

рассматривал равновесную конфигурацию):

$$\Delta E = -\Delta E_e.$$

Используя теперь функцию Эмдена с $n = 3$ для вычисления интегралов, получаем окончательно

$$\Delta E_{\text{ото}} = -0,93 \frac{G^2 M^{7/3} \rho_e^{2/3}}{c^2}.$$

§ 5. Нейтронные звезды

Проследим за дальнейшим изменением M с повышением ρ_c .

В главе 6 показано, что с повышением плотности в веществе появляются свободные нейтроны. При $\rho > 10^{12}$ г/см³ давление (так же как и плотность) в основном определяется вырожденным нейтронным газом. Если бы нейтроны не взаимодействовали между собой, то этот газ был бы идеальным и, пока газ еще нерелятивистский, показатель адиабаты $\gamma = 5/3$ (и всегда $\gamma > 4/3$). Однако известно, что между нейтронами существуют ядерные силы притяжения, и хотя эти силы недостаточны для образования ядер, состоящих из нейтронов, все же они вносят отрицательный вклад в энергию и γ по-прежнему меньше $4/3$. Равновесные состояния неустойчивы, и кривая $M = M(\rho)$ продолжает идти вниз (см. рис. 39).

На малых расстояниях между барионами силы притяжения должны смениться силами отталкивания, которые вносят положительный вклад в давление и поэтому при $\rho \sim 2 \cdot 10^{14}$ г/см³ эффективная для всей звезды γ вновь становится более $4/3$.

Таким образом, минимального значения масса M достигает при $\rho_c \approx 2 \cdot 10^{14}$ г/см³. Можно оценить это M_{min} , найдя давление при $\rho_c = 2 \cdot 10^{14}$ г/см³ по формуле (6.6.1) и подставив это значение в (10.4.1) с $b \approx 3$:

$$M_{\text{min}} \approx 0,05 M_{\odot}.$$

Напоминаем, что это только порядковая оценка, ибо в действительности звезда не может целиком состоять из нейтронов. В центральных областях звезда имеет состав, описанный в гл. 6. При $M > 0,3 M_{\odot}$, согласно Камерону (1970), в центральных областях в составе вещества имеются уже и гипероны. В областях, лежащих ближе к поверхности звезды, давление недостаточно для существования стабильных нейтронов и внешняя оболочка состоит из ядер и электронов. За деталями расчетов отсылаем к одной из первых работ Саакяна и Варганяна (1964), более современные данные можно найти в обзоре Камерона (1970). Самая внешняя корка, возможно, даже кристаллическая (см. Камерон, 1970).

Сделаем замечание о равновесных решениях с положительной энергией звезды. На рис. 37 они соответствуют максимумам в области $E > 0$. Их появление связано с тем, что учет нейтрониза-

ции привел к появлению экстремума (максимума) там, где его раньше не было, но энергия, конечно, и без поправки была положительной. Такие решения, очевидно, неустойчивы и энергетически возможно полное рассеяние на бесконечность вещества, находившегося в состоянии звезды с положительной энергией.

Посмотрим теперь, как изображаются звездные конфигурации, отвечающие нейтронным звездам на диаграмме $\rho_c \div E$. При высоких плотностях порядка ядерных между барионами возникают мощные силы отталкивания, которые ведут к тому, что кривые $E(\rho_c, M)$ загибаются вверх (рис. 40).

На кривых $E(\rho_c)$ с $M > M_{\min} = 0,05 M_{\odot}$ появляются вторичные минимумы, которые отвечают устойчивым звездным конфигурациям. Это — нейтронные звезды. Соответствующая кривая $M = M(\rho_c)$ равновесных звезд показана на рис. 39. Кривые $E(\rho_c, M)$, имеющие вторичные минимумы, ограничены сверху кривой с минимальной массой $M_{\min} = 0,05 M_{\odot}$. Для меньших масс равновесных конфигураций при большой плотности не существует.

Расчеты с приближенным уравнением состояния показывают (см.

далее § 8 гл. 10), что для малых масс вторичные минимумы лежат в области положительной энергии [см. работу Бисноватого-Когана и Зельдовича (1966)]. Они соответствуют устойчивым состояниям.

Выше уже обращалось внимание на то, что равновесные состояния (неустойчивые) с положительной энергией возникают для звезд из неидеального газа практически без эффектов общей теории относительности; в этом нет ничего странного и необычного. Здесь мы видим, что также практически без всякого вмешательства ОТО могут возникнуть и устойчивые относительно малых возмущений метастабильные состояния с положительной энергией.

