

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ОКРЕСТНОСТИ «ЧЕРНОЙ ДЫРЫ» С ВРАЩЕНИЕМ

За последние два года достигнут существенный прогресс в физической интерпретации «черных дыр» с вращением, метрика которых описывается решением Керра (см. § 3 гл. 4).

Напомним, что в этом случае надо различать поверхности (1) S_m , где $g_{00} = 0$, и (2) $S_{\text{гор}}$ — «горизонт событий».

Очевидно, что гравитационный захват «черной дырой» падающих тел с моментом относительно «дыры» (см. § 3 гл. 4) приводит к увеличению массы «дыры» и изменению ее момента. Абсолютная величина модуля момента может как увеличиваться так и уменьшаться в зависимости от направления момента падающего тела. Если захватываемая частица двигалась не в плоскости экватора, то меняется направление момента «черной дыры». Пенроуз (1969) указал процесс, который позволяет отбирать энергию от вращающейся «черной дыры», т. е. уменьшать ее массу. Пробная частица A влетает в эргосферу (т. е. в область между поверхностями (1) и (2)), там распадается: $A \rightarrow B + C$, после чего B вылетает обратно через 1 на бесконечность, C падает к поверхности (2) и гравитационно захватывается. Локально при распаде сохраняется энергия и импульс, однако можно выбрать направление разлета B и C так, что энергия C в системе отсчета бесконечно удаленного наблюдателя в определенном смысле отрицательна, и поэтому энергия B (включая массу покоя) больше энергии A (включая массу покоя). При этом разность $E_B - E_A$ отнята от «черной дыры». Процесс Пенроуза обязан сопровождаться уменьшением момента «дыры», если $E_B > E_A$. Очевидно, что в этом процессе энергия $\Delta E = E_B - E_A$ приобретена B за счет энергии вращения «дыры».

Возникает вопрос: какая доля энергии «дыры» связана с ее вращением. Оказывается, разделение энергии «дыры» (или, что то же, ее массы m) на две части — вращательную E_r и так

называемую затворочную E_{ir} (где $E_{ir} = mc^2 - E_r$) может быть произведено инвариантным образом (Кристодуло, 1970). Воспользуемся результатами более поздних работ Кристодуло, Руффини (1971) и Хоукинга (1971).

Площадь поверхности «горизонта событий» S_2 ни в каких процессах не может уменьшаться («теорема Хоукинга»). При нулевом моменте «дыры», когда справедлива метрика Шварцшильда, площадь S_2 [здесь (2) и (1) совпадают] выражается через массу:

$$S_2 = 16\pi m^2.$$

(Мы положили $G = 1$ и $c = 1$.) Назовем «неуменьшаемой» массой m_{ir} вращающейся «черной дыры» величину, связанную с ее S_2 тем же соотношением

$$S_2 = 16\pi m_{ir}^2.$$

Итак, m_{ir} в любых процессах может только увеличиваться или в крайнем случае оставаться постоянной. Выразим площадь S_2 , а следовательно, и m_{ir} через массу m и момент $K = -am$ вращающейся «дыры»:

$$16\pi m_{ir}^2 = S_2 = \int \sqrt{g_{22}g_{33}} \Big|_{\substack{r=r_{\text{гор}} \\ t=\text{const}}} d\theta d\varphi = 4\pi (r_{\text{гор}}^2 + a^2).$$

Подставляя $r_{\text{гор}} = m + (m^2 - a^2)^{1/2}$ и решая уравнение относительно m , находим

$$m = \sqrt{m_{ir}^2 + K^2/4m_{ir}^2}. \quad (1)$$

Второе слагаемое под корнем в (1) описывает энергию вращения. Очевидно, любой процесс, который увеличивает m_{ir} , переводит «черную дыру» в состояние, из которого нельзя вернуться к состоянию с исходными m и K . Назовем, вслед за Кристодуло, обратимыми процессы, которые не изменяют m_{ir} . Кристодуло (1971) показал, что процесс Пенроуза можно проводить так, что он со сколь угодно большой точностью будет обратимым.

