мя совпадала с показаниями часов наблюдателя; поэтому $(e^{\nu/2})_\infty = 1$, а $e^{\nu/2}$ в центре звезды во столько раз меньше $(e^{\nu/2})_\infty$, во сколько раз темп течения времени в центре звезды меньше, чем на бесконечности.

§ 6. Дефект массы

Запишем выражение полной энергии звезды Е для того случая, когда плотности малы и применима теория Ньютона

$$\mathrm{E} = \mathrm{E}_0 + W + U.$$

Мы включили в это выражение $\mathrm{E}_0 = N \cdot mc^2$ энергию покоя нуклонов, составляющих звезду; W — энергия движения и взаимодействия нуклонов, U — потенциальная энергия взаимного тяготения. Последнее слагаемое отрицательно. Обозначим $E_0 + W = \mathscr{E}_1$; в релятивистской области имеем соответственно:

$$\mathrm{E} = Mc^2 = 4\pi c^2 \int_0^R \rho r^2 dr, \tag{10.6.1}$$

$$\mathrm{E}_0 = M_0 c^2 = c^2 \int_V mn dV = Nmc^2, \tag{10.6.2}$$

$$\mathscr{E}_1 = M_1 c^2 = c^2 \int_V \rho dV, \tag{10.6.3}$$

где элемент объема $dV = 4\pi e^{\lambda/2} r^2 dr$.

На рис. 43 приведены графики M, M_0 и M_1 как функции от ρ_c. Вычисления сделаны для случая идеального вырожденного нейтронного газа.

Напомним, что плотность массы ρ, измеренная локально, включает не только массу покоя, но и внутреннюю энергию движения нуклонов и энергию взаимодействия (кроме гравитационного!) частиц в 1 *см*^{3}. Полная масса звезды M не равна сумме масс элементов ее объема M_1 и так как $e^{\lambda/2} \geqslant 1$, то

$$M < M_1.$$

Разность $\Delta_1 M = M_1 - M$ назовем *полным гравитационным дефектом массы*. Происхождение $\Delta_1 M$ очевидно: объединяя элементы массы $dm = \rho dV$ (уже имеющие заданную плотность ρ) в звезду, мы должны учесть энергию гравитационного взаимодействия между этими элементами. Эта энергия связи, не учитываемая в (10.6.3), в отличие от (10.6.1), и соответствующая ей масса — отрицательны, поэтому $\Delta_1 M > 0$. В ньютоновском приближении $c^2 \Delta_1 M = -U$. Отношение (в общем случае, а не только в ньютоновском приближении)

$$\alpha_1 = \frac{\Delta_1 M}{M}$$

называют коэффициентом гравитационной упаковки. Он характеризует отношение гравитационной энергии к полной. На рис. 45 приведена зависимость α_1 от ρ_c для звезд, состоящих из реального газа, согласно работе Саакяна и Вартаняна (1964). Для малых ρ_c значение α_1 мало́ и стремится к нулю при $\rho_c \to 0$. Для наиболее плотных конфигураций $\alpha_1 \approx 0{,}5$.

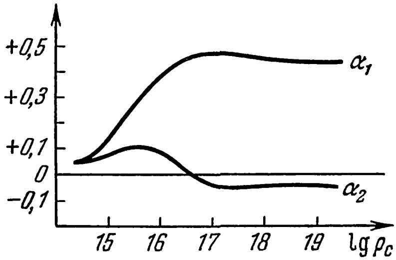

Рис. 45. Зависимость $\alpha_1 = \frac{\Delta_1 M}{M}$ и $\alpha_2 = \frac{\Delta_2 M}{M_0}$ от плотности ρ_c в центре звезды.

Разность $\Delta_2 M = M_0 - M = Nm - M$ носит название *неполного* или просто *дефекта массы*. Энергия, соответствующая $\Delta_2 M$, есть как раз та энергия, которая выделяется при образовании из первоначально разреженного диффузного вещества плотной звезды. Из физики этого процесса ясно, что для устойчивой стационарной звезды, возникшей из диффузного вещества *), $\Delta_2 M > 0$.

