

Распределение (10.9.4) имеет особенности:  $\rho \rightarrow \infty$  при  $r \rightarrow 0$ ;  $\rho$  разрывно при  $r = R$ . Легко убедиться, что всегда можно так сгладить особенности, что соотношение (10.9.5) изменится сколь угодно мало. В таком распределении нигде нет особенностей ни в метрике, ни в плотности.

Из выражения (10.9.5) следует, что при любом заданном  $N$  масса  $M \rightarrow 0$ , если  $a \rightarrow c^2/8\pi G^2$ , что и требовалось доказать. Разумеется, полученная конфигурация нестатическая, ведь ее масса близка к нулю и заведомо меньше статической при данном  $N$ . Сложенные таким образом нуклоны в начальный момент покоятся, но ускорение отлично от нуля, и они будут коллапсировать.

Мы видим, что в принципе можно было бы создать машину, которая приводит к конфигурации с дефектом массы, сколь угодно близким к  $M_0$ . Таким образом, в этой машине из вещества выделяется энергия, почти равная  $M_0 c^2$ , что несравненно больше ядерной энергии  $0,01 M_0 c^2$ .

Можно ли создать такую машину? Сколлапсировавшая масса, помещенная в центре звезды, есть, очевидно, катализатор для коллапса окружающей материи. Она является бездонной ямой, в которую падает вся материя. Скорость этого падения зависит от плотности, давления и движения окружающей материи. Соответствующие формулы будут даны в гл. 12.

Конечно, создание такой машины для работы с массами, много меньшими  $M_{\max}^{\text{ОВ}}$ , невозможная задача, так как пришлось бы сжигать вещество до фантастических плотностей.

Для массы, близкой к пределу ОВ, соответствующие плотности отнюдь не фантастичны, и переход в коллапс возможен, например, при переходе по инерции через устойчивое состояние в ходе гидродинамического сжатия звезды с  $M \approx 1,5 M_{\odot}$ , «сорвавшейся» в районе чандрасекаровского максимума.

## § 10. Критические состояния массивных звезд

Рассмотрим теперь звезды, имеющие массу, промежуточную между  $1,2 M_{\odot}$  и  $10^3 M_{\odot}$  и найдем критические состояния для таких звезд\*). Мы переходим, таким образом, к расчету линии  $bb'$  на рис. 34. Соображения о факторах, приводящих к неустойчивости, высказывались, например, в работах Хойла и Фаулера (1960, 1965); Фаулера и Хойла (1964); Зельдовича (1963а). Конкретные численные значения при упрощающих предположениях о химическом составе найдены в работах Г. С. Бисноватого-Когана (1966) и Г. С. Бисноватого-Когана и Я. М. Каждана (1966); ниже излагаются результаты этих работ.

\*) Теория сверхмассивных звезд с  $M > 10^3 M_{\odot}$  относится к проблеме квазаров и ядер галактик и в этой книге не рассматривается. См. нашу книгу «Релятивистская астрофизика».

Звезда с массой больше предела белых карликов может находиться в равновесии только при температуре, отличной от нуля \*) и потеря устойчивости достигается при  $T \neq 0$ .

Начнем с исследования звезд, масса которых немного превышает предел массы холодных белых карликов. Для таких звезд температуры вблизи критического состояния еще настолько малы, что основной вклад в энергию и давление дают вырожденные электроны, причем вырождение это вследствие большой плотности — релятивистское. Рассмотрим, как малые поправки, вклад в энергию за счет ненулевой температуры электронов и за счет отличия вырождения от чисто релятивистского вырождения, а также за счет невырожденных ядер и эффектов ОТО.

Теплопроводность вырожденных электронов чрезвычайно велика, поэтому будем считать звезду изотермической \*\*). Так как давление в основном определяется вырожденными электронами и мало зависит от  $T$ ,  $\gamma \approx 4/3$ , то распределение вещества в звезде принимаем эдденовским с  $n = 3$ . Как уже не раз подчеркивалось, благодаря экстремальным свойствам функции распределения результат слабо чувствителен к виду этой функции. Используем теперь общие соотношения энергетического подхода к теории равновесия звезды (см. § 2).

