В нашем случае очень малых ρ_* и ξ мы имеем $\rho \approx \rho_*$ при $r = R$. Вне этого радиуса при $\rho < \rho_*$ простирается атмосфера; условие существования конечного внешнего радиуса R_1 атмосферы кладет предел на E_*. Пренебрегая массой атмосферы, мы можем использовать гравитационный потенциал в виде $\varphi = -\frac{GM}{r}$ и получить

$$H + \varphi = (1+\xi)E - \frac{GM}{r} = (1+\xi)E_* - \frac{GM}{R} = -\frac{GM}{R_1} < 0,$$

так что $E_* < \frac{GM}{R_1}$, что означает

$$E_{\text{полн}} < \frac{2(\gamma-1)}{5\gamma-6}\frac{GM^2}{6}.$$

Поскольку $\gamma > 4/3$, то этого достаточно для конструирования решений, которые устойчивы относительно малых возмущений, но имеют отрицательную энергию связи.

Рассмотрим мысленный эксперимент, в котором такая конфигурация гомологично расширяется. Сначала ее энергия растет, но затем начинает падать, когда плотность массы достигает значений $\langle\bar{\rho}\rangle \sim \rho_*$; это и есть тот энергетический барьер, который обеспечивает устойчивость относительно малых возмущений *). Если по расчетам модель атмосферы звезды не имеет конечного внешнего радиуса R_1 (и не взрывается), то звезды теряют вещество посредством звездного ветра (Бисноватый-Коган и Зельдович, 1966). Это простейший пример непрерывной адиабатической потери массы.

§ 9. Нестабильность любого равновесного состояния

В заключение обсуждения вопросов устойчивости сделаем два замечания принципиального характера.

Для звезд, состоящих из холодного ферми-газа, имеющих число нуклонов $N < N_{\max}$, отвечающего OB-максимуму, всегда существует одно или несколько статических решений. Среди них есть решение с наименьшей полной энергией. Оно устойчиво к малым возмущениям. Значит ли это, что нельзя так перегруппировать нуклоны (не изменяя их числа!), чтобы получившаяся конфигурация (заведомо нестатическая) имела полную энергию (а значит, и массу M) меньше исходной? Ниже мы покажем, что такой вывод был бы неверен, что минимум энергии, отвечающий стационарному состоянию, есть только локальный минимум (Зельдович, 1962).

---

*) Ситуация, аналогичная этой, действительно имеет место в некоторых моделях нейтронных звезд: см., например, модели нейтронных звезд малой массы в табл. 3 работы Хартли и Торна (1968), которые имеют отрицательную энергию связи, но устойчивы относительно малых возмущений.

Сжимая массу внешним давлением, можно в принципе подвести ее размеры так близко к гравитационному радиусу *), что силы тяготения (стремящиеся при этом к бесконечности) превысят силы давления (возрастающие не быстрее ρ) и заставят ее дальше сжиматься без действия внешних сил — коллапсировать. Из сказанного, казалось бы, следует вывод, что коллапс малой массы хотя и возможен, но отделен от состояния равновесия гигантским энергетическим барьером. Мы покажем, что и этот вывод неверен, что энергетический барьер в данном случае может быть сделан как угодно малым по абсолютной величине.

Начнем с доказательства последнего утверждения. Чем меньше исходная масса, тем, естественно, меньше надо затратить энергии, чтобы, сжав ее до $R \sim r_g$, заставить коллапсировать. Заметим, что плотность, до которой предварительно надо сжать вещество, с уменьшением массы возрастает:

$$\rho \approx 2 \cdot 10^{16} \, (M_{\odot}/M)^2 \ \text{г/см}^3.$$

На сжатие тратится работа, и это увеличивает массу. В пределе малых масс при сжатии до больших плотностей практически вся масса создается работой, и высота барьера $E = Mc^2 \sim r_g$.

Пусть имеется холодная конфигурация в равновесии. Сожмем ее малую центральную часть, заставляя эту часть коллапсировать. Тогда слои, лежащие на границе с коллапсирующим ядром, потеряют опору изнутри и начнут проваливаться к центру, вовлекая в это падение все более наружные слои. Внутренние слои согласно свойству релятивистского коллапса будут вечно падать по часам внешнего наблюдателя, никогда не обретая опоры снизу. Следовательно, не остановятся и внешние слои. Таким образом, вся звезда будет вовлечена в сжатие, т. е. будет коллапсировать. Чем меньше область первоначально сжатого ядра, тем меньше нужно затратить энергии, чтобы заставить всю звезду сжиматься из устойчивого состояния.

Итак, мы доказали, что энергетический барьер, отделяющий коллапс от равновесия, бесконечно мал **); но возмущения, пере-

---

*) Так как при сжатии мы сообщаем энергию, масса вещества возрастает.

**) Теория тяготения Эйнштейна— не квантовая теория. Поэтому можно, исходя из соображений размерности, указать границу ее применимости (Уилер, 1962) (см. гл. 2 нашей книги). Из постоянных $\hbar, G$ и c можно получить величину размерности длины $L^* = (\hbar G/c^3)^{1/2} = 1{,}6 \cdot 10^{-33}$ *см*.

