

Заметим, что если большая часть вещества состоит из частиц, движущихся со скоростью света ($P = \epsilon/3$), то при равной плотности ускорение вдвое больше, чем при $P = 0$, так как тогда

$$\frac{\epsilon + 3P}{c^2} = \frac{2\epsilon}{c^2} = 2\rho. \quad (1.6.6)$$

Для справки отметим, что критическая плотность 10^{-29} г/см³ соответствует равновесному планковскому излучению с температурой 30°К или ферми-распределению нейтрино (ферми-газ при 0°К) с граничной энергией $7,5 \cdot 10^{-3}$ эв (при этом их плотность равна 10^6 нейтрино в 1 см³).

Данные о фактической плотности электромагнитного излучения и нейтрино во Вселенной будут рассмотрены позже.

§ 7. Время расширения при наличии давления

Предположим, что плотность нейтрино и квантов значительно больше плотности обычного вещества. Тогда легко проинтегрировать уравнение (1.6.5), полагая $P = \epsilon/3$. Результат интегрирования дан в конце § 1 гл. 2 (табл. 1). Приведем результаты для возраста Вселенной:

$$t_0 - t_\infty = \frac{1}{H_0} \frac{1}{1 + \sqrt{\Omega}}; \quad (1.7.1)$$

выражение справедливо как при $\Omega > 1$, так и при $\Omega < 1$.

Функция $f = (1 + \sqrt{\Omega})^{-1}$, относящаяся к случаю $P = \epsilon/3$, нанесена пунктиром на рис. 3.

Этот результат дает возможность получить грубую, но надежную оценку верхней границы возможной плотности нейтрино [Перес (1960); Понтекорво и Смородинский (1961); Вайнберг (1962); Зельдович и Смородинский (1961)].

В самом деле, так как возраст Земли, Солнечной системы и химических элементов порядка $(4-5) \cdot 10^9$ лет, то следует считать, что $t_0 - t_\infty$ во всяком случае больше этой величины. Подставляя $\frac{1}{H_0} \approx 10^{10}$ лет, получим отсюда $\Omega < 4$, т. е. $\rho_v < 8 \cdot 10^{-29}$ г/см³. Эта идея оценки плотности вещества применима в равной степени для нерелятивистских частиц с массой покоя $m \neq 0$, для невидимых коллапсировавших звезд или галактик, для гравитационных волн, нейтрино или других слабозаимодействующих частиц с нулевой массой покоя. Для нейтрино в тепловом равновесии получаем $T_v < 50^\circ\text{К}$. Если предположить, что нейтрино распределены по закону Ферми, их энергия будет меньше 0,01 эв. Такие нейтрино невозможно обнаружить современными ядерно-физическими методами, тогда как

гравитационное действие этих нейтрино в космическом масштабе оказывается более чувствительным детектором *).

По существу, в цитированных работах осуществлена идея, высказанная еще Эйнштейном (1966): любые формы материи и энергии могут быть обнаружены по их гравитационному действию, независимо от специфических свойств рассматриваемых видов материи.

Выпишем также формулы, относящиеся к будущему модели Вселенной, заполненной нейтрино или квантами (хотя этот случай и не реализуется в действительности).

При $\Omega < 1$ будет иметь место неограниченное расширение. При $\Omega > 1$ расширение сменится сжатием через время (см. рис. 4)

$$t_m - t_0 = \frac{1}{H_0} \frac{1}{\Omega - 1}, \quad (1.7.2)$$

и это сжатие закончится достижением бесконечной плотности через время

$$t'_\infty - t_0 = \frac{1}{H_0} \frac{1}{\sqrt{\Omega - 1}}. \quad (1.7.3)$$

§ 8. Начальная стадия при наличии давления

С учетом закона адиабатического сжатия нейтрино и фотонов $\epsilon \sim V^{-4/3}$, т. е. $\epsilon = \bar{k}/R^4$, где \bar{k} — константа, получим уравнения изменения радиуса шара, содержащего данное количество сохраняющихся частиц:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{G}{R^2} \frac{4\pi}{3} R^3 \frac{1}{c^2} \frac{2\bar{k}}{R^4}, \quad (1.8.1)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 - \frac{G}{R} \frac{4\pi}{3} R^3 \frac{1}{c^2} \frac{\bar{k}}{R^4} = \text{const.} \quad (1.8.2)$$

В начале эволюции, вблизи момента t_∞ , когда плотность была бесконечна, а $R \rightarrow 0$, можно пренебречь константой во втором уравнении. Решение имеет вид

$$R = \sqrt[4]{\frac{32\pi}{3} \frac{G\bar{k}}{c^2}} \sqrt{t - t_\infty}, \quad \epsilon = \frac{3c^2}{32\pi G (t - t_\infty)^2},$$

$$\rho = \frac{\epsilon}{c^2} = \frac{3}{32\pi G (t - t_\infty)^2} = \frac{4,5 \cdot 10^5}{(t - t_\infty)^2}. \quad (1.8.3)$$

*) Можно указать еще более чувствительный детектор. В гл. 7 будет показано, что влияние тяготения частиц с нулевой массой покоя на расширение Вселенной в первые секунды сильно меняет реакции синтеза химических элементов. Это влияние при некоторых естественных предположениях (хотя и не столь бесспорных, как аргументы в тексте) после сравнения с наблюдениями приводит к еще гораздо более жесткому ограничению: $\rho_{m=0} < 10^{-32} \text{ г/см}^3$ на сегодняшний день (подробнее см. гл. 7).