

Напомним, что в (1.4.8) и (1.4.9) под  $\rho_c$  подразумевается величина, вычисленная по формуле (1.2.5) по сегодняшнему значению постоянной Хаббла,  $H_0 = H(t_0)$ , соответственно и  $\Omega = \rho_0/\rho_c = 8\pi G\rho_0/3H_0^2$  вычислено по сегодняшним  $H_0$  и  $\rho_0$ .

### § 5. Влияние давления на закон расширения. Качественные соображения

В предыдущих параграфах рассматривалось движение вещества, давлением которого можно было пренебречь. Таким веществом является, например, газ при невысокой температуре или пыль, равномерно распределенная в пространстве. Совокупность галактик также можно рассматривать как «пыль». Однако, как мы увидим дальше, на более ранней стадии расширения Вселенной основную долю плотности массы составляли фотоны, нейтрино (и гипотетические гравитоны), т. е. частицы, движущиеся со скоростью света.

Для всякого вещества плотность  $\rho$  (г/см<sup>3</sup>) связана с плотностью энергии  $\epsilon$  (эрг/см<sup>3</sup>) релятивистским соотношением

$$\rho = \epsilon/c^2. \quad (1.5.1)$$

Если для «обычного вещества» давлением можно пренебречь по сравнению с  $\epsilon$ , то для нейтрино, фотонов и гравитонов давление сравнимо с  $\epsilon$ :

$$P = \epsilon/3 = (\rho c^2)/3. \quad (1.5.2)$$

Влияние давления на закон расширения Вселенной интересно в связи с началом эволюции. В настоящее время имеется некоторая плотность нейтрино и фотонов, которые существовали с начала расширения (подробнее см. раздел III). Как мы сейчас покажем, из факта существования таких фотонов и нейтрино (хотя и малой плотности по сравнению с плотностью обычного вещества) следует, что в прошлом, на ранних этапах расширения, плотность нейтрино и квантов была заведомо значительно больше плотности обычного вещества, а значит, необходимо учитывать давление \*). В самом деле, рассмот-

\*) Однако и в том случае, если плотность нейтрино, фотонов и гравитонов была бы пренебрежимо мала, а температура равна нулю, учет давления все равно был бы необходим в начале эволюции, когда плотность барионов была весьма велика (от  $\rho = \infty$  до плотности атомных ядер порядка  $\rho \approx 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>). При такой высокой плотности (подробно см. TT и ЭЗ) даже обычное вещество, состоящее из нейтронов, протонов и электронов, имеет давление порядка  $\epsilon = \rho c^2$ . Высокое давление при большой плотности обусловлено двумя причинами. Нейтроны, протоны и электроны подчиняются статистике Ферми; поэтому при большой плотности их средняя скорость даже при равной нулю температуре приближается к скорости света. Следовательно, без учета взаимодействия давление асимптотически приближается к  $P = \epsilon/3$ , оставаясь меньше этой величины. Кроме того, отталкивание нуклонов на близком расстоянии в принципе может привести к  $P = \epsilon$ . В горячей Вселенной роль давления существенна при плотности  $\rho \sim 10^{-20}$  г/см<sup>3</sup> и больше.

рим некий объем, содержащий определенное количество обычного вещества и определенную плотность энергии нейтрино и фотонов. В ходе расширения плотность обычного вещества уменьшается обратно пропорционально увеличению объема  $V^{-1}$ , т. е. как  $R^{-3}$ . Между тем плотность энергии нейтрино и фотонов убывает быстрее, как  $V^{-4/3}$ , т. е.  $R^{-4}$ , как раз вследствие того, что нейтрино и фотоны имеют давление и при расширении совершают работу  $d(\epsilon V) = -P dV$ . Это закон адиабатического расширения газа. При этом температура и энергия нейтрино и квантов меняются, как  $V^{-1/3} = R^{-1}$ . Если в релятивистском газе пренебречь столкновениями, то это не меняет выводов. Кванты и нейтрино летят теперь по прямой, из одного места приходят в другое, к удаляющемуся веществу, а значит, по отношению к этому веществу уменьшают энергию — испытывают красное смещение («охлаждаются») (см. ниже, гл. 3, § 1). Формальный расчет, исходящий из кинетического уравнения для свободно летящих фотонов, дан в § II гл. 3. Итак, для релятивистского газа  $\rho \sim \epsilon \sim P \sim V^{-4/3}$ , в то время как для обычного вещества  $\rho \sim \epsilon \sim V^{-1}$ , следовательно, вблизи начала расширения плотность в основном обуславливалась релятивистским газом и давление было порядка плотности энергии.