В меньших масштабах существенными должны стать квантовые флуктуации метрики. Следовательно, масса, имеющая гравитационный радиус $r_g = L^*$ — это наименьшая масса, которую мы еще можем сжать до размеров r_g, не обращаясь к квантовой теории. Она равна $m = 10^{-5}$ *г*, что соответствует энергии 10^{16} *эрг*. Эта величина определяет нижнюю границу рассматриваемого барьера, если эта граница зависит от квантовых эффектов. В книге Уилера, Гаррисона, Вакано, Торна (1967) возможный нижний предел массы определяется из соображений, что r_g должно быть больше комптоновской длины волводящие звезду в коллапс, отнюдь не малы, сжатие ядра до начала его коллапса тем больше, чем меньше необходимая энергия. Например, можно заставить звезду, масса которой равна массе Солнца, коллапсировать, сжав в ее центре ядро с массой, равной массе Земли. Но чтобы заставить такое ядро коллапсировать, его надо сжать до плотности

$$\rho \approx 2 \cdot 10^{16} (M_{\odot}/M_{♁})^2 \approx 2 \cdot 10^{27}\ г \cdot см^{-3}!$$

Естественно, что подобные «флуктуации» ни термодинамически, ни квантово возникнуть не могут. Очевидно также, что в линеаризованной теории малых возмущений, рассмотренной выше в этой главе мы подобной возможности перехода в коллапс обнаружить не могли. Заметим, что хотя возмущения плотности здесь велики, возмущения полной энергии звезды малы.

Покажем теперь, что всегда можно так сложить заданное число нуклонов N, что полная их энергия будет как угодно мала, т. е. масса M, измеренная внешним наблюдателем, будет сколь угодно малой. Для краткости будем считать, что холодная звезда состоит из идеального ферми-газа. Пусть задано число барионов N. Будем укладывать их достаточно плотно, так что справедливо выражение для ультрарелятивистского газа:

$$\rho = \frac{3}{4} \hbar (3\pi^2)^{1/3} \frac{1}{2} n^{4/3}. \tag{10.9.1}$$

Для M и N имеем формулы для покоящейся материи (см. § 3 гл. 3):

$$M = 4\pi \int_0^R \rho(r) r^2\, dr, \tag{10.9.2}$$

$$N = 4\pi \int_0^R n(r) e^{\lambda/2} r^2\, dr. \tag{10.9.3}$$

Зададим распределение

$$\rho = \frac{a}{r^2},\ r < R \quad \text{и} \quad \rho = 0,\ r > R, \tag{10.9.4}$$

где a — произвольная константа. Используя формулы (10.9.1) — (10.9.4), получаем $\lambda = \text{const}$ при $r < R$ и после определения R из (10.9.3) находим

$$M = \text{const}\, N^{2/3} a^{1/3} \left(1 - \frac{8\pi G}{c^2} a\right)^{1/3}. \tag{10.9.5}$$

ны (электрона или нуклона). По-видимому, такое ограничение не необходимо. Предлагаемое здесь ограничение соответствует комптоновской длине волны частицы с $m = 10^{-5}$ г.

Распределение (10.9.4) имеет особенности: $\rho \to \infty$ при $r \to 0$; ρ разрывно при $r = R$. Легко убедиться, что всегда можно так сгладить особенности, что соотношение (10.9.5) изменится сколь угодно мало. В таком распределении нигде нет особенностей ни в метрике, ни в плотности.

Из выражения (10.9.5) следует, что при любом заданном N масса $M \to 0$, если $a \to c^2/8\pi G^2$, что и требовалось доказать. Разумеется, полученная конфигурация нестатическая, ведь ее масса близка к нулю и заведомо меньше статической при данном N. Сложенные таким образом нуклоны в начальный момент покоятся, но ускорение отлично от нуля, и они будут коллапсировать.

Мы видим, что в принципе можно было бы создать машину, которая приводит к конфигурации с дефектом массы, сколь угодно близким к M_0. Таким образом, в этой машине из вещества выделяется энергия, почти равная M_0c^2, что несравненно больше ядерной энергии 0,01 M_0c^2.

Можно ли создать такую машину? Сколлапсировавшая масса, помещенная в центре звезды, есть, очевидно, катализатор для коллапса окружающей материи. Она является бездонной ямой, в которую падает вся материя. Скорость этого падения зависит от плотности, давления и движения окружающей материи. Соответствующие формулы будут даны в гл. 12.

Конечно, создание такой машины для работы с массами, много меньшими $M_{\max}^{\text{ОВ}}$, невозможная задача, так как пришлось бы сжимать вещество до фантастических плотностей.

Для массы, близкой к пределу ОВ, соответствующие плотности отнюдь не фантастичны, и переход в коллапс возможен, например, при переходе по инерции через устойчивое состояние в ходе гидродинамического сжатия звезды с $M \approx 1{,}5\ M_\odot$, «сорвавшейся» в районе чандрасекаровского максимума.

§ 10. Критические состояния массивных звезд

Рассмотрим теперь звезды, имеющие массу, промежуточную между 1,2 $M_\odot$ и 10^3 $M_\odot$ и найдем критические состояния для таких звезд *). Мы переходим, таким образом, к расчету линии bb' на рис. 34. Соображения о факторах, приводящих к неустойчивости, высказывались, например, в работах Хойла и Фаулера (1960, 1965); Фаулера и Хойла (1964); Зельдовича (1963а). Конкретные численные значения при упрощающих предположениях о химическом составе найдены в работах Г. С. Бисноватого-Когана (1966) и Г. С. Бисноватого-Когана и Я. М. Каждана (1966); ниже излагаются результаты этих работ.

*) Теория сверхмассивных звезд с $M > 10^3\ M_\odot$ относится к проблеме квазаров и ядер галактик и в этой книге не рассматривается. См. нашу книгу «Релятивистская астрофизика».