

Т а б л и ц а VII

Зависимость γ от температуры

$T, \text{кэВ}$	50	70	100	125	150	200	300	500	700	∞
γ	1,320	1,267	1,221	1,234	1,259	1,301	1,336	1,345	1,342	$\frac{4}{3}$

Значение рассматриваемого вопроса связано с тем, что уменьшение γ ниже критической величины $\gamma = 4/3$ связано с потерей устойчивости звезды (см. § 1 гл. 10). Кроме того, в космологии горячей модели Вселенной возникает задача об адиабатическом расширении газа, первоначально состоящего из пар и излучения, до низкой температуры, при которой пар уже нет.

Выражения для числа и термодинамических функций нейтрино совпадают с выражениями для ультрарелятивистских электронов (при $m_e c^2/kT \rightarrow 0$) с одной только поправкой: вместо статистического веса 2 для электрона, соответствующего спину 1/2, для нейтрино нужно взять статистический вес 1, как для спиральной частицы. Поэтому в равновесии имеем

$$\varepsilon_{\nu_e} = \varepsilon_{\bar{\nu}_e} = \varepsilon_{\nu_\mu} = \varepsilon_{\bar{\nu}_\mu} = \frac{7}{16} \sigma T^4, \quad (8.3.15)$$

$$\varepsilon_{\nu_e} + \varepsilon_{\bar{\nu}_e} = \varepsilon_{\nu_\mu} + \varepsilon_{\bar{\nu}_\mu} = \frac{7}{8} \sigma T^4. \quad (8.3.16)$$

§ 4. Диссоциация ядер

В предыдущем параграфе рассмотрена термодинамика излучения в пренебрежении ролью плазмы. Это приближение справедливо при малой плотности вещества.

При большой плотности ($10^2 - 10^9 \text{ г/см}^3$) плазмы и высокой температуре (до нескольких единиц на 10^{10}) решающую роль в термодинамическом поведении вещества играют ядерные процессы.

При низкой температуре, очевидно, равновесие ядерных процессов соответствует образованию ядра с наименьшей энергией, т. е. с наибольшим дефектом массы*). Таким ядром является наиболее распространенный (это не случайно) изотоп Fe_{26}^{56} **). Одна-

*) Чтобы быть точным, следует заметить, что наименьшей должна быть сумма массы ядра и нейтрализующих его электронов; именно эта сумма, практически не отличающаяся от массы нейтрального атома, приводится в масс-спектрометрических таблицах.

***) Сравни примечание на стр. 201,

ко, как впервые отметили Хойл и Фаулер, при высокой температуре следует ожидать диссоциации $\text{Fe}^{56} \rightarrow 13\alpha + 4n$. Энергия, необходимая для этого процесса, равна $124,4 \text{ Мэв}$. В термодинамические формулы входит отношение этой энергии к увеличению числа частиц $\Delta N = 13 + 4 - 1 = 16$; на одну новую частицу приходится $Q_1 = 124,4/16 \cong 7,7 \text{ Мэв}$. Так же как и при ионизации атома, диссоциация происходит при температурах значительно меньше Q_1/k , $T = \alpha Q_1/k$, где безразмерный множитель α значительно меньше единицы.

В таблице VIII во 2-й и 3-й строках приведены температуры 50% диссоциации железа ($T_{1/2}$), вычисленные для нескольких значений плотности. Вычисления ведутся по очевидной формуле типа формулы Саха — все рассматриваемые ядра Fe, He⁴ и n невырожденные и нерелятивистские; учитываются первые возбужденные уровни и основное состояние ядра Fe⁵⁶; ядра He⁴ и n не имеют возбужденных уровней.