Обратимым процессом можно отнять от «черной дыры» всю ее вращательную энергию, превратив «дыру» в невращающуюся с $m = m_{ir}$. Извлеченная энергия будет максимальной, которую в принципе можно извлечь из «черной дыры». Если исходная «дыра» обладала максимальным моментом: $|a| = m$, то $m_{ir} = m/\sqrt{2}$ и из такой «дыры» можно извлечь энергию

$$\Delta E = m - m_{ir} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) m \approx 29\% m. \quad (2)$$

Следуя общим принципам, определим угловую скорость вращения «черной дыры» как производную от энергии по моменту при $m_{ir} = \text{const}$:

$$\Omega = \frac{\partial m}{\partial K} = \frac{K/4m_{ir}^2}{(m_{ir}^2 + K^2/4m_{ir}^2)^{1/2}}. \quad (3)$$

Любопытно отметить, что Ω совпадает с пределом при $r \rightarrow r_{\text{гор}}$ угловой скорости «увеличения локально-лоренцевой системы», определенной как

$$\Omega^* = -g_{03}/g_{33}.$$

Таким образом,

$$\Omega = \lim_{r \rightarrow r_{\text{гор}}} \Omega^* = \frac{-a}{r_{\text{гор}}^2 + a^2}.$$

Понятие обратимых процессов распространяется и на заряженную «черную дыру» с вращением (Кристодуло, Руффини, 1971). Здесь мы упомянем только, что из такой «черной дыры» с максимальными моментом и зарядом можно извлечь $\Delta E = 50\% m$.

Отбор энергии от «черной дыры» с вращением, в принципе, можно осуществить и с помощью классических мультипольных волн, например электромагнитных. В работе Зельдовича (1971) показано, что волна с орбитальным моментом n и частотой ω отражается от вращавшегося с угловой скоростью Ω тела с амплитудой, превышающей амплитуду падающей волны, если $\omega < n\Omega$. При таком отражении волна отнимает момент и отнимает энергию от вращающегося тела.

В цитированной заметке указано, что эти соображения применимы и к взаимодействию мультипольной волны с вращающейся «черной дырой».

По общим принципам квантовой теории, если в классическом рассмотрении имеет место процесс, в котором N_1 падающих фотонов после взаимодействия с телом превращаются в N_2 уходящих фотонов, причем $N_2 > N_1$, как указано выше, то возможен и процесс спонтанного рождения одиночных фотонов, уносящих энергию и момент. Более подробно этот процесс следует описывать как рождение пар фотонов внутри эргосферы, после чего один член пары уходит через поверхность (1) на бесконечность, а второй падает на поверхность (2). Однако при этом внутри эргосферы и в области около (1) фотоны распространяются подбарьерно. Поэтому эффективно рождаются лишь фотоны (или нейтрино) с длиной волны порядка гравитационного радиуса; мощность порядка $\hbar c^2/r_g^2$ ничтожна для астрономических r_g .

Основными результатами теории взрывов сверхновых являются: 1) масса вещества, выброшенного в межзвездное пространство (или масса остатка), 2) энергия, вынесенная в виде кинетической энергии вещества и энергии нейтринного излучения. В таблице собраны эти данные по рассчитанным к настоящему времени моделям взрывов сверхновых. $M_{\text{ядра}}$ — масса ядра звезды, $M_{\text{остатка}}$ — масса остатка, $E_{\text{к}}$ — кинетическая энергия сброшенной оболочки, E_{ν_e} и $E_{\nu_{\mu}}$ — энергии, потерянные в виде электронных и мюонных нейтрино. Следует здесь подчеркнуть, что $M_{\text{ядра}}$ есть формально масса всей звезды, принятая в расчете процесса взрыва,

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ТАБЛИЦА РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ ВЗРЫВОВ СВЕРХНОВЫХ *)

$M_{\text{ядра}}/M_{\odot}$	$M_{\text{остатка}}/M_{\odot}$	$E_{\text{к}}/10^{51}$, эрг	$E_{\nu_e}/10^{51}$, эрг	$E_{\nu_{\mu}}/10^{51}$, эрг	Примечания	Авторы		
2 4	0,564 2,46	2,3 0,66	1,7 2,2	0,28 8,4	Сброс оболочки за счет депозиции электронных нейтрино. Звезда сильно непрозрачна к электронным нейтрино, депозиция поэтому неэффективна, мюонные нейтрино способствуют коллапсу.	Арнет, 1967		
8 32	8 32	0 0	2,8 3,0	58 420				
10	9,75	0,025	0,8	0			Иванова и др., 1967	
10	9,987	0,013	0	0				
1,43	0	0,07	0	0	Полный разлет звезды за счет детонации углерода в вырожденном веществе.	Хансен, Уилер, 1969; Арнет, 1969		
1,5 2 10	0,87 0,98 1,8	~0,08 ~0,1 ~1,6	?**) ? ?	0 0 0	Сброс оболочки за счет депозиции электронных нейтрино.	Колгейт и Уайт, 1966		
40	0	3	0	0			Термоядерный взрыв на эволюционной стадии горения кислорода.	Фрейли, 1968

*) Таблица составлена В.С. Имшенником и Д. К. Надёжиным.

***) Цифры не указаны в цитируемой работе.