С дальнейшим ростом плотности определяющими уже становятся эффекты ОТО, которые снова загибают кривые $E(\rho_c, M)$ вниз (рис. 41), что ведет, как уже показано в § 4 гл. 10, для меньших плотностей к появлению перегиба, а затем максимума на кривых $E(\rho_c, M)$ и соответственно к появлению вторичного максимума на кривой $M = M(\rho_c)$. Остановимся несколько подробнее на причинах появления вторичного максимума на кривой $M = M(\rho_c)$. Первичная причина вскользь упомянута в конце п. «б» § 4 гл. 10 и кратко выражается словами «энергия весит». В случае статики законы сохранения в ОТО являются уравнениями равновесия.

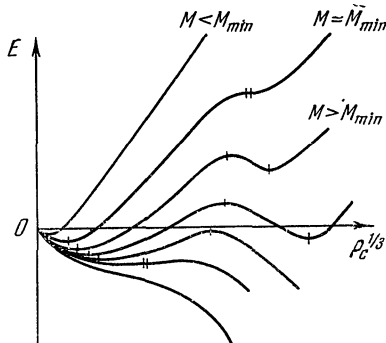


Рис. 40. Энергетические кривые для холодной звезды, построенные с учетом упругости ядерной жидкости.

Уравнение равновесия для сферического поля имеет вид

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{1}{2} \frac{dv}{dr} (P + \rho c^2), \quad (10.5.1)$$

где метрика записывается в виде, указанном в § 3 гл. 3, ρ — плотность массы, P — давление. Альтернативную форму уравнения гидростатического равновесия дает уравнение (10.3.11).

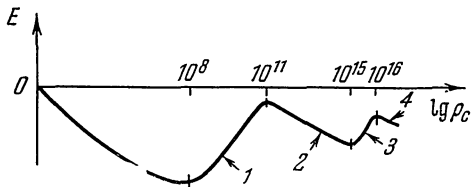


Рис. 41. Типичная энергетическая кривая для шара фиксированной массы. Изменение хода кривой при разных плотностях определяется упругостью вырожденных электронов (1), нейтронизацией вещества (2), упругостью ядерной жидкости (3), эффектами ОТО (4).

Из выражения (10.5.1) видно, что в уравнение равновесия входит плотность массы ρ и давление P .

При больших плотностях главный вклад в плотность энергии (а следовательно, и в плотность массы) вносит уже не энергия покоя частиц, а энергия их движения и взаимодействия. Обозначим плотность барионов через n ;

показателем адиабаты γ_1 назовем $\frac{d \ln P}{d \ln n}$. Определенная таким образом γ_1 для вырожденного газа всегда больше $4/3$ и, в принципе, для отталкивающихся частиц может достигнуть значения $\gamma_1 = 2$ (Зельдович, 1961), как это подробно показано в § 12, гл. 6.

Однако в уравнение равновесия входит не n , а плотность массы ρ и давление P . В силу отмеченного выше обстоятельства асимптотический вид уравнения состояния имеет вид $P \sim \rho$, поэтому эффективная $\gamma_2 = \frac{d \ln P}{d \ln \rho}$ становится меньше $4/3$ и в пределе $\gamma_2 \rightarrow 1$.

На рис. 42 представлены графики γ_1 и γ_2 для идеального газа нейтронов. Смена $\gamma_2 > 4/3$ на $\gamma_2 < 4/3$, как показано в предыдущих параграфах, ведет к появлению максимума $M(\rho_c)$. Таким образом, учет «веса энергии» уже в теории с ньютоновским законом тяготения в плоском евклидовом пространстве приводит к появлению максимума $M(\rho_c)$ [см. работы Саакяна (1962) и Гусейнова (1965)].

Другая причина состоит в том, что в эйнштейновской теории при больших ρ меняется закон тяготения и пространство перестает быть евклидовым, о чем подробно говорилось в § 2 и 3 гл. 3.

Оба рассмотренных эффекта одного порядка и действуют в одну сторону. Численно, как малые поправки, они рассмотрены в предыдущем параграфе (приложение II).

Первые численные расчеты строения сверхплотных звезд были проделаны в классической работе Оппенгеймера и Волкова (1938) с использованием уравнения состояния идеального ферми-

газа (вырожденный нейтронный газ). Данные их расчетов приведены на рис. 43 (кривая для M ; о кривых M_0 и M_1 см. § 6). $M_{\max} = 0,72 M_{\odot}$.