В ньютоновском приближении $c^2 \Delta_2 M = -(W + U)$. Отношение

$$\alpha_2 = \frac{\Delta_2 M}{M_0}$$

показывает (в общем случае, а не только в ньютоновском приближении) полную долю энергии, выделившейся при образовании звезды. График $\alpha_2(\rho_c)$, вычисленный для звезд из реального газа по данным Саакяна и Вартаняна (1964), приведен на рис. 45. Для больших плотностей α_2 становится отрицательным. Об этом см. § 7 гл. 10. См. табл. § 7 гл. 13.

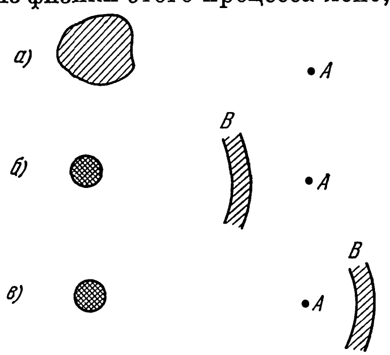

Рис. 46. Изменение массы вещества, измеряемой наблюдателем в A при образовании плотной звезды: *а*) диффузное вещество до сжатия в звезду; *б*) вещество сжалось; высвеченная энергия (область B) еще не прошла наблюдателя; последний не обнаруживает уменьшения массы тела; *в*) волна высвеченной энергии прошла наблюдателя. Он отмечает уменьшение массы тела на ΔM.

Гравитационный дефект массы иногда неправильно называют экранировкой тяготения. Такое название не отражает суть дела, потому что рассматриваемое явление совсем не похоже на действие экрана. Действительно, соединяя, например, две частицы, мы

*) Здесь мы рассматриваем дефект массы только для статических конфигураций. Если отказаться от требования статичности, то полная масса M заданного числа нуклонов в принципе может быть сколько угодно мала (см. § 9 гл. 10). В частности, M для замкнутой космологической модели равна нулю [см. Ландау, Лифшиц (1967)].

получаем массу системы меньше суммы масс частиц; но, во-первых, это ослабление тяготения не имеет какой-либо направленности (что должно бы быть, если вторая частица являлась бы действительно экраном), во-вторых, любые силы связи обладают тем же свойством уменьшать суммарную массу частиц и гравитация в этом отношении не исключение. Действительно, масса дейтона меньше суммы масс протона и нейтрона, но мы, конечно, не станем на этом основании говорить, что, скажем, нейтрон гравитационно экранирует протон.

При соединении частиц в связанную систему энергия, равная дефекту массы, высвечивается в виде квантов либо нейтрино либо гравитационных волн и т. п. Далекий наблюдатель обнаружит дефект массы—уменьшение массы—не в момент соединения частиц, а после того как высвеченная энергия пройдет мимо него (рис. 46). До этого момента любые трансформации энергии никак не сказываются на измеряемой наблюдателем массе звезды (разумеется, это прямое следствие закона сохранения энергии).

§ 7. Устойчивость нейтронных звезд

Устойчивое равновесие означает минимум энергии звезды при данной энтропии и числе частиц. Изложенная в § 3 гл. 10 теория устойчивости, в которой энергия рассматривалась как функция одного параметра ρ_c, является асимптотически точной только в области применимости ньютоновской теории, когда $\gamma \to 4/3$ и поправки на ОТО малы. Вариационный принцип в ОТО подробно рассмотрен в работах Чандрасекара (1964а, b; 1965) и Уилера, Гаррисона, Вакано и Торна (1967); обзор см. в гл. 4 работы Торна (1967с). Мы здесь приведем другое доказательство (Зельдович, 1963а), справедливое и в релятивистской области, и в ньютоновской, но которое приспособлено для холодных звезд. (Его можно легко обобщить на случай горячих изоэнтропических звезд.)

Прежде всего рассмотрим, как меняется масса равновесной звезды при добавлении к ней одной частицы, приносимой на радиус r из бесконечности, где ее энергия равнялась mc^2. Иными словами, найдем $\frac{dM}{dN}$. Энергия такой частицы, свободно падающей в поле тяготения по радиусу r, достигает величины *)

$$E = mc^2 e^{-\frac{\nu(r)}{2}}. \qquad (10.7.1)$$

*) Энергия измеряется локальным наблюдателем и не включает потенциальную энергию частицы в поле тяготения. Полная энергия частицы, разумеется, не меняется при падении (излучение гравитационных волн не учитывается, так как оно стремится к нулю как $(m/M)^2$ при $m/M \to 0$, т. е. при рассмотрении пробной частицы малой массы).