Т а б л и ц а VIII

Температуры (в миллиардах градусов) 50% диссоциации железа и гелия

ρ	1	10^8	10^9	10^{10}
Fe $\left\{ \begin{array}{l} (T_0)_{1/2} \\ \alpha = kT/Q_1 \end{array} \right.$	3,43	4,1	5,79	9,57
	$3,83 \cdot 10^{-2}$	$4,59 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-2}$	$10,7 \cdot 10^{-2}$
He $\left\{ \begin{array}{l} (T_0)_{1/2} \\ \alpha = kT/Q_1 \end{array} \right.$	4,2	5,49	8	15,2
	$3,85 \cdot 10^{-2}$	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$7,26 \cdot 10^{-2}$	$1,37 \cdot 10^{-1}$

Далее следует диссоциация $\text{He}^4 \rightleftharpoons 2p + 2n$. Энергия процесса $28,4 \text{ Мэв}$, что дает на одну рожденную частицу $Q_1 = 28,4/3 = 9,5 \text{ Мэв}$. Таким образом, Q_1 диссоциации гелия больше той же величины для диссоциации железа. Оба процесса в какой-то мере разделены по температуре: существует, хотя и не широкая, область, в которой железо диссоциирует, образуя гелий, но гелий еще не диссоциирует.

В таблице в 3-й и 4-й строках приведены $T_{1/2}$ и α для He⁴.

Все эти расчеты очень схематичны. С одной стороны, следовало бы попытаться рассмотреть весь набор ядер, стабильных и нестабильных, которые появляются в равновесии при высокой температуре. С другой стороны, нужно проверить все звенья кинетики процессов, приводящих к установлению равновесия. Основным процессом является фотодиссоциация ядер квантами равновесного электромагнитного излучения. При температуре, при которой заметна диссоциация $T \sim T_{1/2}$, плотность квантов с энергией большей Q_1 достаточно велика. Поэтому, например,

отрыв нейтронов от железа (так же как и обратный процесс присоединения нейтронов) идет достаточно быстро.

Барьер для ядер He^4 (α -частиц) в ядрах среднего атомного веса также не велик. Косвенный аргумент в пользу быстрого установления равновесия заключается в том, что рассматриваются температуры б о л е е в ы с о к и е, чем те, при которых произошел синтез железа.

В случае диссоциации гелия есть своеобразный барьер: при средней энергии на частицу $Q_1 = 9,5 \text{ Мэв}$ первый акт процесса $\text{He}^4 \rightarrow \text{He}^3 + n$ или $\text{He}^4 \rightarrow \text{T} + p$ требует энергии $20 \div 21 \text{ Мэв}$. В целом, вопрос о скорости установления равновесия нуждается в дополнительном исследовании.

Имшенник и Надежин (1965) провели подробное исследование термодинамики плазмы с учетом возможного превращения $p \rightleftharpoons n$, т. е. с учетом процессов слабого взаимодействия, а также с учетом рождения пар. Поскольку эти расчеты проводились применительно к теории звезд, химический потенциал нейтрино полагался равным нулю. Имшенником, Надежиным и Пинаевым (1966) показано, что расчеты при таком предположении достаточно точны.

Основным результатом расчетов является определение показателя адиабаты γ в широкой области плотности и температуры. Мы заимствуем из упомянутой работы рис. 33а, на котором изображено поле температур и плотности (плотность дана в логарифмическом масштабе). Наиболее интересны границы области, в которой показатель адиабаты меньше критического значения $\gamma = 4/3$, которое, как уже упоминалось в § 3 этой главы, определяет границу устойчивости звезды (подробнее см. § 1 гл. 10). Как видно из рис. 33, эта область ограничена и слева и справа (заштрихованные кривые).

Диссоциация железа, а затем и гелия, и рождение пар снижают γ до величины меньше $\gamma = 4/3$ при $T \sim (2 \div 6) \cdot 10^9$ (в зависимости от плотности), на левой границе*). Однако после того как закончилась диссоциация и релятивистские пары дали газ с $\gamma = 4/3$, большое число нерелятивистских частиц — нуклонов n и p — снова повышает γ до величины выше $4/3$ при $T > (10 \div 20) \cdot 10^9$.

На рис. 33а проведены кривые: 1) $x_{\text{Fe}} = x_{\text{He}}$ — линия, на которой наполовину диссоциировано железо; 2) $x_{\text{He}} = x_p + x_n$ — линия половинной диссоциации гелия; 3) $x_+ = 1/2 x_-$ — линия,

*) Отсюда следует вывод, что в принципе потеря устойчивости звездой (когда γ становится меньше $4/3$ в ходе медленного сжатия и увеличения T) может затем в ходе уже быстрого сжатия привести к новому устойчивому состоянию с $\gamma > 4/3$. Эти равновесные состояния, лежащие при $\rho > 2 \cdot 10^{10} \text{ г/см}^3$ с центральной температурой, достигающей $10^{11} \text{ }^\circ\text{К}$ (не показано на рис. 33а), рассчитаны Бисноватом-Коганом (1968а, б). Подробнее см. следующий раздел.