Однако уравнение состояния идеального газа при подобных плотностях является только грубым приближением (см. гл. 6). Работы Камерона (1959а, б), Саакяна и Вартапяна (1964), Камерона (1970) с уравнением состояния реального газа дают значения

$$M_{\max} = (1,6 \div 2,4) M_{\odot}.$$

На рис. 39 приведена кривая $M = M(\rho)$ по данным Саакяна и Вартапяна (1964); она охватывает область плотностей, отвечающих белым карликам, и область нейтронных звезд [см. также работу Инмана (1965)]. Таблицу Коэна, Камерона (1971) см. § 7 гл. 13.

Конечно, в расчетах учтено изменение уравнения состояния при переходе от плотных недр звезды к ее оболочке.

Для демонстрации неопределенности кривой для нейтронных звезд, являющейся следствием неопределенности наших знаний об уравнении состояния вещества при плотностях порядка ядерной, на рис. 39 пунктиром нанесена кривая из работы Камерона (1970)*). Любопытно, что в области больших плотностей за максимумом, где уже не могут находиться реальные равновесные холодные звезды, полная масса равновесной звезды, как впервые показали Дмитриев и Холин (1963), испытывает периодическую зависимость от ρ_c , когда $\rho_c \rightarrow \infty$ (см. рис. 43). Позже (и независимо) эту работу повторили другие. Подробнее см. оригинальную работу и книгу Уилера, Гаррисона, Вакано, Торна (1967).

Будем называть максимум массы для звезд при $\rho \approx 10^{15} \text{ г/см}^3$ ОВ-максимумом (Оппенгеймер, Волков) $M_{\max}^{\text{ОВ}}$, в отличие от

*) Леунг и Ванг (1971) указывают, что возможно для нейтронных звезд $M_{\max} \approx 0,5 M_{\odot}$.

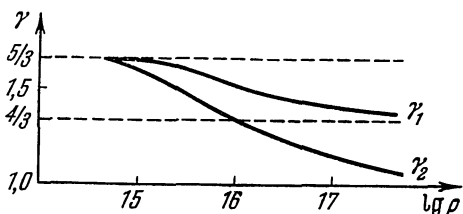


Рис. 42. Зависимость $\gamma_1 = \frac{d \ln P}{d \ln n}$ и $\gamma_2 = \frac{d \ln P}{d \ln \rho}$ от плотности ρ для идеального холодного газа нейтронов.

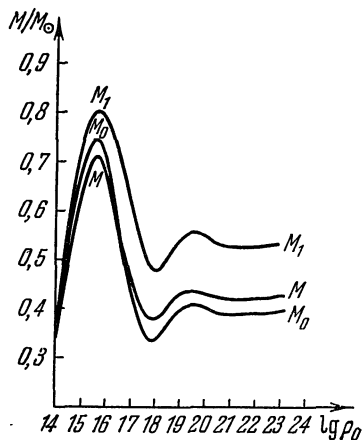


Рис. 43. M , M_0 , M_1 как функции ρ_c для холодного идеального ферми-газа нейтронов.

чандрасекаровского максимума, имеющего место при ρ порядка 10^9 г/см³. На поверхности звезды с $M = M_{\text{max}}^{\text{OB}}$, e^ν принимает минимальное возможное для поверхности звезд значение. Минимальное значение $e_{\text{min}}^{\nu/2} \approx 0,7$. Следовательно, максимальное, гравитационное красное смещение, которое можно в принципе наблюдать в спектре звезды, есть

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)_\gamma = e_{\text{min}}^{\nu/2} \approx 1,4. \quad (10.5.2)$$

Источники нейтрино расположены в центре звезды. Гравитационное красное смещение для нейтрино определяется значением e^ν в центре. Это значение у рассматриваемой звезды $e_{\text{min}}^{\nu/2} \approx 0,4$. Следовательно, для нейтрино максимальное гравитационное изменение частоты

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)_\nu = e_{\text{min},0}^{\nu/2} \approx 2,5. \quad (10.5.3)$$

На рис. 44 для двух звезд с $\rho_c = 5,5 \cdot 10^{14}$ г/см³

и $3,6 \cdot 10^{15}$ г/см³ и с массами соответственно $0,64 M_\odot$ и $M_{\text{max}}^{\text{OB}} = 1,55 M_\odot$ изображены графики $e^{\nu/2}$ и $e^{\lambda/2}$. График $e^{\lambda/2}$ характеризует отклонение геометрии пространства от евклидовой вблизи звезды и внутри ее. Координатный радиус для этих звезд $R = r_{\text{пов}} = \sqrt{s/4\pi}$ (где s — площадь поверхности звезды) равен соответственно 13 км и 9,3 см. Расстояние от центра

$$\tilde{R} = \int_0^{r_{\text{пов}}} e^{\lambda/2} dr$$

равно соответственно 13,8 и 11,5 км [(данные Саакяна и Вартамяна (1964)].