Запишем полную энергию звезды:

$$E = M \int_0^1 E_1(\rho, T) dz - 0,639GM^2 \rho_c^{1/2} - 0,93 \frac{G^2 M^2}{c^2} \rho_c^{3/2}; \quad (10.10.1)$$

здесь  $z = m/M$ ; первое слагаемое — энергия плазмы, второе — ньютоновская гравитационная энергия для политропы с  $n = 3$ , третье — поправка за счет ОТО. Изменение энергии звезды за счет нейтронизации пока не учитываем.

С помощью общих термодинамических выражений для энергии и энтропии (см. раздел II) можно получить следующие выражения вблизи ультрарелятивистского вырождения электронов:

$$E_1 = \frac{(3\pi^2)^{1/2}}{4} \frac{\hbar c \rho^{1/2}}{(\mu_e m_p)^{1/2}} + \frac{1}{4} \left( \frac{3}{\pi} \right)^{2/3} \frac{m_e^2 c^3}{\hbar (\mu_e m_p)^{2/3} \rho^{1/2}} - \frac{m_e c^2}{\mu_e m_p} + \\ + \frac{\pi}{2} \left( \frac{\pi}{3} \right)^{1/2} \frac{(kT)^2}{\hbar c (\mu_e m_p)^{3/2} \rho^{1/2}} + \frac{3}{2} \frac{kT}{Am_p}, \quad (10.10.2)$$

\*) Для нахождения критического состояния звезд с  $M > M_{\text{чандр}}$ , разумеется, мы рассматриваем звезды с  $\rho_c$  того же порядка, что у белых карликов, и считаем, что плотность меньше ядерной. Как мы видели (см. § 5 этой главы), при ядерной плотности в равновесии могут быть холодные звезды с  $M \lesssim 2M_{\odot}$ .

\*\*) Разумеется, исключая узкий поверхностный слой, который в энергетическом балансе неуществвен.

$$S = \pi \left( \frac{\pi}{3} \right)^{1/3} \frac{kT}{\hbar c (\mu_e m_p)^{2/3} \rho^{1/3}} + \frac{k}{A m_p} \left\{ \frac{5}{2} + \ln \left[ \left( \frac{kT A m_p}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \frac{g A m_p}{\rho} \right] \right\}. \quad (10.10.3)$$

Здесь  $\rho$  — плотность массы барионов,  $A$  — атомный вес ядра,  $g$  — статистический вес ядра. Массой электронов пренебрегаем.

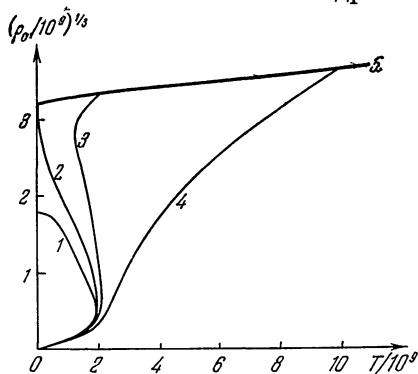


Рис. 48. Последовательности устойчивых равновесных состояний  $M = \text{const}$  и кривая критических состояний звезд средней массы. 1 —  $M = 1,19 M_{\odot} < M_{\text{Чандр}}$ ; 2 —  $M = 1,2 M_{\odot} = M_{\text{Чандр}}$ ; 3 —  $M = 1,23 M_{\odot} > M_{\text{Чандр}}$ ; 4 —  $M = 1,36 M_{\odot} > M_{\text{Чандр}}$ ; 5 — критические состояния потери устойчивости.

в каждом элементе вещества энтропии:

$$\frac{\partial E}{\partial \rho_c^{1/3}} = 3\rho_c^{-4/3} \int_0^1 P(\rho, T) \frac{dz}{\varphi(z)} - 0,639 G M^{5/3} - 1,86 \frac{G^2 M^{7/3}}{c^2} \rho_c^{1/3} = 0. \quad (10.10.6)$$

Здесь учтено, что  $-\left(\frac{\partial E_1}{\partial \rho}\right)_S = P$ ,  $\varphi(z)$  — функция Эмдена для  $\gamma = 4/3$ . Используя теперь выражения (10.10.2) и (10.10.3) для термодинамических функций, получаем серию равновесных состояний звезды данной массы, в которой  $\rho_c$  является параметром (рис. 48).