на которой число пар e^+ , e^- равно числу первоначальных электронов, так что $e^- = e_0^- + e_n^- = 2e_n^- = 2e_n^+$. На рисунке отчетливо видно, что нижний левый уступ заштрихованной кривой близок к третьей линии: это значит, что при $\rho \leq 10^6$ г/см³ и $T \sim 4 \cdot 10^9$ переход γ через $4/3$ обусловлен именно рождением пар.

При более высокой плотности основным эффектом является диссоциация железа. Однако возвращение к $\gamma > 4/3$ в ходе роста температуры достигается лишь после того, как закончилась и диссоциация гелия.

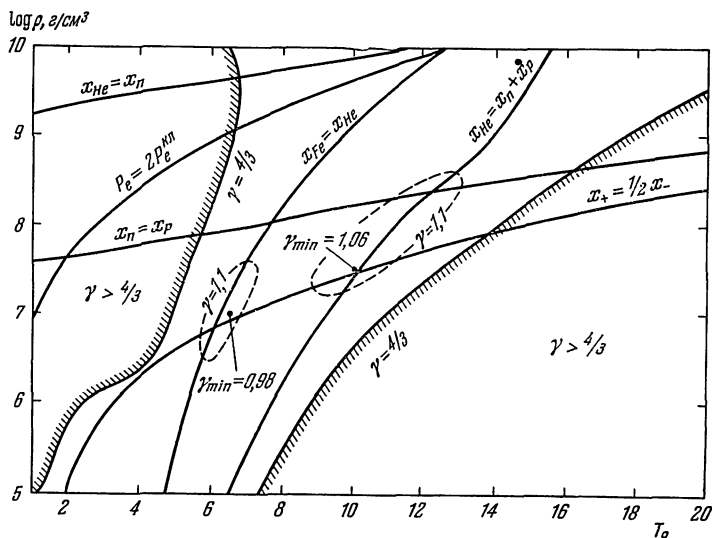


Рис. 33а. $\rho - T$ — диаграмма для горячего плотного вещества (обозначения см. в тексте).

Весьма наглядно появление двух минимумов γ , $\gamma_{\min_1} = 0,98$ и $\gamma_{\min_2} = 1,06$, при совместном действии пар и диссоциации железа — в первом случае, пар и диссоциации гелия — во втором.

В левом верхнем углу при большой плотности заметную роль начинает играть вырождение электронов: кривая $P_e = 2P_e^{\text{кл}}$ показывает условия, при которых удваивается за счет вырождения давление электронов; пары в этой области роли не играют.

Вырождение электронов существенно и для равновесия между нейтронами и протонами, как видно из рис. 33а (см. линию $x_n = x_p$, $n/p = 1$), это равновесие зависит в основном от плотности, а не от температуры.

На рис. 33б, заимствованном из работы Бисноватого-Когана и Каждана (1966), показано значение γ вдоль изэнтроп с разным значением S . Сравнение этого рисунка с рис. 32б показывает,

как влияет наличие вещества на показатель адиабаты γ . В изображенной здесь области параметров (важных для теории равновесия больших звезд) еще не проявляются эффекты диссоциации