В связи с этими рисунками еще раз напомним, что величина $e^{\nu/2}$ аналогична ньютоновскому потенциалу. Она непосредственно показывает замедление темпа течения времени по сравнению со временем на бесконечности. В отличие от $e^{\lambda/2}$, значение $e^{\nu/2}$ не стремится к единице в центре звезды.

Разумеется, это связано с условием нормировки: мы выбирали временную координату t так, чтобы она на бесконечности все вре-

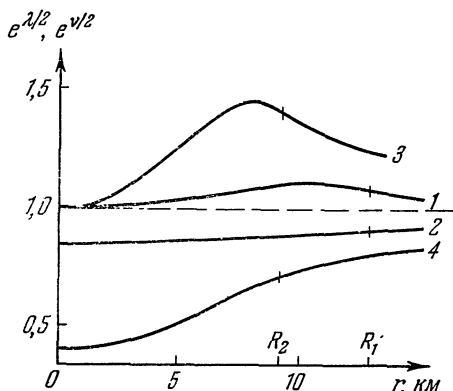


Рис. 44. Зависимость $e^{\lambda/2}$ и $e^{\nu/2}$ от r для звезд с $M_1 = 0,64 M_\odot$ и $M_2 = 1,55 M_\odot$; 1 — $e_{M_1}^{\lambda/2}$, 2 — $e_{M_1}^{\nu/2}$; 3 — $e_{M_2}^{\lambda/2}$, 4 — $e_{M_2}^{\nu/2}$. Радиусы R_1 и R_2 соответствуют поверхности звезд. [По Саакяну, Вартамяну (1964)].

мя совпадала с показаниями часов наблюдателя; поэтому $(e^{v/2})_{\infty} = 1$, а $e^{v/2}$ в центре звезды во столько раз меньше $(e^{v/2})_{\infty}$, во сколько раз темп течения времени в центре звезды меньше, чем на бесконечности.

§ 6. Дефект массы

Запишем выражение полной энергии звезды E для того случая, когда плотности малы и применима теория Ньютона

$$E = E_0 + W + U.$$

Мы включили в это выражение $E_0 = N \cdot mc^2$ энергию покоя нуклонов, составляющих звезду; W — энергия движения и взаимодействия нуклонов, U — потенциальная энергия взаимного тяготения. Последнее слагаемое отрицательно. Обозначим $E_0 + W = \mathcal{E}_1$; в релятивистской области имеем соответственно:

$$E = Mc^2 = 4\pi c^2 \int_0^R \rho r^2 dr, \quad (10.6.1)$$

$$E_0 = M_0 c^2 = c^2 \int_V m ndV = Nmc^2, \quad (10.6.2)$$

$$\mathcal{E}_1 = M_1 c^2 = c^2 \int_V \rho dV, \quad (10.6.3)$$

где элемент объема $dV = 4\pi e^{\lambda/2} r^2 dr$.

На рис. 43 приведены графики M , M_0 и M_1 как функции от ρ_c . Вычисления сделаны для случая идеального вырожденного нейтрального газа.

Напомним, что плотность массы ρ , измеренная локально, включает не только массу покоя, но и внутреннюю энергию движения нуклонов и энергию взаимодействия (кроме гравитационного!) частиц в 1 см^3 . Полная масса звезды M не равна сумме масс элементов ее объема M_1 и так как $e^{\lambda/2} \geq 1$, то

$$M < M_1.$$

Разность $\Delta_1 M = M_1 - M$ назовем *полным гравитационным дефектом массы*. Происхождение $\Delta_1 M$ очевидно: объединяя элементы массы $dm = \rho dV$ (уже имеющие заданную плотность ρ) в звезду, мы должны учесть энергию гравитационного взаимодействия между этими элементами. Эта энергия связи, не учитываемая в (10.6.3), в отличие от (10.6.1), и соответствующая ей масса — отрицательны, поэтому $\Delta_1 M > 0$. В ньютоновском приближении $c^2 \Delta_1 M = -U$. Отношение (в общем случае, а не только в ньютоновском приближении)

$$\alpha_1 = \frac{\Delta_1 M}{M}$$