получаем массу системы меньше суммы масс частиц; но, во-первых, это ослабление тяготения не имеет какой-либо направленности (что должно бы быть, если вторая частица являлась бы действительно экраном), во-вторых, любые силы связи обладают тем же свойством уменьшать суммарную массу частиц и гравитация в этом отношении не исключение. Действительно, масса дейтона меньше суммы масс протона и нейтрона, но мы, конечно, не станем на этом основании говорить, что, скажем, нейтрон гравитационно экранирует протон.

При соединении частиц в связанную систему энергия, равная дефекту массы, высвечивается в виде квантов либо нейтрино либо гравитационных волн и т. п. Далекий наблюдатель обнаружит дефект массы—уменьшение массы—не в момент соединения частиц, а после того как высвеченная энергия пройдет мимо него (рис. 46). До этого момента любые трансформации энергии никак не сказываются на измеряемой наблюдателем массе звезды (разумеется, это прямое следствие закона сохранения энергии).

§ 7. Устойчивость нейтронных звезд

Устойчивое равновесие означает минимум энергии звезды при данной энтропии в числе частиц. Изложенная в § 3 гл. 10 теория устойчивости, в которой энергия рассматривалась как функция одного параметра ρ_c, является асимптотически точной только в области применимости ньютоновской теории, когда $\gamma \to 4/3$ и поправки на ОТО малы. Вариационный принцип в ОТО подробно рассмотрен в работах Чандрасекара (1964a, b; 1965) и Уилера, Гаррисона, Вакано и Торна (1967); обзор см. в гл. 4 работы Торна (1967c). Мы здесь приведем другое доказательство (Зельдович, 1963a), справедливое и в релятивистской области, и в ньютоновской, но которое приспособлено для холодных звезд. (Его можно легко обобщить на случай горячих изоэнтропических звезд.)

Прежде всего рассмотрим, как меняется масса равновесной звезды при добавлении к ней одной частицы, приносимой на радиус r из бесконечности, где ее энергия равнялась mc^2. Иными словами, найдем $\frac{dM}{dN}$. Энергия такой частицы, свободно падающей в поле тяготения по радиусу r, достигает величины *)

$$E = mc^2 e^{-\frac{\nu(r)}{2}}. \tag{10.7.1}$$

*) Энергия измеряется локальным наблюдателем и не включает потенциальную энергию частицы в поле тяготения. Полная энергия частицы, разумеется, не меняется при падении (излучение гравитационных волн не учитывается, так как оно стремится к нулю как $(m/M)^2$ при $m/M \to 0$, т. е. при рассмотрении пробной частицы малой массы).

Разность $E(r) - \mu(r)$ (где $\mu(r)$ — химический потенциал частиц холодной звезды) высвечивается, например, γ-квантами. Вследствие потери энергии γ-квантов из-за гравитационного красного смещения (см. § 4 гл. 3) на бесконечность уходит энергия

$$\Delta E = (E - \mu)\, e^{\nu/2}. \tag{10.7.2}$$

С другой стороны, из уравнения равновесия следует для холодной звезды

$$\mu(r)\, e^{\frac{\nu(r)}{2}} = \mathrm{const} = mc^2 e^{\frac{\nu(R)}{2}}. \tag{10.7.3}$$

Из (10.7.2) — (10.7.3) следует

$$\frac{dM}{dN} = me^{\frac{\nu(R)}{2}} = \mathrm{const}.$$

Изменение M не зависит от того, в какое место равновесной звезды добавлена частица. Заметим, что в силу (10.7.2) и (10.7.3) всегда

$$\frac{dM}{dN} < m. \tag{10.7.4}$$

Независимость $\frac{dM}{dN}$ от места, в которое добавлена частица, означает, что если мы зададим возмущение распределения частиц $\delta n(r)$, не меняя их полного числа, т. е. так, что $\delta N = 0$, то в первом порядке и $\delta M = 0$, т. е. $\left.\frac{\delta M}{\delta n}\right|_{N=\mathrm{const}} = 0$. Это как раз означает, что состояние равновесия соответствует экстремуму массы, т. е. экстремуму полной энергии системы. Если этот экстремум является минимумом, то это означает устойчивость состояния. Рассмотрим участок кривой $M = M(\rho_c)$, близкий к экстремуму $M_{\text{экс}}$ (см. рис. 43). Из выражения (10.7.4) следует, что при том же значении $\rho_c = \rho_{\text{кр}}$, при котором имеет место экстремум $M(\rho_c)$, достигается экстремум $N(\rho_c)$ (экстремум кривой $M_0(\rho_c)$ на рис. 43).

Следовательно, слева и справа от $\rho_{\text{кр}}$ можно выбрать две различные стационарные звездные модели с разными ρ_{c_1} и ρ_{c_2}, но с одинаковым N. Тогда решение для одной из этих моделей можно представить как возмущенное решение другой модели:

$$\rho_2(r) = \rho_1(r) + \delta\rho. \tag{10.7.5}$$

В самом общем случае решение для малых возмущений можно разложить в ряд по собственным функциям линеаризованной задачи. В этом ряду зависимость i-й гармоники от времени дается выражением

$$\delta\rho_i = \varphi_i(r)\, e^{\omega_i t}. \tag{10.7.6}$$

Для нашего частного возмущения $\delta\rho$, переводящего стационарное решение ρ_1 в стационарное же решение ρ_2, естественно, $\delta\rho$ не зависит от времени, следовательно, $\omega_1 = 0$ *).

