаимодействия может быть очень различной. Скорость особенно мала, когда необходимо, чтобы взаимодействие прошло во время столкновения частиц, например, как в $p - p$ -реакции:



Спонтанный бета-распад характеризуется временами, колеблющимися весьма сильно, и прежде всего в зависимости от энергии, выделяющейся при распаде. Приведем три примера: распад трития $T \rightarrow \text{He}^3 + e^- + \bar{\nu}$, энергия 18 *кэв*, время полураспада 12 лет. Нейтрон $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$; энергия (за вычетом массы покоя

электрона) $0,8 \text{ Мэв}$, время 11 мин. Для гелия $\text{He}^8 \rightarrow \text{Li}^8 + e^- + \bar{\nu}$ время распада $0,01 \text{ сек.}$

При весьма высоких температурах, когда в равновесии содержится много электронно-позитронных пар, время установления равновесия по слабому взаимодействию сокращается, становится меньше времени спонтанного распада нейтрона за счет того, что включаются новые процессы:

$$e^+ + n = p + \bar{\nu}, \quad e^- + p = n + \nu$$

и аналогичные процессы со сложными ядрами. (Такие процессы называют УРКА-реакциями; так же как УРКА, казино в Рио де Жанейро, служит превосходным стоком для денег, так и ν и $\bar{\nu}$ в этих реакциях являются прекрасным стоком для энергии горячей звезды).

Здесь возникает существенное различие между ситуацией в космологии и в звездах.

В космологии, как уже отмечалось, нейтрино никуда не уходят. Значит, наряду с выписанными процессами идут и обратные:

$$\bar{\nu} + p = n + e^+, \quad \nu + n = p + e^-$$

и достигается истинное термодинамическое равновесие.

В звездах ν и $\bar{\nu}$ беспрепятственно улетают, поэтому полное, детальное равновесие невозможно*). В работе Имшенника, Надежина, Пинаева (1966) ищется стационарное состояние, удовлетворяющее следующим условиям:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d[p]}{dt} &= -\alpha [p][e^-] + \beta [n][e^+] + \gamma [n] = 0, \\ \frac{d[n]}{dt} &= \alpha [p][e^-] - \beta [n][e^+] - \gamma [n] = 0, \end{aligned} \right\} \quad (7.3.3)$$

где α и β — константы скоростей соответствующих процессов, γ — вероятность распада свободного нейтрона.

Соотношение между концентрациями $[p]$ и $[n]$ в стационарном состоянии оказывается близким к тому, которое получается в равновесии при равном количестве ν и $\bar{\nu}$, т. е. при условии равенства нулю химического потенциала нейтрино.

Цель этих и последующих расчетов [Имшенник, Надежин, Пинаев (1967)] заключалась в вычислении скорости потери энергии посредством нейтрино в УРКА-процессе. В статье Надежина и Чечеткина (1969) вычислена скорость потери энергии нейтрино в УРКА-процессах с участием сложных ядер. [Первые расчеты потери энергии УРКА-процессом проведены Цурутой и Камероном (1965).]

В другой статье [Чечеткин (1969)] были рассмотрены не только нейтроны и протоны, но также более 50 ядер с целью нахождения состава в стационарном состоянии с испусканием нейтрино. Эту

работу следует сравнить с работой Клиффорда и Тейлера (1965), в которой рассматривается равновесие сильно взаимодействующих процессов с данным отношением протон/нейтрон. Чететкин находит для каждой температуры и плотности ρ/n отношение, даваемое процессами со слабым взаимодействием.

Таким образом, получен новый тип уравнения состояния: найдены энергия, давление, состав, энтропия и т. д. для данных ρ и T в случае испускания нейтрино. Это открытая система (благодаря уходу ν и $\bar{\nu}$); поэтому мы не имеем дело с термодинамическими соотношениями. Для нахождения эффективного показателя адиабаты (важного при рассмотрении устойчивости звезд) необходимо рассматривать сжатие или расширение с замороженным слабым взаимодействием. Эта процедура не совсем точна, так как скорость потери энергии зависит от того же процесса, который устанавливает стационарное состояние. Приближение хорошо при сравнительно низких температурах и несправедливо, когда начинается катастрофический коллапс.

Важно, что расчеты Чететкина дают более узкую область неустойчивости для звезды ($\gamma < 4/3$; см. следующий раздел и § 6 этой главы), чем термодинамические расчеты, сделанные ранее в предположении $\mu_\nu \equiv 0$ (см. § 6). См. Имшенник, Чететкин (1970).

Обратимся теперь к другому вопросу, связанному не с нейтрино, а со свойствами сильно взаимодействующих частиц: существует ли верхний предел температур?

Список сильно взаимодействующих частиц за последние несколько лет чрезвычайно быстро увеличился. Наряду со «странными» барионами (Λ , Σ , Ξ , Ω) и мезонами (K , \bar{K}) с временем жизни порядка $10^{-8} \div 10^{-10}$ сек в этот список на равных правах входят так называемые «резонансы» с временем жизни $10^{-18} \div 10^{-22}$ сек. Число этих резонансов уже приближается к 200 и продолжает расти. С другой стороны, выдвинута теория, что все это многообразие частиц можно рассматривать как соединения трех сортов кварков и трех сортов антикварков, гипотетических субэлементарных частиц*). Гипотезы о структуре и взаимодействии элементарных частиц самым решительным образом влияют на связь между температурой и плотностью энергии при сверхвысоких температурах ($kT \sim Mc^2$, где M — масса бариона).

