$\sigma \neq 0$; тогда распределение частиц с $E < 0$ по эллиптическим орбитам станет однозначно определяться распределением частиц с $E > 0$ на бесконечности. Совершая предельный переход $\sigma \to 0$, получим вполне определенную функцию:

$$n(r,\ E < 0) = n_\infty f(E_\infty,\ E).$$

Когда $\sigma \to 0$, плотность частиц стремится к фиксированному пределу.

Отметим, что в пределе $\sigma \to 0$ для потока частиц мы найдем, разумеется, прежнее выражение (12.2.2). При $\sigma \neq 0$ поток dM/dt есть растущая функция сечения, ибо столкновения гасят тангенциальные скорости частиц. Мы не будем, однако, искать эту зависимость для произвольного σ, а обратимся сразу к противоположному предельному случаю очень больших сечений, когда газ можно рассматривать как сплошную среду (соответствующие критерии приведены в § 4). Уравнения газодинамики должны описывать при этом как аккрецию вещества на звезду, так и истечение со звезды.

§ 3. Четыре режима газодинамического течения в случае сферической симметрии

Будем характеризовать газ показателем адиабаты $\gamma = \mathrm{const}$ плотностью ρ, давлением P и скоростью звука $a = \sqrt{\gamma P/\rho}$. Выделим узкий конус с телесным углом $d\Omega$ и запишем закон сохранения вещества ($d\tilde{S}$ — поток в конусе $d\Omega$, A — поток на единицу телесного угла, он конечен и не зависит от радиуса в стационарной задаче)

$$d\tilde{S} = \rho u r^2 d\Omega = \mathrm{const}, \quad u = \frac{A}{\rho r^2}, \quad A = \frac{d\tilde{S}}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi}\frac{dM}{dt}, \tag{12.3.1}$$

а также закон Бернулли, выражающий сохранение энергии:

$$-\frac{GM}{r} + \frac{u^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P}{\rho} = \mathrm{const} \equiv B. \tag{12.3.2}$$

Уравнение (12.3.2) предполагает отсутствие теплообмена, однако приближенно последний может быть учтен заданием подходящего γ. Константа B определяется граничными условиями. В случае аккреции их удобно задать на бесконечности, где газ покоится:

$$B = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_\infty}{\rho_\infty}; \tag{12.3.3}$$

в случае истечения мы определим их у поверхности звезды при $r = R$:

$$B = -\frac{GM}{R} + \frac{u_R^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_R}{\rho_R}, \tag{12.3.4}$$

а еще лучше, на некоторой глубине, там, где известно, что $u^2(r)$ мало. В плоскости a, u уравнение Бернулли дает семейство эллипсов:

$$\frac{u^2}{2}+\frac{1}{\gamma-1}a^2=B+\frac{GM}{r}, \qquad (12.3.5)$$

а уравнение неразрывности — семейство гипербол дробной степени (ρ_i и a_i произвольны):

$$u=\frac{A}{\rho_i r^2}\left(\frac{a_i}{a}\right)^{2/(\gamma-1)}. \qquad (12.3.6)$$

Здесь использована адиабатическая связь плотности и скорости звука $\rho=\mathrm{const}\,a^{2/(\gamma-1)}$. Для определения константы в случае аккреции используем условия на бесконечности $i=\infty$; в случае истечения — в атмосфере звезды $i=R$.

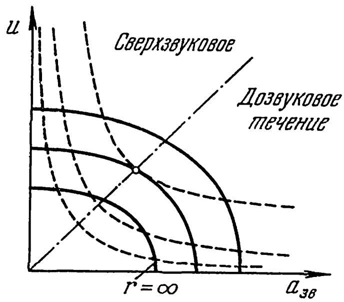

Рис. 59. Гидродинамическая аккреция. $a_{зв}$ — скорость звука, u — скорость вещества. Сплошные линии — семейство эллипсов, получаемых из уравнения Бернулли (параметром является расстояние r); пунктир — семейство гипербол дробной степени, следующих из уравнений неразрывности.