В последовательности равновесных состояний есть критическая точка, отделяющая устойчивые состояния от неустойчивых. Для нахождения этого критического состояния нужно к условию (10.10.6) добавить условие равенства нулю второй производной  $E$  по  $\rho_c^{1/3}$ :

$$\frac{\partial^2 E}{(\partial \rho_c^{1/3})^2} = 9\rho_c^{-5/3} \int_0^1 \left( \gamma - \frac{4}{3} \right) P(\rho, T) \frac{dz}{\varphi(z)} - 1,86 \frac{G^2 M^{7/3}}{c^2} = 0. \quad (10.10.7)$$

Отличие полной массы от массы покоя учитывается в (10.10.1) в поправке на ОТО (см. приложение к § 4) и не входит в (10.10.2) и (10.10.3).

Написанные выражения справедливы при температурах, меньших температуры вырождения электронов, и плотностях, больших плотности релятивистского вырождения (см. раздел II). Для железной звезды эти условия дают:

$$T < 5 \cdot 10^7 \rho^{1/3} \text{ } ^\circ\text{K}, \quad (10.10.4)$$

$$\rho > 2,2 \cdot 10^8 \text{ г/см}^3. \quad (10.10.5)$$

Условия равновесия звезды получим, приравнявая нулю производную полной энергии (10.10.1) по  $\rho_c^{1/3}$  при постоянной

Еще раз подчеркнем, что мы не учитываем пока нейтронизацию, под интегралом (10.10.7) всегда  $\gamma > 4/3$ , и потеря устойчивости происходит за счет малых эффектов ОТО [последнее слагаемое в (10.10.7)].

Кривая критических состояний изображена на диаграмме  $\rho_c - T_c$  (см. рис. 48). Выше этой кривой нет устойчивых состояний. На рис. 49 изображены кривые  $M = (M(\rho_c))_{T=\text{const}}$  [такие кривые без учета ОТО были рассчитаны Баглин (1965); об устойчивости см. ее работу (1966)] и нанесена кривая потери устойчивости. Линии  $M = \text{const}$  есть линии эволюции звезды без потери массы. При  $M < M_{\text{чандр}}$  линия эволюции заканчивается при  $T = 0$  и не доходит до кривой потери устойчивости. При  $M > M_{\text{чандр}}$  медленная эволюция заканчивается потерей устойчивости.

Следует обратить внимание на то, что максимумы кривых постоянной температуры не являются критическими точками. Действительно, уже неоднократно подчеркивалось, что критерием устойчивости является  $\left. \frac{\partial M}{\partial \rho_c} \right|_{S=\text{const}}$ , а не  $\left. \frac{\partial M}{\partial \rho_c} \right|_{T=\text{const}}$ .

Оказывается, что потеря устойчивости наступает правее максимума кривых  $T = \text{const}$ .

При температурах  $T < 10^9$  °К основной вклад в поправку для энергии дают невырожденные ядра. Для ядер  $\gamma = 5/3$ , и они оказывают стабилизирующее действие, хотя и мало влияют на критическую массу.

В результате критическая плотность увеличивается, и кривая потери устойчивости на рис. 49 идет вправо почти горизонтально. При  $T > 10^9$  °К основную роль в температурной добавке играют уже электроны, критическая масса быстро увеличивается, а кривая потери устойчивости идет вверх и влево.