Таким образом, в экстремуме кривой $M(\rho_c)$

$$\omega_1 = \omega_1^2 = 0.$$

Очевидно, случай с $\omega_1^2 = 0$ лежит на границе между $\omega_1^2 < 0$, где ω_1 — мнимое, и $\omega_1^2 > 0$, где ω_1 вещественно. Если все $\omega_i^2 < 0$, то решение устойчиво, появление положительного ω_1^2 означает возникновение неустойчивости. Эти соображения одинаково применимы как для модели звезды, построенной с учетом ОТО, так и для нерелятивистского случая. Подчеркнем, что мы пока везде рассматривали только малые возмущения.

Рассмотрим теперь устойчивость холодных звезд. В работе Зельдовича (1963а), исходя из принципа максимума энтропии для устойчивой звезды, показано, что в нерелятивистской области точным критерием устойчивости является непересечение функций распределения плотности по звезде для двух звезд близкой массы (см. приложение к § 1 этой главы). Отсюда следует, что на участке кривой $M(\rho_c)$, где $\frac{dM}{d\rho_c} < 0$, все равновесные модели заведомо неустойчивы. В области «белых карликов» ($\rho_c < 10^{10}$ *г/см³*) $\frac{dM}{d\rho_c} > 0$, и, как хорошо известно, звезды устойчивы (см. § 4 гл. 10). Здесь все $\omega_i^2 < 0$. Переход через чандрасекаровский максимум означает потерю устойчивости звезды по отношению к сжатию в целом (см. § 1 гл. 10), т. е. в первой гармонике; здесь ω_1^2 становится положительным. Заметим, что все остальные $\omega_i^2 < 0$ и звезда обладает конечной упругостью по отношению к изменению формы и распределения плотности вещества. В минимуме $M(\rho_c)$ при $\rho_c \approx 10^{14}$ *г/см³* устойчивость звезды восстанавливается; здесь ω_1^2 опять меняет знак, и интуитивно ясно, что по-прежнему все $\omega_i^2 < 0$. В ОВ-максимуме ω_1^2 снова становится положительной. Как показал анализ Дмитриева и Холина (1963), а затем Гаррисона, Торна, Вакано, Уилера (1965), вскоре за ОВ-максимумом при переходе к моделям звезд со все бо́льшим ρ_c функции распределения плотности по массе звезды для звезд близкой массы начинают много раз пересекаться. Аналогично ньютоновской теории, это должно означать неустойчивость. При этом не только ω_1^2, но и более высокие гармоники становятся положительными. Поэтому, хотя при $\rho_c \to \infty$ мы проходим через неограниченное число максимумов

*) Метод, которым мы здесь воспользовались, систематически развивался в работе Зельдовича и Баренблата (1958).

и минимумов, где знаки некоторых гармоник должны меняться, все равно всегда в решении имеются $\omega_i^2 > 0$ и решения неустойчивы. Таким образом, за ОВ-максимумом все решения неустойчивы. Более строгое доказательство изложенных выше утверждений можно найти в книге Гаррисона, Торна, Вакано, Уилера (1965).

§ 8. О решениях с положительной энергией

В этом параграфе мы снова возвращаемся к вопросу о положительной энергии равновесной звезды. В релятивистской теории, где масса и энергия звезды есть только разное выражение одного и того же свойства, положительность энергии означает, что $\Delta_2 M < 0$.

Для устойчивых звезд, возникших из диффузного вещества, гравитационный дефект массы $\Delta_2 M > 0$. Однако в общем случае нельзя заранее высказать определенное утверждение о знаке $\Delta_2 M = 4\pi \int\limits_0^R (mne^{\lambda/2} - \rho)\, r^2 dr$ в равновесной конфигурации, ибо, с одной стороны, $nm < \rho$ благодаря энергии движения и взаимодействия нуклонов, с другой стороны, $e^{\lambda/2} \geqslant 1$. Вопрос о знаке $\Delta_2 M$ должен решаться конкретным расчетом моделей звезд.

Модели с отрицательным $\Delta_2 M$ заведомо не могут возникнуть путем конденсации диффузного вещества. В принципе это не исключает возможность осуществления такого состояния за счет выделения ядерной энергии: энергетически возможно осуществление состояния, энергия которого меньше энергии разреженного водорода, но больше энергии разреженных, разлетевшихся на бесконечность паров железа. В таком состоянии тело, очевидно, неустойчиво в том смысле, что оно может взорваться и целиком разлететься. Однако чтобы судить о возможности существования такого тела, необходимо исследовать его устойчивость относительно малых возмущений.

Образование тела с положительной энергией в ходе эволюции звезды представляется мало вероятным (хотя это не выходит за рамки физических законов), но тело в неустойчивом состоянии относительно малых возмущений следует считать вообще неспособным к существованию.

Интерес к состоянию с положительной энергией, притом в сугубо релятивистской области, при плотности во много раз больше ядерной, Саакян (1965) связал с концепцией Амбарцумяна (1960), согласно которой эволюция идет от сверхплотного состояния к диффузному; состояния с положительной энергией способны взрываться и переходить из плотного состояния в диффузное. Необходимо подчеркнуть, однако, что равновесные состояния с положительной энергией существуют лишь с массой не более 2—3 $M_\odot$ и не имеют