Гиперболы зависят еще от параметра A, который определяется условиями, существующими вблизи поверхности звезды или «на бесконечности». Именно определение A является главной задачей теории. Из рис. 59 легко понять *), что при наличии двух точек пересечения сплошной и пунктирной кривых нижняя точка пересечения соответствует дозвуковому режиму течения, а верхняя — сверхзвуковому. Касание пары кривых происходит обязательно на биссектрисе, где $u=a$. Наконец, если при данном выборе A и каких-то значениях r кривые вообще не пересекаются, значит A выбрано слишком большим и такой поток не реализуется. Исключая этот случай, имеем, в зависимости от A, картины двух видов:

1) Кривые пересекаются дважды, выше биссектрисы и ниже биссектрисы, при всех значениях r, за исключением одного, $r=r_s$, где происходит касание кривых.

2) Кривые пересекаются дважды при всех без исключения r.

Каждой из этих картин соответствуют два режима течения. Перечислим их, учитывая, что на бесконечности поток при аккреции обязательно дозвуковой (так как $u\to 0$), а при истечении — обязательно сверхзвуковой (так как $a\to 0$).

Общая схема такова: задаемся константами A и B. В таком случае при каждом данном значении r имеем два уравнения

*) Дальнейшее изложение ведется в предположении, что $1<\gamma<5/3$; анализ этого условия см. ниже.

с двумя неизвестными, u, a. Решая их (что соответствует нахождению пересечений эллипса и гиперболы), получим $u(r)$, $a(r)$.

Другими словами, в плоскости u, a (см. рис. 59) параметрически задана кривая $u(a)$, причем роль параметра играет r — расстояние точки, в которой реализуются данные u и a, от центра. Каждой точке кривой $u(r)$, $a(r)$ отвечает определенное значение r. Рассмотрим различные случаи.

1. Режим истечения.

Параметрическая кривая $u(a)$ пересекает биссектрису при значении $r = r_s$; при $r < r_s$ имеем $u < a$, при $r > r_s$ имеем $u > a$. Глубокие слои звезды покоятся, наружные движутся с дозвуковой скоростью, в точке $r = r_s$ скорость становится больше скорости звука, на бесконечности течение сверхзвуковое. Такой режим может возникать при достаточно большой энтропии звезды [Бисноватый-Коган, Зельдович (1966); см. также гл. 10, § 12] или при существовании у звезды короны типа солнечной [см. Паркер (1965а); Нобль и Скафт (1965)]. Аналогичная картина может развиться также вследствие вращения (см. § 18 гл. 11).

2. Режим аккреции.

Параметрическая кривая $u(a)$ пересекает биссектрису при некотором значении $r = r_s$; при $r > r_s$ имеем $|u| < a$, при $r < r_s$ имеем $|u| > a$. На бесконечности газ покоится, вдали от звезды течение дозвуковое, в точке r_s — переход через скорость звука, ближе к звезде поток сверхзвуковой. При этом $u < 0$, что не меняет формул. Этот режим мы подробно рассмотрим ниже.

3. Режим эжекции (всюду сверхзвукового истечения).

Параметрическая кривая $u(a)$ целиком лежит в области $u > a$. Такой режим, очевидно, может возникуть, лишь если на поверхности звезды действуют существенно не гидродинамические механизмы ускорения частиц, которые не содержатся в уравнениях и связаны, например, с колебаниями звезды (Камерон, 1965), со специфически пульсарными механизмами (Голд, 1968) и т. п.

4. Дозвуковой режим.

Кривая $u(a)$ целиком лежит в области $|u| < a$. Атмосфера звезды непрерывно смыкается с межзвездным газом конечной плотности и температуры; в первом приближении везде выполняется условие гидростатического равновесия. Медленное дозвуковое движение возможно в обоих направлениях: медленное истечение или дозвуковая аккреция.

В сильном гравитационном поле релятивистских объектов для поддержания гидростатического равновесия необходима чрезвычайно высокая температура, поэтому данный режим дальше не обсуждается.