До сих пор мы не учитывали нейтронизацию. Между тем для звезды из железа \*) при небольшом превышении массы над

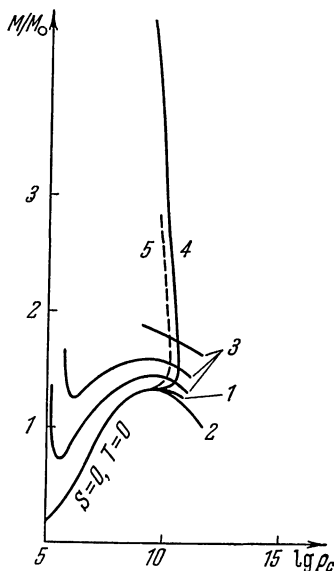


Рис. 49. Изотермы и линия критических состояний на диаграмме  $\rho_c - M$ . 1 —  $S = 0$ ,  $T = 0$  без учета нейтронизации, но с учетом ОТО; 2 —  $S = 0$ ,  $T = 0$  с учетом нейтронизации и ОТО; 3 — изотермы (схематично); 4 — линия критических состояний без учета нейтронизации, но с учетом ОТО; 5 — линия критических состояний с учетом нейтронизации и ОТО.

\*) Ядерный синтез при  $T \approx 3 \cdot 10^9$  °К и  $\rho \approx 10^9$  г/см<sup>3</sup> моментально приводит к выгоранию всего ядерного горючего.

критической именно нейтронизация должна вызывать неустойчивость, ибо, как показано в § 4, при  $T=0$ ,  $S=0$  нейтронизация железа начинается при плотностях, на полтора порядка меньших критической за счет ОТО. Расчеты потери устойчивости горячих белых карликов за счет нейтронизации пока не сделаны. Они требуют учета ядерных процессов, идущих при отличной от нуля температуре.

Качественно кривая потери устойчивости должна сохранить свой вид, но сместиться влево примерно так, как это изображено на рис. 49 пунктиром.

Обратимся теперь к интервалу масс  $5M_{\odot} < M < 10^3 M_{\odot}$ . Для таких звезд центральные температуры вблизи критического состояния настолько велики, что эффекты температуры уже не могут рассматриваться как малые поправки в энергию. На всем протяжении эволюции соотношение между  $\rho$  и  $T$  таково, что вырождение электронного газа не наступает. Однако вступает в игру новый фактор — диссоциация железа

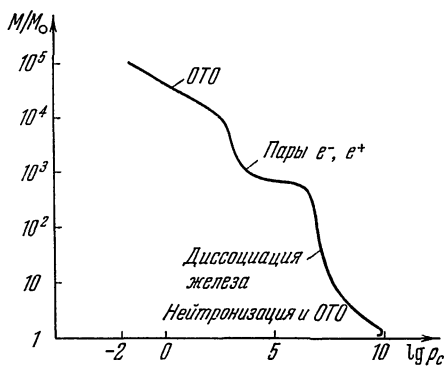


Рис. 50. Кривая потери устойчивости железных звезд; на отдельных участках укавана причина потери устойчивости.

и (10.10.7) проведено путем численного интегрирования с использованием уравнения состояния Имшенника и Надежина (см. гл. 7 и § 4 гл. 8). В этих расчетах звезды считались изэнтропическими, так как электроны уже невырождены и их теплопроводность невелика.

рассматриваться как малые поправки в энергию. На всем протяжении эволюции соотношение между  $\rho$  и  $T$  таково, что вырождение электронного газа не наступает. Однако вступает в игру новый фактор — диссоциация железа на  $\alpha$ -частицы,  $p$  и  $n$  (см. гл. 8), а для больших масс  $M \approx 10^3 M_{\odot}$  и рождение пар  $e^+$  и  $e^-$ . Эффекты ОТО по-прежнему считаются малыми.

В работе Бисноватого-Когана и Каждана (1966) решение уравнений (10.10.6)

Таблица X

Значения  $\rho_c$ ,  $T_c$  и  $S$  в точке потери устойчивости звездами разных масс

$M/M_{\odot}$	$\rho_c/10^7 \text{ г/см}^3$	$T_c/10^8$	$S/10^8 \text{ эрг/г} \cdot \text{град}$	$M/M_{\odot}$	$\rho_c/10^7 \text{ г/см}^3$	$T_c/10^8$	$S/10^8 \text{ эрг/г} \cdot \text{град}$
5	10,2	6,72	0,205	100	0,94	6,38	0,99
10	4,2	6,40	0,316	500	0,31	5,99	2,13
50	1,0	5,96	0,682	1000	0,00063	1,12	2,76