Однако крайнее предположение заключается в том, что все частицы и резонансы рассматриваются как статистически независимые. Более того, предполагается, что при сверхвысокой температуре взаимодействием частиц можно пренебречь. Если число сортов различных частиц велико, мы можем рассматривать число

*) Популярное изложение гипотезы кварков см. Зельдович (1965). См. также замечания о современном состоянии теории кварков в конце § 10 предыдущей главы.

частиц в данном интервале массы от m до $m + \Delta m$ как гладкую функцию $\Delta N = f(m) \Delta m$. То же можно сказать о статистическом весе $(2s + 1)$, где s — спин частиц $g(m)$.

Плотность энергии нейтрального газа равна тогда (см. § 7 гл. 6).

$$\varepsilon = \int F(m, T) f(m) g(m) dm,$$

$$F(m, T) = 4\pi c \int_0^\infty \frac{p^3}{p^2 \sqrt{p^2 + m^2 c^2}} \{ \exp [c(m^2 c^2 + p^2)^{1/2} / kT] \pm 1 \}^{-1} dp.$$
(7.3.4)

Как показал Зельдович (1969), если $f(m)g(m) = am^n$, то

$$\varepsilon = \text{const} \cdot T^{4+n+1}.$$
(7.3.5)

Но если $f(m)g(m)$ экспоненциально растет,

$$f(m)g(m) = b \exp\left(\frac{mc^2}{\theta}\right),$$

то температура имеет абсолютный максимум: $\varepsilon \rightarrow \infty$ при $T \rightarrow \theta$ по закону

$$\varepsilon = \text{const} \ln\left(\frac{\text{const}}{\theta - T}\right).$$
(7.3.6)

Идея о существовании верхнего предела температуры была первоначально предложена Хагедорном (1965). Из опытов по рассеянию при высоких энергиях он вычислил $T_{\text{max}} = 1,5 \cdot 10^{12} \text{ }^\circ\text{K} = 150 \text{ Мэв}$, которая, конечно, очень мала.

С другой стороны, в гипотезе о кварках естественно считать, что асимптотически при $kT \geq M_q c^2$ (M_q — масса кварка) в равновесии будут только кварки, антикварки и лептоны; обычных сильно взаимодействующих частиц не будет, так же как в обычных условиях при высокой температуре нет атомов и молекул, есть только ядра и электроны. Предположительно, M_q в пять или 10 раз больше массы протона.

В этой гипотезе асимптотически

$$\varepsilon = \alpha_1 \cdot \alpha_1 T^4,$$
(7.3.7)

где вклад в α_1 кварков равен $3 \cdot 2,75 \cong 8$; всего, с учетом μ^\pm , ν_e , ν_μ , e^\pm и ν , получим $\alpha \sim 18$.

Последняя формула (7.3.7) кажется более правдоподобной для больших температур, чем странная зависимость (7.3.5). Но в чем же тогда заключается ошибка в рассуждениях, приводящих к формуле (7.3.5)? Ведь многочисленные сорта частиц действительно существуют.

Начнем с простого примера. Атом водорода, безусловно, существует как связанное состояние. Его масса мало отличается от массы протона. Будем рассматривать атом водорода как частицу. Рассуждая формально, мы придем к выводу (явно неверному), что при температуре $kT \sim m_p c^2$, когда много протонов и антипротонов, должно быть также много атомов водорода (p, e^-) и антиводорода (\bar{p}, e^+).

Но в чем формальная причина ошибки? Дело в том, что мы не учитывали взаимодействия атома водорода с гигантским количеством электронов, позитронов, протонов и антипротонов, составляющих высокотемпературную плазму. Мы не учли также собственного объема атома водорода. Об индивидуальном атоме можно говорить лишь в том случае, если в объеме $4a_0^3$ (a_0 — боровский радиус) нет других частиц. Между тем мы рассматривали атомы как частицы и при плотности гораздо большей $1/4a_0^3$. Отсюда становится ясно, что ошибочным в рассуждениях, приведших к формуле (7.3.6), было предположение, что при [большой] плотности можно рассматривать газ как идеальный.

В действительности следует ожидать, что учет взаимодействия разнообразных частиц как раз и даст те результаты, к которым приводит кварковая модель. Отталкивание частиц ограничит их рождение и уменьшит теплоемкость системы.

Для аналогичного вопроса о веществе сверхвысокой плотности (но холодном) эта идея была развита в работе Зельдовича (1959) (универсальное отталкивание барионов). Итак, существование огромного числа элементарных частиц не приводит, по-видимому, к верхнему пределу температуры. Попытку установить верхний предел температуры для области, где квантовые эффекты перепутаны с эффектами ОТО, сделал Сахаров (1966). Мы отсылаем интересующихся к этой работе.