Обратимся к закону расширения в модели однородной Вселенной, заполненной релятивистским газом. Можно ли говорить о том, что высокое давление является причиной расширения Вселенной, что сильно сжатое вещество расширяется по той же причине, по которой разлетаются газы высокого давления, образующиеся при детонации заряда взрывчатого вещества? Нет, такая точка зрения совершенно неправильна. Качественное различие заключается в том, что заряд взрывчатого вещества окружен воздухом при атмосферном давлении. Расширение вызывается разностью между колоссальным давлением газов (продуктов взрыва) и сравнительно слабым давлением окружающего их воздуха. Но когда мы рассматриваем давление в однородной Вселенной, то предполагается, что давление распределено строго однородно! Следовательно, между различными частями в один и тот же момент нет разности давления, следовательно, нет и силы, которая могла бы повлиять на расширение и тем более быть причиной расширения. Сам факт расширения в существующей теории есть результат начального распределения скоростей. Причина этого начального распределения пока неизвестна. Влияние давления на закон расширения представляет собой более тонкий релятивистский эффект, и притом, как будет показано ниже (см. § 6 гл. 1), эффект другого знака — не ускоряющий, а замедляющий расширение.

Этот релятивистский эффект связан с двумя обстоятельствами. Первое из них описано выше и заключается в том, что при наличии давления изменение объема, занятого определенной совокупностью частиц, сопровождается изменением энергии, заключенной в этом

объеме: при расширении вещество совершает работу и энергия его уменьшается\*).

Плотность для релятивистского газа, как уже было сказано, пропорциональна  $R^{-4}$  (а не  $R^{-3}$ , как было для пыли!). Поэтому масса рассматриваемого нами расширяющегося шара в случае релятивистского газа не постоянна, в более ранние моменты она была больше. Второе обстоятельство связано с тем, что в ОТО гравитационное поле создается не только плотностью массы, но и всеми другими компонентами тензора энергии-импульса  $T_i^k$ . В случае релятивистского газа компоненты  $T_i^k$ , описывающие давление ( $T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -P$ ), того же порядка, что и плотность энергии  $T_0^0 = \epsilon$ , ибо  $\epsilon = P/3$ . Поэтому давление равноправно с  $\rho$  участвует в создании гравитационного поля, и гравитационное ускорение, создаваемое элементом массы релятивистского газа, вдвое больше, чем создаваемое элементом массы с той же плотностью, но без давления.

Формулы, описывающие этот эффект, естественно, могут быть последовательно выведены только в рамках ОТО, так как эффект — релятивистский. Однако еще до вывода формул мы в следующем параграфе воспользуемся простым и ясным соотношением, следующим из ОТО, которое будет выведено позже (см. § 1 гл. 2), с тем, чтобы количественно рассмотреть влияние давления на закон расширения.

## § 6. Уравнения движения с учетом давления

С учетом давления, как показал Толмен (1930) [см. Паули (1958), Уиттакер (1955), ТТ и ЭЗ], ускорение притяжения\*\* в ОТО для покоящегося вещества равно

$$g = -\frac{4\pi R^3}{3R^2} \left( \rho + \frac{3P}{c^2} \right) = -\frac{4\pi G}{3c^2} R (\epsilon + 3P). \quad (1.6.1)$$

Мы рассматриваем шар небольшого радиуса, скорости расширения в нем малы по сравнению с  $c$ , и выражение (1.6.1) остается справедливым, хотя скорости и не в точности равны нулю.

Мак-Кри (1951) использовал приведенное выражение для того, чтобы, пользуясь только ньютоновской механикой и теорией тяготения (с заменой  $\rho$  на  $\rho + \frac{3P}{c^2}$ ), получить закон изменения плотности и расстояний при давлении, сравнимом с плотностью энергии. Ниже воспроизведены его результаты. Рассмотрим снова шар радиуса  $R$ , внутри которого (так же как и вовне) все величины постоянны. Уравнение движения имеет вид [см. (1.6.1)]

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3c^2} R (\epsilon + 3P). \quad (1.6.2)$$

\* В плотность энергии включается и энергия, соответствующая массе покоя частиц.

\*\* Измеренное локальным наблюдателем по его времени.