Таблица XI

Полная энергия звезды в критическом состоянии и энергия на единицу массы

$M/M_{\odot}$	1,1	5	10	$10^5$
$E_{кр}/10^{50}$ эрг	-4,74	-13,4	-18,8	-37
$(E_{кр}/M)/10^{17}$ эрг/г	-2,0	-1,3	-0,94	-0,018

Результаты расчетов приведены в табл. X и XI и на рис. 50.

В таблице XI дана полная энергия звезды  $E_{кр}$  в критическом состоянии и энергия на единицу массы  $E_{кр}/M$ .

На рис. 50 приведена зависимость центральной плотности звезды из железа в критическом состоянии от массы для всего интервала  $1,2 M_{\odot} < M < 10^5 M_{\odot}$ .

Для масс, близких к  $1,2 M_{\odot}$ , потеря устойчивости происходит за счет нейтронизации вещества; некоторую роль играют эффекты ОТО. При  $5 M_{\odot} < M < 500 M_{\odot}$  критическое состояние обусловлено распадом железа на  $He^4$ ,  $p$  и  $n$  и эффектами ОТО. С ростом массы роль ОТО уменьшается. При массе несколько меньшей, чем  $10^3 M_{\odot}$ , потеря устойчивости происходит уже за счет пар  $e^+$ ,  $e^-$ , так как давление в этих звездах обусловлено в основном давлением света. При меньших массах роль света в давлении мала, поэтому и рождение пар не приводит к критическому состоянию. Когда для критического состояния существенным становится рождение пар  $e^+$ ,  $e^-$  резко уменьшается  $\rho_{кр}$ . Наконец, при  $M \geq 10^4 M_{\odot}$  критическое состояние вновь определяется эффектами ОТО.

Для больших масс, как показали расчеты, невозможны устойчивые равновесные состояния при большой плотности  $\rho > \rho_{кр}$ , как это имело место для холодной звезды в нейтронном состоянии. Эффекты ОТО приводят к неустойчивости, несмотря на то, что в горячей плазме при больших  $T_c$  возможны  $\gamma > 4/3$ .

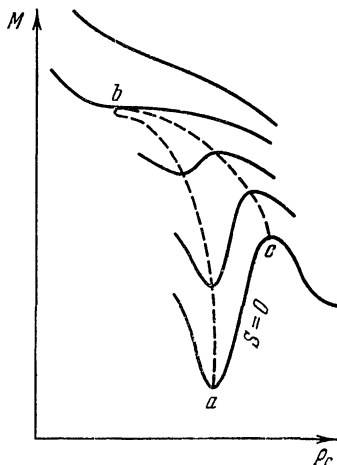


Рис. 51. Область устойчивости нейтронных звезд. Сплошные линии — изантропы.  $ab$  — геометрическое место минимумов,  $bc$  — геометрическое место максимумов.

Следовательно, кривая  $M(\rho_c)_{S=\text{const}}$  для больших горячих масс имеет один максимум, а не два, как для холодных звезд \*). Исчезновение второго максимума с ростом энтропии происходит путем слияния его с минимумом. При некоторой энтропии  $S_0$  второй максимум и минимум исчезают, схематически это показано на рис. 51. Точка слияния второго максимума с минимумом найдена Бисноватом-Коганом (1968а). Она лежит при значениях  $M = 70 M_\odot$ ,  $\rho \approx 2 \cdot 10^{10} \text{ г/см}^3$ .

Итак, мы выполнили задачу, поставленную в § 1, — определили границы возможных устойчивых в целом равновесных состояний звезд на диаграмме масса — плотность \*\*).

---

\*) Осцилляции кривой  $M(\rho_c) |_{S=0}$  за вторым максимумом незначительны (см. § 7).

\*\*\*) Конечно, это лишь грубая картина. О специфических видах неустойчивости, дающих добавочные ограничения, см. в последующих параграфах.