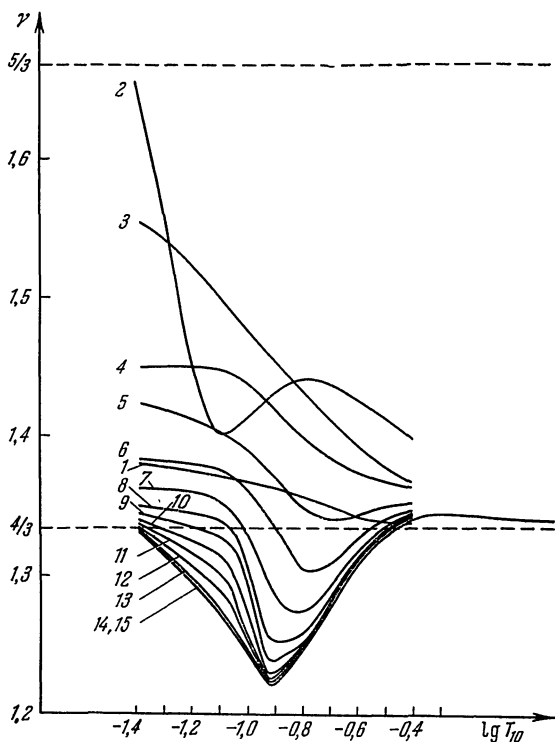


Рис. 336. Зависимость γ от T для чистого железа вдоль изэнтроп $S = \text{const}$. Изэнтропы построены для следующих значений $S_{10} = (S \cdot \text{эрг/г} \cdot \text{град})/10^{10}$:

1 — $S_{10} = 0,003981$	9 — $S_{10} = 0,2512$
2 — $S_{10} = 0,01$	10 — $S_{10} = 0,3981$
3 — $S_{10} = 0,01585$	11 — $S_{10} = 0,631$
4 — $S_{10} = 0,02512$	12 — $S_{10} = 1,0$
5 — $S_{10} = 0,03981$	13 — $S_{10} = 2,512$
6 — $S_{10} = 0,0631$	14 — $S_{10} = 10$
7 — $S_{10} = 0,1$	15 — $S_{10} = 15,85$
8 — $S_{10} = 0,1585$	

Температура дана в $T_{10} = T \text{ } ^\circ\text{K}/10^{10}$.

железа и гелия, существенные при больших значениях температур. Термодинамические величины для таких температур приведены в работе Имшенника и Надежина (1965).

Расчеты такого рода (вместе с данными о скорости потери энергии нейтрино, скорости ядерных реакций, непрозрачностью ве-

щества и др.) представляют собой настоящий фундамент теории эволюции звезд в ее современной форме. Однако, как уже указано в § 2 гл. 7, более точное описание горячей материи в звездах получается при использовании кинетических уравнений для уходящих нейтрино, а не термодинамического равновесия с нулевым химическим потенциалом нейтрино.

Новые расчеты Четчинина и Имшенника (см. § 3 гл. 7) приводят к уменьшению области неустойчивости ($\gamma < 4/3$).

§ 5. Плотное вещество при низких температурах

Свойства вещества при нулевой температуре описаны в гл. 6. Каковы изменения в давлении и плотности энергии при низких температурах, когда только начинают включаться тепловые эффекты? Плотность энергии излучения $\varepsilon = \sigma T^4$, плотность тепловой энергии невзаимодействующих ферми-частиц $\varepsilon_T = \text{const } T^2 \cong \cong nkT (kT/E_F)$. Тепловое давление равно $P_T = \frac{2}{3} \varepsilon_T$ в нерелятивистском случае и $P_T = \frac{1}{3} \varepsilon_T$ в релятивистском случае. Точные значения этих вкладов важны при расчете охлаждения нейтронных звезд.

Как показали Гинзбург и его сотрудники (см. обзоры 1968; 1969), при низких температурах сильное влияние оказывает сверхтекучесть и сверхпроводимость, которая может реализоваться в плотной материи при температурах, намного выше обычных для сверхтекучести и сверхпроводимости температур от 4 до 20° К. Теплоемкость сверхтекучей материи экспоненциально мала; поэтому время охлаждения ее резко уменьшается.

Реальное значение этих замечаний для астрофизики см. далее в главе о пульсарах.

§ 6. Безразмерная энтропия

В заключение раздела об уравнении состояния получим удобные формулы, дающие выражение энтропии в безразмерных единицах.

Энтропия в классической теории определяется дифференциально: $dS = dQ/T$ с точностью до постоянной величины; она имеет размерность *кал/г·градус*. Квантовая теория определяет абсолютное значение энтропии. При этом $S = k \ln W$, где k — постоянная Больцмана, W — вероятность состояния. Пользование тепловыми единицами представляет удобную условность, в рациональной системе T измеряется в единицах энергии, $k \equiv 1$. В этой системе найдем энтропию, приходящуюся на один нуклон $S_1 = \ln W_1$. Если система состоит только из нуклонов (полное число нуклонов